

오르비스 옵티무스 모의고사 가형 1쇄 정오표 (10/13 기준)

학습에 지장을 드려 죄송합니다. (총 2군데)

1. 가형 7회 26번

문제 수정사항

타원의 단축의 길이가 $p+q\sqrt{5}$ 이다. $\frac{p}{q}$ 의 값을 구하시오.~ 에서

타원의 단축의 길이 l 에 대하여 $l^2=p+q\sqrt{5}$ 일 때, $\frac{p}{q}$ 의 값을 구하시오.~ 로 수정

해설 수정사항

없습니다.

2. 가형 2회 30번

문제 수정사항

$h(a)=\frac{8}{\pi}-\frac{16}{\pi^3}$ 인 양수 a 에서

$h(a)=\frac{8}{\pi}+\frac{16}{\pi^3}$ 인 양수 a 으로 수정

해설 수정사항

해설에서 ① $k>2$ 인 경우~~를 찾아주세요.

그 아래부터는 다음 내용으로 교체해주시면 됩니다. (부호가 수정되었습니다.)

참고로 정답은 바뀌지 않습니다. 감사합니다.

① $k>2$ 인 경우

$-1-k\leq x\leq 1-k$ 의 범위만 고려하면 된다.

$$\begin{aligned}\int_{-1-x}^k tF(x+t)dt &= \int_{-1-x}^k t\cos\left\{\frac{\pi}{2}(x+t)\right\}dt \\ &= \left[\frac{2}{\pi}t\sin\left\{\frac{\pi}{2}(x+t)\right\} + \frac{4}{\pi^2}\cos\left\{\frac{\pi}{2}(x+t)\right\}\right]_{-1-x}^k = \frac{2}{\pi}k\sin\left\{\frac{\pi}{2}(x+k)\right\} + \frac{4}{\pi^2}\cos\left\{\frac{\pi}{2}(x+k)\right\} - \frac{2}{\pi}(x+1)\end{aligned}$$

$$\therefore h(k)=\left[-\frac{4}{\pi^2}k\cos\left\{\frac{\pi}{2}(x+k)\right\} + \frac{8}{\pi^3}\sin\left\{\frac{\pi}{2}(x+k)\right\} - \frac{1}{\pi}(x+1)^2\right]_{-1-k}^{1-k}$$

따라서

$$h(k) = \frac{4}{\pi}k - \frac{4}{\pi} + \frac{16}{\pi^3}, \quad h'(k) = \frac{4}{\pi}$$

이다.

② $k < 2$ 인 경우

$$\begin{aligned} \int_0^k t F(x+t) dt &= \int_0^k t \cos\left\{\frac{\pi}{2}(x+t)\right\} dt \\ &= \left[\frac{2}{\pi} t \sin\left\{\frac{\pi}{2}(x+t)\right\} + \frac{4}{\pi^2} \cos\left\{\frac{\pi}{2}(x+t)\right\} \right]_0^k \\ &= \frac{2}{\pi} k \sin\left\{\frac{\pi}{2}(x+k)\right\} + \frac{4}{\pi^2} \cos\left\{\frac{\pi}{2}(x+k)\right\} - \frac{4}{\pi^2} \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h(k) &= \left[-\frac{4}{\pi^2} k \cos\left\{\frac{\pi}{2}(x+k)\right\} + \frac{8}{\pi^3} \sin\left\{\frac{\pi}{2}(x+k)\right\} - \frac{8}{\pi^3} \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) \right]_{-1}^{1-k} \\ &\quad + \left[-\frac{4}{\pi^2} k \cos\left\{\frac{\pi}{2}(x+k)\right\} + \frac{8}{\pi^3} \sin\left\{\frac{\pi}{2}(x+k)\right\} - \frac{1}{\pi}(x+1)^2 \right]_{-1-k}^{-1} \end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned} h(k) &= -\frac{8}{\pi^3} \cos\left(\frac{\pi k}{2}\right) + \frac{1}{\pi} k^2 + \frac{8}{\pi^3} \\ h'(k) &= \frac{4}{\pi^2} \sin\left(\frac{\pi k}{2}\right) + \frac{2}{\pi} k \\ h''(k) &= \frac{2}{\pi} + \frac{2}{\pi} \cos\left(\frac{\pi k}{2}\right) = \frac{2}{\pi} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi k}{2}\right)\right) \geq 0 \end{aligned}$$

이다.

구간 $(0, 2)$ 에서 $h''(k) \geq 0$ 이고 $h'(k) \geq h'(0) = 0$ 이므로 $h(k)$ 는 감소하지 않는 함수이며, 따라서 구간 $(0, 2]$ 에서 $h(k)$ 의 최댓값은 $h(2)$ 이다. 그런데

$$h(2) = \frac{4}{\pi} + \frac{16}{\pi^3} < \frac{8}{\pi} + \frac{16}{\pi^3} = h(a)$$

이므로, a 는 구간 $(2, \infty)$ 에 존재한다.

이 구간에서 함수 $h(k)$ 는 $h(k) = \frac{4}{\pi}k - \frac{4}{\pi} + \frac{16}{\pi^3}$ 이므로, $a = 3$ 이라는 것을 알 수 있다.

따라서

$$h'\left(\frac{a}{3}\right) = h'(1) = \frac{4}{\pi^2} + \frac{2}{\pi} = \frac{2\pi + 4}{\pi^2}$$

이므로 $\alpha^2 + \beta^2 = 20$ 이다.

참고로, 이 때 쓰인 $h'(k)$ 는 $k=1$ 이 $k < 2$ 에 포함되기 때문에 ②에서의 $h(k)$ 를 사용해줘야 함을 염두에 두자.

(참고: $h(k)$ 가 $k=2$ 에서 미분가능하긴 하지만, 문제를 풀 때는 고려하지 않아도 되는 조건이다.)