

수학(상) 중간고사
직전 대비

어수강 선생님

2024년 고등학교 1학년 1학기 중간고사 직전 대비

[예제1-1] 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) - g(x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 나머지가 5이다.

(나) $\{f(x)\}^3 - \{g(x)\}^3$ 을 $x - 2$ 로 나눈 나머지가 35이다.

$\{f(2)\}^2 g(2) - f(2) \{g(2)\}^2$ 의 값은?¹

[예제1-2] 허수 z 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $z + \bar{z} = -10$

(나) $z^2 - az + b = 0$

정수 a , b 에 대하여 $a + b$ 의 최솟값은? (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)²

[예제1-3] 다항식 $P(x)$ 와 삼차식 $Q(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\{Q(x+1)\}^2 + \{Q(x)\}^2 = xP(x)$

(나) $Q(x+2) = Q(x) + 12x^2$

$P(x)$ 를 $Q(x)$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(3)$ 의 값은?³



[예제1-4] 복소수 $z = \frac{\sqrt{2}}{1+i}$ 에 대하여 $f(n) = z^n$ 이라 할 때,

$$f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(n) = -1$$

인 200 이하의 자연수 n 의 개수는? (단, $i = \sqrt{-1}$)⁴

[예제1-5] 실수가 아닌 복소수 z 에 대하여 $\frac{z^2}{1+z}$ 와 $\frac{z^2+1}{z}$ 이 모두 실수일 때, $z^4 + \bar{z}^4$ 의 값은?
(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수)⁵



[예제1-6] x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 근 α, β 를 갖는다. 이때, $|\alpha| - |\beta|, |\alpha| \times |\beta|$ 를 두 근으로 갖는 이차방정식을 $x^2 - (2a+b)x + 2a = 0$ 이라고 한다. 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은? (단, $\alpha < 0 < \beta$ 이다.)⁶

[예제1-7] 최고차항의 계수가 1인 다항식 $f(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) $f(x^2)$ 과 $x^3f(x)$ 는 같은 차수의 다항식이다.

(나) $f(x^2)$ 과 $f(x)$ 가 모두 $x - 3$ 으로 나누어떨어진다.

-3 이 아닌 정수 k 에 대하여 $f(x^2)$ 과 $f(x)$ 가 모두 $x + k$ 로 나누어떨어지도록 k 의 값을 정할 때, 모든 k 의 값을 구하시오.⁷



[예제1-8] 다항식 $x^{18} - x^{17} - x + 1$ 을 $(x - 1)^3$ 으로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(x)$ 를 $x + 1$ 로 나눈 나머지는?⁸

[예제1-9] 다항식 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)$ 를 $x^2 + x - 2$ 로 나누었을 때 몫은 $Q(x)$, 나머지는 $-2x + k$ 이다.

(나) $f(x)$ 를 $x^4 + x^3 - x^2 - 1$ 로 나눈 나머지는 $x^3 + 2x^2 - 4$ 이다.

$Q(x)$ 를 $x^3 + 2x^2 + x + 1$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(-4) + k$ 의 값을 구하시오.⁹

[예제1-10] x 의 방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근 α, β 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\alpha^3 + \alpha^2 - 3\alpha + 2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)¹⁰

(가) β 는 허수이다.

(나) $\alpha^2 - 3\beta$ 는 실수이다.

(다) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = -1$

[예제1-11] 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = 2x + 3$ 과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 이 두 점의 좌표는 α, β 이다. $f(\alpha) = \alpha^2, f(\beta) = \beta^2$ 이고 $f(1) = 13$ 일 때, 함수 $f(x)$ 는 $x = p$ 에서 최댓값 q 를 갖는다. $p + q$ 의 값은?¹¹

[예제1-12] $t \geq 0$ 인 실수 t 에 대하여 $-t \leq x \leq t + 4$ 일 때, 이차함수 $f(x) = x^2 - 2tx + 2t - 3$ 의 최댓값과 최솟값의 합이 12가 되도록 하는 모든 실수 t 의 값의 합은?¹²

정답

$^1-30$

216

3216

425

$^5-1$

62

$^70, -1, 3, -9$

868

949

$^{10}8$

$^{11}15$

$^{12}\sqrt{10}$