

답안 작성 과정의 감점요소와  
학생의 실제 답안을 공개합니다!

이투스북

2016 대입논술  
실전대비서

단기완성

# 논술 대학가자

김한균 강원호 김홍빈 장형수

수리  
논술

실제  
학생 답안  
완벽 분석

대학별  
최신 기출  
문제 수록

주요 대학 기출문제 분석과  
학생들의 실제 답안 수록!

논리적 추론력, 사고력 훈련을 위한 논술 필독서  
수리 논술적 개념에 대한 풍부한 예제 수록  
문제 해결 과정에 대한 다양한 솔루션 제시

수시/모의논술, 논술경시 대비를 위한 실제 답안 제시  
20년 경력의 논술 강사들이 첨삭한 실제 답안 공개  
학생이 실제 작성한 예시 답안으로 실전 대비



# 수리 논술의 접근 방법

대학수학능력시험은 많은 장점을 가짐에도 불구하고 객관식으로 출제됨에 따라 나름의 한계를 가지고 있다. 이로 인해 각 대학들은 다수의 대학 신입생들이 교양과목 및 전공과목의 공부에 적응하지 못하고, 소논문 형식의 보고서도 제대로 작성하지 못한다고 판단하고 있다. 현재의 상황을 보완하기 위해 이과에서는 수리 논술 / 과학 논술을 대학별로 실시하고 있다. 따라서 수리 논술 / 과학 논술은 학생들이 교양·전공 서적을 이해하고 논문을 쓸 수 있는 기본 소양을 갖추고 있는가를 측정하는 시험이다.

## 1. 각 대학의 출제 방향

- (1) 단순 계산 혹은 단순히 공식에 대입하여 풀 수 있는 문제를 지양하고, 수학의 근본적 원리를 묻는 문제를 지향한다.

고등학교 수학 교과 과정 내의 기본적인 원리와 개념의 정확한 이해력, 논리적 의사소통 능력과 추론 능력을 평가한다. 하나의 상황에서 다양한 개념을 적합하게 적용할 수 있는 능력을 평가한다. 단순 반복에 의한 학습 능력이 아닌 창의적인 사고력을 평가한다.

- (2) 자연계 논술은 본고사 논란을 피하고 학교 교육의 내실을 기하고자 대부분의 제시문을 고등학교 교과서에서 직접 발췌하여 사용하고자 한다.

제시문과 논제에 사용된 소재와 개념은 이미 고등학교 교과서를 통해 익숙하게 다루어지는 것들이며 논제들은 충실한 학교 교육을 받은 학생이라면 쉽게 해결할 수 있는 것들로 선택하였다 즉, 교과과정의 내용은 최대한 반영한다. 교과서의 내용을 논술 문항의 제시문이나 논제로 최대한 활용한다.

## 2. 출제 경향

- (1) 수리 논술의 출제 방식과 내용

대다수의 대학들은 과학과 분리된 수리 단독형으로 출제한다.

내용으로는 미분과 적분의 영역(극한 포함)을 주로 출제한다. 이는 대학 신입생들이 1학년 1학기에 배우는 교양 수학의 내용이 미분 적분학이라는 것과 관련이 있다. 일률적으로 정리하기는 어려우나 상위권 대학은 주로 미적분, 공간, 벡터를 중심으로, 중위권 대학은 다양한 단원의 내용을 출제한다고 할 수 있다. 또한 상위권 대학일수록 추론 능력의 측정 위주의 문제를, 중위권 대학일수록 문제 해결 능력의 측정 위주의 문제를 출제하고 있다.

형식면에서는 논증형 문제와 풀이형 문제가 함께 출제된다.



# Structure

## 구성과 활용법

### 수학적 사고 과정에 따른 단계별 풀이를 실전 논술에 바로 적용한다!

각 답안을 단계로 구성하여 보다 논리적으로 학습할 수 있도록 하였고, 관련 수학 개념 / 논제 분석과 가이드 / 풀이 전략을 수록하여 문제의 풀이를 제시한 것에서 나아가 학생들이 문제를 분석하여 해결하는 능력을 가질 수 있도록 하였습니다.

### 교재 활용법

1. 수리 논술적 개념을 익히면서 간단한 문제를 함께 풀이 완전히 자신의 것으로 만든다.
2. 조금 쉬운 기출문제 A / 조금 어려운 기출문제 B / 연고대 기출문제에 대해 직접 답안을 작성해 본 뒤 기출문제 단계별 풀이를 보고 올바른 풀이 과정을 작성했는지 비교해 본다.
3. 실제 선배들의 답안과 채점평을 통해 하기 쉬운 실수나 미흡한 부분들을 보고 실전 풀이에 주의하도록 한다.
4. 세미 모의 논술을 풀면서 자신의 합격 답안을 작성해 본다.
5. 마지막으로 부족한 개념들은 수리 논술적 개념으로 돌아가 복습한다.

### 수리 논술적 개념

Chapter 1은 17개 단원으로 구성되어 있고 각 단원마다 3단계의 내용이 설정되어 있습니다.  $N-1$  ( $N=1, 2, \dots, 17$ )은 수능, 평가원 기출문제, 교과서에서 다루어지는 증명 문제 및 수리 논술 기본 문제로 구성되어 학생들이 수리 논술 기출문제를 접하기 전 익숙한 문제로 수학 기본 개념을 연습하도록 하였습니다.

$N-2$ 는 각 대학 수리 논술 기출문제 중 일부를 발췌하거나 짧은 문제를 선정하여 대학 기출문제를 풀 때 보다 쉽게 접근할 수 있고, 답안을 단계로 구성하여 보다 논리적으로 학습할 수 있도록 구성하였습니다.



## 채점평

N-3은 학생들의 실제 답안과 채점평을 수록하고, N-1, 2에 넣지 못한 내용들로 구성하였습니다. 실제 답안에서 미흡한 부분들을 대학의 평가 기준에 맞춰 채점한 내용을 통해 수리 논술 답안을 작성할 때 유의할 점을 제시하였습니다.

## 대학별 기출문제

각 대학 수리 논술 기출문제 중 보다 쉬운 문제를 기출문제 A로, 보다 어려운 문제를 기출문제 B로 배치하였고 최근 수리 논술 출제 경향에 맞춰 너무 어렵거나 교육 과정에서 벗어난 문제는 다루지 않았습니다.

## 세미 모의 논술

앞서 학습한 내용을 통해 자신의 실력을 측정하기 위한 실전 모의 논술을 수록하였습니다. 제한 시간에 맞추어 풀어 보세요.

## 학생 답안 예시

기출문제에 대한 학생들의 실제 답안에 참사와 채점평 더하여 실전 노하우를 배울 수 있도록 하였습니다.

수리 논술  
개념

1-3. 재정평

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

이때,  $A$ 와  $B$ 의 곱셈에 대해  
 $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 
 $B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 
 $A \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 
 $C \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 
 $B \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 
 $C \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 
 $A \cdot B \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 
 $B \cdot C \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 
 $C \cdot A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 
 $A \cdot B \cdot C = B \cdot C \cdot A = C \cdot A \cdot B$

기출

도행과 무한급수

이제,  $\frac{1}{n^2}$ 의 수열의 부분합을 구해보자.  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$ 이다.

이때,  $\frac{1}{k^2} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ 이다. (이것은  $\frac{1}{k^2} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ 을 정리하면 얻어진다.)

따라서,  $S_n = \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

이때,  $\frac{1}{k^2} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ 을 정리하면 얻어진다.

따라서,  $S_n = \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

이때,  $\frac{1}{k^2} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ 을 정리하면 얻어진다.

따라서,  $S_n = \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

예상

이제,  $\frac{1}{n^2}$ 의 수열의 부분합을 구해보자.  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$ 이다.

이때,  $\frac{1}{k^2} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ 이다. (이것은  $\frac{1}{k^2} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ 을 정리하면 얻어진다.)

따라서,  $S_n = \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

이때,  $\frac{1}{k^2} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ 을 정리하면 얻어진다.

따라서,  $S_n = \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

이때,  $\frac{1}{k^2} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ 을 정리하면 얻어진다.

따라서,  $S_n = \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

학생 답안 예시

이제,  $\frac{1}{n^2}$ 의 수열의 부분합을 구해보자.  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$ 이다.

이때,  $\frac{1}{k^2} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ 이다. (이것은  $\frac{1}{k^2} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ 을 정리하면 얻어진다.)

따라서,  $S_n = \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

이때,  $\frac{1}{k^2} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ 을 정리하면 얻어진다.

따라서,  $S_n = \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$

이때,  $\frac{1}{k^2} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ 을 정리하면 얻어진다.

따라서,  $S_n = \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$





# 1. 수열과 수학적 귀납법

## 학습 목표

1. 수열을 귀납적 정의로 표현하기
2. 수학적 귀납법을 이용하여 증명하기 연습
3. 귀납적 추론 과정 중 수학적 귀납법을 적용하는 사례 학습

### 1 수열의 귀납적 정의

- (1)  $a_{n+1} - a_n = d$  (일정) 또는  $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2} \Rightarrow$  등차수열  
 $\therefore a_n = a_1 + (n-1)d$
- (2)  $a_{n+1} \div a_n = r$  (일정) 또는  $a_{n+1}^2 = a_n \cdot a_{n+2} \Rightarrow$  등비수열  
 $\therefore a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

### 2 수학적 귀납법1

자연수  $n$ 에 대한 명제  $p(n)$ 이 모든 자연수에 대하여 성립한다는 것을 증명하려면 다음과 같이 보여주면 된다.

(i)  $n=1$ 일 때, 명제  $p(1)$ 이 성립함을 증명한다.

(ii)  $n=k$ 일 때 성립함을 가정한 후, 명제  $p(k)$ 를 이용하여,  
 $n=k+1$ 일 때, 명제  $p(k+1)$ 이 성립함을 증명한다.  
 $\therefore$  (i)과 (ii)에 의해 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $p(n)$ 이 성립한다.

### 3 수학적 귀납법2

자연수  $n$ 에 대한 명제  $p(n)$ 이 모든 자연수에 대하여 성립한다는 것을 증명하려면 다음과 같이 보여주면 된다.

(i)  $n=1, 2$ 일 때, 명제  $p(1), p(2)$ 이 성립함을 증명한다.

(ii)  $n=k, k+1$ 일 때 성립함을 가정한 후, 명제  $p(k), p(k+1)$ 을 이용하여,  
 $n=k+2$ 일 때, 명제  $p(k+2)$ 가 성립함을 증명한다.  
 $\therefore$  (i)과 (ii)에 의해 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $p(n)$ 이 성립한다.

## 1-1. 수열의 귀납적 정의

일반적으로 수열  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ 의 각 항이 바로 앞의 항에 일정한 수  $d$ 를 더한 것일 때, 즉  $a_{n+1} = a_n + d$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ )일 때, 이 수열  $\{a_n\}$ 을 등차수열이라 하고, 일정한 수  $d$ 를 이 수열의 공차라고 한다. 첫째항이  $a_1$ , 공차가  $d$ 인 등차수열의 일반항  $a_n$ 은  $a_n = a_1 + (n-1)d$ 가 된다.

모든 항이 양수인 어떤 수열  $\{x_n\}$ 에서 첫째항부터  $n$ 항까지의 합을

$S_n = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ 이라고 할 때  $S_n = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{7}{x_n}\right)$ 이 성립한다고 하자.

(1)  $x_1$ 을 구하고,  $S_{n-1}$  ( $n \geq 2$ )을  $x_n$ 의 함수로 표현하라.

(2) 제시문과 (1)의 결과를 이용하여  $S_n^2$ 을  $n$ 의 함수로 표현하라.

해설

(1)  $x_1 = S_1$  이므로  $x_1 = S_1 = \frac{1}{2}\left(x_1 + \frac{7}{x_1}\right)$ 로부터  $x_1^2 = 7$ 이 된다. 따라서  $x_1 = \sqrt{7}$ 이다.

$n \geq 2$ 일 때,  $S_n = S_{n-1} + x_n$ 이므로  $S_{n-1} + x_n = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{7}{x_n}\right)$ 로부터

$S_{n-1} = \frac{1}{2}\left(-x_n + \frac{7}{x_n}\right)$ 이다.

(2)  $n \geq 2$ 일 때, 문제에서 주어진 등식  $S_n = \frac{1}{2}x_n + \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{x_n}$ 과 문제 (1)의 결과

$S_{n-1} = -\frac{1}{2}x_n + \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{x_n}$ 로부터 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} S_n^2 - S_{n-1}^2 &= \frac{1}{4}\left(x_n + \frac{7}{x_n}\right)^2 - \frac{1}{4}\left(-x_n + \frac{7}{x_n}\right)^2 \\ &= \frac{1}{4}\left(x_n^2 + 14 + \frac{49}{x_n^2}\right) - \frac{1}{4}\left(x_n^2 - 14 + \frac{49}{x_n^2}\right) \\ &= \frac{1}{4}(14 + 14) = \frac{28}{4} = 7 \end{aligned}$$

즉, 수열  $S_n^2$ 은 첫째항이  $S_1^2 = x_1^2 = 7$ 이고 공차가 7인 등차수열이 된다.

따라서  $S_n^2 = 7 + (n-1)7 = 7n$ 이다.

### 개념과 분석

등차수열의 정의와 일반항

$a_{n+1} - a_n = d$  (일정) 또는

$2a_{x+1} = a_x + a_{x+2}$

$a_n = a_1 + (n-1)d$





# 1-2. 수학적 귀납법의 활용

## 풀이 전략

- 귀납적 추론  
 1. 추론  
   -대입, 나열, 관찰  
 2. 일반화 또는 입증

$F_0 = 0, F_1 = 1$ 로 주어지고 모든 자연수  $n$ 에 대하여 관계식  $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$ 을 만족하는 수열  $\{F_n\}$ 을 피보나치 수열이라고 부른다.  
 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 일 때, 행렬  $A^n$ 의 각 성분을 피보나치 수열  $\{F_n\}$ 을 이용하여 나타내어라.

### 해설

#### 1단계 ① 대입, 나열, 관찰을 통한 추측

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, A^3 = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, A^4 = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 이고 행렬의 각 성분이 피보나치 수열과 관계가 있고  $F_0 = 0, F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, F_4 = 3, F_5 = 5$ 이므로  
 $A^n = \begin{pmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{pmatrix}$ 로 추측할 수 있다.

#### 1단계 ② 일반화 - 수학적 귀납법의 적용

$A^n = \begin{pmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{pmatrix}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 성립함을 보이기 위하여 수학적 귀납법으로 증명하면 다음과 같다.

$n = 1$ 일 때,  $A^1 = \begin{pmatrix} F_2 & F_1 \\ F_1 & F_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 이므로 성립한다.

$n = k$ 일 때,  $A^k = \begin{pmatrix} F_{k+1} & F_k \\ F_k & F_{k-1} \end{pmatrix}$ 가 성립한다고 가정하면

$n = k+1$ 일 때,

$$A^{k+1} = A^k A = \begin{pmatrix} F_{k+1} & F_k \\ F_k & F_{k-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{k+1} + F_k & F_{k+1} \\ F_k + F_{k-1} & F_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{k+2} & F_{k+1} \\ F_{k+1} & F_k \end{pmatrix}$$

이므로  $n = k+1$ 일 때 성립한다.

따라서 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $A^n = \begin{pmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{pmatrix}$ 은 성립한다.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, A^3 = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

나열하여  $A^n$ 을 관찰해보면

1행 1열은  $F_{n+1}$ , 1행 2열, 2행 1열은  $F_n$ , 2행 2열은  $F_{n-1}$ 임을  
추론할 수 있다.

$n=k$ 일 때  $A^k = \begin{pmatrix} F_{k+1} & F_k \\ F_k & F_{k-1} \end{pmatrix}$ 이라 가정하자

$n=k+1$ 일 때  $A^{k+1} = \begin{pmatrix} F_{k+2} & F_{k+1} \\ F_{k+1} & F_k \end{pmatrix}$ 이다.

$$\begin{pmatrix} F_{k+2} & F_{k+1} \\ F_{k+1} & F_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{k+1} & F_k \\ F_k & F_{k-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = A^k A^1 \text{ 이므로 성립한다.}$$

답안 평가

문항 ①

논리적이고 체계적인 문장을 구성해야 한다.

문항 ②

결론은 명확하게 표현하는 것이 좋다.

답안 평가

1. 논리적이고 체계적인 문장을 구성해야 한다.

수학적 귀납법은 i) 초항일 때 성립 확인, ii)  $n=k$ 일 때 성립함을 가정하여  $n=k+1$ 일 때 성립함을 확인하는 과정으로 이루어져 있다.

우선, 초항( $n=1$ )일 때의 확인 과정이 없다. 추론 과정에서  $A$ 를 구하였다 하더라도 수학적 귀납법으로 증명하는 과정에서 논지로 필요했다.

또한 ii) 과정에서  $n=k+1$ 일 때 성립함을 보여야 하는데, 증명해야 할 대상( $A_{k+1}$ )을 성립한다고 단정하고 있다. 게다가 이것을 변형하여 논리를 전개하고 있다. 들여다 보면 맞는 내용이지만 잘못된 서술로 인하여 감점을 피할 수 없게 되었다.

2. 결론은 명확하게 표현하는 것이 좋다.

$A^1$ 이 성립함을 언급했어야 하는데 생략되었고, 마지막의 결론도 성립한다고만 했지 무엇이 성립한다는 것인지 불분명하다.  $n=k+1$ 일 때( $A_{k+1}$ 일 때) 성립한다고 해석할 수도 있고, 결론( $A^n$ )이 성립한다는 것으로도 해석이 가능한 상황이다.

“따라서 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $A^n = \begin{pmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{pmatrix}$ 은 성립한다.”라는 결론이 추가되어야 한다.





## 기출

## 수열과 점화식

양의 정수  $n$ 에 대하여 집합  $A_n$ 을

$$A_n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_i \in \{1, 2, 3, 4\}, x_1 + x_2 + \dots + x_n \text{은 } 5\text{의 배수}\}$$

라 하고,  $A_n$ 의 원소의 개수를  $a_n$ 이라 하자. 예를 들면,  $A_1 = \emptyset$  (공집합),

$$A_2 = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\} \text{이므로 } a_1 = 0, a_2 = 4 \text{ 이다. 또한,}$$

$$(1, 1, 3) \in A_3 \text{ 이다.}$$

## 문제 1

$a_3$ 의 값을 구하시오.

## 문제 2

$n \geq 2$ 일 때,  $a_n$ 과  $a_{n-1}$ 의 관계식을 구하시오.

## 문제 3

$a_n$ 을  $n$ 의 식으로 나타내시오.

## 개념과 분석

## 문제 1

가능한 모든 경우를 나열해 본다.  
실사, 경우의 수가 너무 많아  
이것이 불가능한 경우라 하더라도  
나열하는 과정에서 규칙을 찾으려  
노력하면 풀이의 실마리가 보인다.

## 문제 2

1. 중복순열  
서로 다른  $n$ 개에서 중복을  
허용하여  $r$ 개를 택하는 순열의  
수  ${}_nP_r = n^r$ 이다.

2. 우선  $A_{n-1}$ 과  $A_n$  사이의  
관계를 찾아야 한다.  
복잡하다면  $n$ 이 특정한 수인  
경우를 가지고 생각해 본다.  
여를 들어  $A_3$ 을 이용하여  
 $A_4$ 를 유도해 본다.

## 문제 3

문제 2에서 얻은 점화식을  
이용하여 일반형을 찾는다.

해설 (대학 제공 예시답안)

문제 1

1단계 1 모든 경우를 직접 나열

$$A_3 = \{(1, 1, 3), (1, 2, 2), (1, 3, 1), (2, 1, 2), (2, 2, 1), (2, 4, 4), \\ (3, 1, 1), (3, 3, 4), (3, 4, 3), (4, 2, 4), (4, 3, 3), (4, 4, 2)\}$$

이므로  $a_3 = 12$  이다.

문제 2

1단계 1 여집합의 원소의 개수 구하기

$B_n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_i \in \{1, 2, 3, 4\}, x_1 + x_2 + \dots + x_n \text{ 은 } 5 \text{의 배수가 아니다.}\}$   
이라 놓고,

1단계 2 관계식을 유도

$b_n$  을 집합  $B_n$  의 원소의 개수라 하면,  $a_n + b_n = 4^n$ ,  $a_n = b_{n-1}$  이다. 따라서

$$a_n + a_{n-1} = 4^{n-1} \text{ 이다.}$$

문제 3

1단계 1 [문제 2]의 결과를 이용한 점화식 풀이

문제 2의 점화식으로부터

$$\begin{aligned} a_n &= 4^{n-1} - a_{n-1} \\ &= 4^{n-1} - 4^{n-2} + a_{n-2} \\ &= \dots \\ &= 4^{n-1} - 4^{n-2} + 4^{n-3} - \dots + (-1)^{n-2} a_2 \\ &= 4^{n-1} - 4^{n-2} + 4^{n-3} - \dots + (-1)^{n-2} 4 \\ &= \frac{4^{n-1} \left( 1 - \left( -\frac{1}{4} \right)^{n-1} \right)}{1 - \left( -\frac{1}{4} \right)} \\ &= \frac{4}{5} (4^{n-1} - (-1)^{n-1}) \end{aligned}$$

풀이 전략

문제 2

1 분석 1

$A_3$  의 원소에 하나의 성분을 추가해서는  $A_4$  의 원소가 만들어지지 않는다.  
(1, 1, 3)의 경우 이미 원소의 합이 5의 배수이므로 (1, 1, 3, x) 꼴은  $A_4$  에 존재할 수 없다.

2 분석 2

$n=3$ 인 경우 중 원소의 합이 5의 배수가 아닌 경우는 적절한 원소를 이용하여  $A_4$  의 원소를 만들 수 있다.

예를 들어 (1, 2, 3)의 경우 원소의 합이 6이므로 4를 이용하여,  $A_4$  의 원소 중 하나인 (1, 2, 3, 4)와 대응된다.

3 분석 3

원소의 합이 5의 배수라는 조건이 없는 집합

$\{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_i \in \{1, 2, 3, 4\} \text{ 은 원소의 개수가 } 4^n \text{ 개이다.}\}$

4 분석 4

위의 분석 1, 2, 3을 고려하면 단계 2의  $b_n$  도임을 착안할 수 있다.

문제 3

1 분석 1

예시답안의 방법 말고도, 문제 2에서 구한 관계식의 양변을  $4^n$  으로 나누어 풀 수도 있다.

$4 \cdot \frac{a_n}{4^n} + \frac{a_{n-1}}{4^{n-1}} = 1$  이 되어 익숙한 형태인  $A_n = pA_{n-1} + q$  의 꼴로 변형이 가능하다.

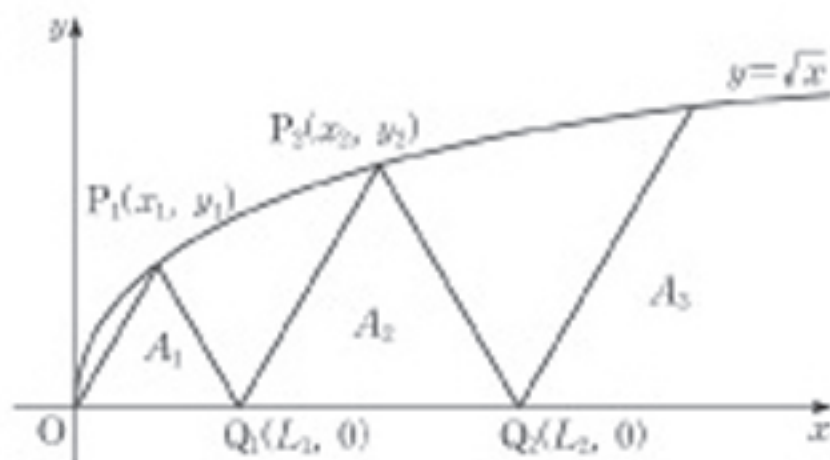




## 예상

문항 1 제시문을 읽고 주어진 논제에 대한 답안을 작성하시오. [30분]

(가) 곡선  $y = \sqrt{x}$  와  $x$ 축으로 둘러싸인 영역에 원점  $O (= Q_0)$ 와 곡선상의 한 점  $P_1$ ,  $x$ 축상의 한 점  $Q_1$ 으로 이루어진 정삼각형  $\triangle Q_0 P_1 Q_1$ 을  $A_1$ 이라 하고, 점  $Q_1$ 과 곡선상의 또 다른 점  $P_2$ ,  $x$ 축상의 또 다른 점  $Q_2$ 로 이루어진 정삼각형  $\triangle Q_1 P_2 Q_2$ 을  $A_2$ 라 하자. 이와 같은 방식으로 정삼각형을 만들어 갈 때, 정삼각형  $\triangle Q_{n-1} P_n Q_n$ 을  $A_n$ 이라 하고,  $A_n$ 의 한 변의 길이를  $l_n$ 이라 한다. 그리고  $L_n = \sum_{k=1}^n l_k$ 이다.



(나) 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ 이라 할 때,  $a_1 = S_1$ 이고,  $a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2)$ 이 성립한다.

### 논제 1

(1) 점  $P_1$ 의  $y$ 좌표  $y_1$ 의 값을 구하고, 이를 이용하여 정삼각형  $A_1$ 의 한 변의 길이  $l_1$ 의 값을 구하라. [8점]

(2) 정삼각형  $A_2$ 의 한 변의 길이  $l_2$ 의 값을 구하라. [7점]

### 논제 2

(1)  $Q_n$ 의  $x$ 좌표는  $L_n = l_1 + l_2 + \dots + l_n$ 이라고 한다.  $l_{n+1}$ 과  $L_n$ 의 관계식을 구하라. [15점]

(2) 정삼각형  $A_n$ 의 한 변의 길이의 일반항  $l_n$ 을 구하라. [10점]

## 학생들의 실제 답안을 통해 '합격요소'를 배운다!

학생들의 실제 답안을 직접 수록하고, 채점평을 통해 대학의 평가 기준에 맞춰 답안을 분석 수록함으로써 수리논술 답안을 작성할 때 유의할 점을 제시하였습니다.

## 수리 논술적 개념으로 논술의 기본기를 다진다!

수능, 평가원 기출문제, 교과서에서 다루어지는 증명 문제 및 수리논술 기본 문제로 구성되어 학생들이 수리논술 기출문제를 접하기 전 익숙한 문제로 수학 기본 개념을 연습하도록 하였습니다.

## 대학별 기출문제로 출제 경향을 파악한다!

주요 대학 수리논술 기출문제를 쉬운 문제와 어려운 문제로 나누어 배치하였고, 최근 수리논술 출제 경향에 맞춰 너무 어렵거나 교육과정에서 벗어난 문제는 다루지 않았습니다.

## 실전 모의논술로 실제 시험에 대비한다!

자신의 실력을 측정하기 위한 논술 실전모의고사와 해설을 수록하였습니다. 출제 가능성이 높은 예상 문제를 통해 실전 대응력을 키울 수 있습니다.

