[3회 18번 문항 - 2015.07.15. 추가. 1쇄에만 해당.]

※ 문항번호가 중복되어 들어갔습니다. 하나를 지워주세요.

18. 양수 x에 대하여 $\log x$의 지표를 $f(x)$, 가수를 $g(x)$라 할 때, 다음 조건을 모두 만족하는 자연수 n의 개수는? [4점]

(가) $1 < n < 1000$
(나) $f(3n) - f(2n) = 1$
(다) $g(n) \geq 2g(2)$

① 110 ② 111 ③ 112 ④ 113 ⑤ 114

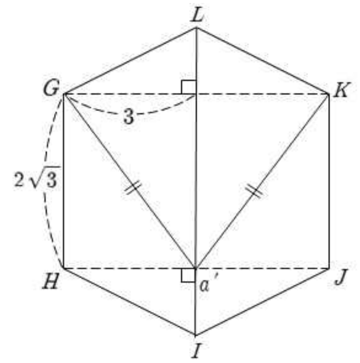
[2회 20번 문항 해설 - 2015.07.22. 추가. 1쇄 + 2쇄 일부 해당.]

※ 보다 다양한 풀이를 위해 다음과 같이 해설을 추가합니다. **문항 자체나 해설에 오류가 있는 것은 아닙니다.**

20. 답 :

공간적 사고능력을 요구하는 문제입니다.

다음 그림을 통해 정육각기둥 $ABCDEF-GHIJKL$의 한 밑면 $GHIJKL$를 살펴봅시다.



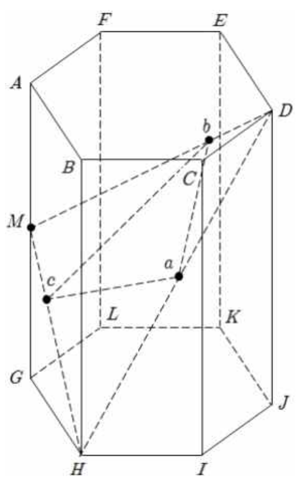
$\overline{Ga'}=\overline{Ka'}$이므로 점 a'은 점 G, K까지의 거리가 같은 점들의 집합인 직선 LI위에 위치합니다.

이때, 정육각형인 밑면의 한 변의 길이는 $2\sqrt{3}$이고 정육각형의 한 각의 크기는 $\frac{2\pi}{3}$이므로 삼각함수를 이용하여 $\overline{Ha'}=\overline{Ja'}$의 길이를 구하면 3입니다.

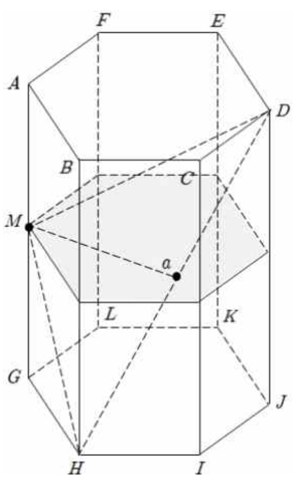
이때, $\overline{Ga'}=\overline{Ka'}=\sqrt{21}$이므로 피타고라스의 정리에 의해 점 a'에서 직선 LI와 직선 GK의 교점까지의 거리는

$\sqrt{(\sqrt{21})^2-3^2}=2\sqrt{3}$

따라서 점 a'는 직선 LI와 직선 HJ가 직교하는 교점이 됩니다.



<그림 1>



<그림 2>

<그림 1>을 참고하여 볼 때, **점** a, b, c**는 각각** $\overline{MH}, \overline{DM}, \overline{HD}$ **의 내분점들이므로** a, b, c**를 지나는 평면은 세 선분** $\overline{MH}, \overline{DM}, \overline{HD}$ **으로 둘러싸인 삼각형을 포함하는 평면과 같습니다.**

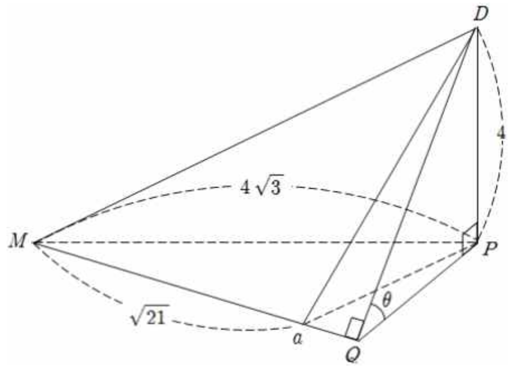
이 사실을 이용하여 다음 두 가지 방법으로 해결할 수 있습니다.

해결Ⅰ)

점 a, b, c를 지나는 평면이 밑면과 평행한 평면과 이루는 예각의 크기는 삼각형 MHD와 밑면과 평행한 평면이 이루는 각의 크기를 구하는 것과 같습니다.

점 a는 밑면으로부터의 거리가 4이므로 점 M과 높이가 같고, 밑면을 위로 4만큼 평행이동 시킨 평면을 α라고 하면 <그림 2>와 같이 점 M과 점 a는 평면 α에 위치하게 됩니다.

이때, 점 D에서 평면 α에 내린 수선의 발을 P, 점 D에서 선분 Ma의 연장선에 내린 수선의 발을 Q라고 하면 점들의 위치관계와 구하고자 하는 θ는 다음 그림과 같습니다.



$\overline{Ma}=\overline{Ga'}=\sqrt{21}$, $\overline{DP}=8-\overline{PJ}=4$, $\overline{Pa}=\overline{Ja'}=3$

이고 $\overline{MP}$의 길이는 정육각형의 도형의 성질에서 밑면의 한 변의 길이의 두 배인 $4\sqrt{3}$ 입니다. (정육각형에서 마주보는 두 꼭짓점을 이은 선분의 길이는 정육각형의 한 변의 길이의 두 배입니다. 정육각형을 합동인 정삼각형 6개로 분할함으로써 확인할 수 있습니다.)

이때, $\overline{DQ}\perp\overline{MQ}$, $\overline{DP}\perp\overline{PQ}$ 이므로 삼수선의 정리에 의해

$\overline{MQ}\perp\overline{PQ}$ 가 성립합니다.

따라서 피타고라스의 정리에 의해

$\overline{DM}=\sqrt{4^2+(4\sqrt{3})^2}=8$, $\overline{Da}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

$\overline{Qa}=x$라고하면 삼각형 MDQ에서

$(\overline{DM})^2=(\overline{MQ})^2+(\overline{DQ})^2 \quad\Rightarrow\quad 8^2=(\sqrt{21}+x)^2+(5^2-x^2)$

$\therefore x=\frac{3\sqrt{21}}{7}$

또, 삼각형 PQa에서

$(\overline{PQ})^2=(\overline{Pa})^2-(\overline{Qa})^2 \quad\Rightarrow\quad (\overline{PQ})^2=3^2-(\frac{3\sqrt{21}}{7})^2$

$\therefore\ \overline{PQ}=\dfrac{6\sqrt{7}}{7}$

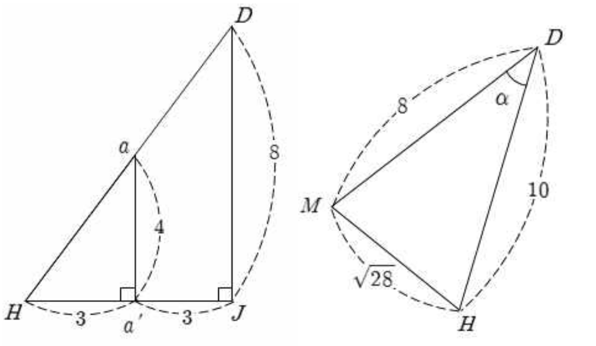
따라서 $\tan\theta=\dfrac{\overline{DP}}{\overline{PQ}}=\dfrac{4}{\dfrac{6\sqrt{7}}{7}}=\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$ 이고 $1+\tan^2\theta=\sec^2\theta$ 이므로 대입하면

$1+\left(\dfrac{2\sqrt{7}}{3}\right)^2=\sec^2\theta \quad \therefore \cos\theta=\dfrac{\sqrt{333}}{37}$

따라서 n 의 값은 333 입니다.

해결Ⅱ)

정사영의 넓이관계를 이용하여 두 평면이 이루는 각의 cos 값을 구할 수 있습니다.



삼각형 HJD을 살펴보면 그림과 같고 $\overline{Ha}=\overline{Da}$ 이므로 점 a는 점 H, D의 중점이 됩니다.

삼각형 MHD와 삼각형 MHD를 밑면에 정사영시킨 도형의 넓이의 비를 구한다면 a, b, c를 지나는 평면과 밑면을 포함하는 평면이 이루는 각의 코사인 값을 구할 수 있습니다.

먼저, 삼각형 MHD의 넓이를 구해봅시다. 피타고라스의 정리를 이용하여 삼각형의 세 변의 길이를 구할 수 있습니다.

위 그림에서 $\overline{DH}=\sqrt{6^2+8^2}=10$ 이고

$\overline{MH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+4^2}=2\sqrt{7}$, $\overline{DM}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+4^2}=8$

(문제에 있는 정육각기둥을 공간좌표에 있는 것처럼 생각하면 쉽게 이해할 수 있습니다.)

따라서 삼각형 MHD는 다음 그림과 같고 $\angle MDH$를 α라고 하면 변형된 제이코사인 법칙에 의해

$\therefore\ \cos\alpha=\dfrac{8^2+10^2-28}{2\times8\times10}=\dfrac{17}{20}$, $\sin\alpha=\sqrt{1-\left(\dfrac{17}{20}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{111}}{20}$

그러므로 삼각형 MHD의 넓이를 S라고 하면

$\therefore\ S=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{111}}{20}\times80=2\sqrt{111}$

이제 삼각형 MHD가 밑면을 포함하는 평면위로 정사영된 도형의 넓이를 구해봅시다.

M, H, D를 각각 밑면에 정사영하면 친절하게도, 각각 G, H, J에 해당합니다. 따라서 삼각형 MHD가 밑면을 포함하는 평면위로 정사영된 도형의 넓이를 S'라고 하면

$S'=\triangle GHJ$의 넓이 $=\dfrac{1}{2}\times6\times2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ 입니다.

결과적으로

$\therefore\ \cos\theta=\dfrac{S'}{S}=\dfrac{6\sqrt{3}}{2\sqrt{111}}=\dfrac{3\sqrt{333}}{111}=\dfrac{\sqrt{333}}{37}$

따라서 n의 값은 333 입니다.

[4회 21번 문항 + 해설 - 2015.07.23. 추가. 1~2쇄 해당.]

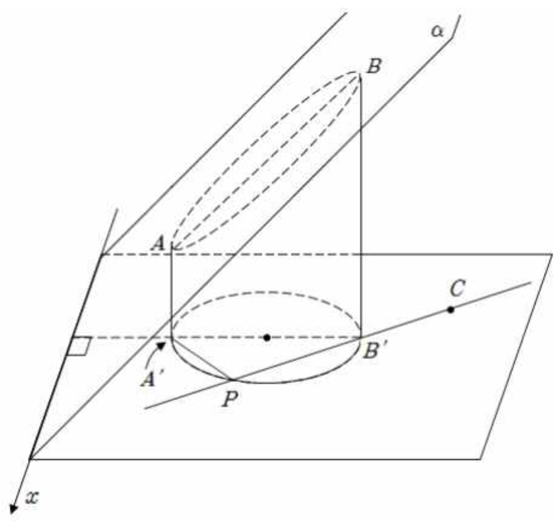
※ 문제 설명 아래서 2번째 줄에서 '직선 PB 위의~'를 '직선 PB' 위의~'로 바꿔주세요. (즉, 주어진 그림이 옳습니다.)

※ 문항과 해설의 그림에서 평면에 표시된 β를 지워주세요. 또, 해설의 '평면 β'를 'xy평면'으로 바꿔주세요.

※ 해설 마지막 부분의
$|\overrightarrow{PB'}|^2+|\overrightarrow{B'C}|^2 \geq 2\sqrt{|\overrightarrow{PB'}| \times |\overrightarrow{B'C}|}$ 를
$|\overrightarrow{PB'}|^2+|\overrightarrow{B'C}|^2 \geq 2\sqrt{|\overrightarrow{PB'}|^2 \times |\overrightarrow{B'C}|^2}$ 로 고쳐주세요.

21. 그림과 같이 평면 $\alpha : y=z$ 위의 두 점 A, B를 xy평면 위로 정사영시킨 점을 각각 A', B'라고 할 때, 직선 $A'B'$는 x축에 수직이고 점 A'로부터 x축까지의 거리는 4이다. 또, $\overline{A'B'}$를 지름으로 하는 원을 한 밑면으로 하고 두 점 A, B를 지나는 원기둥이 평면 α에 의하여 비스듬히 잘려 남은 입체도형의 부피가 128π이다. $\overline{A'B'}$를 지름으로 하는 원 위의 동점 P와 직선 PB' 위의 한 점 C에 대하여 $|\overrightarrow{PB'}|^2+|\overrightarrow{B'C}|^2=|\overrightarrow{A'B'}|^2$를 만족할 때, $|\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{B'C}|$의 최댓값은?

(단, 점 C는 원의 외부에 존재한다.) [4점]



① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

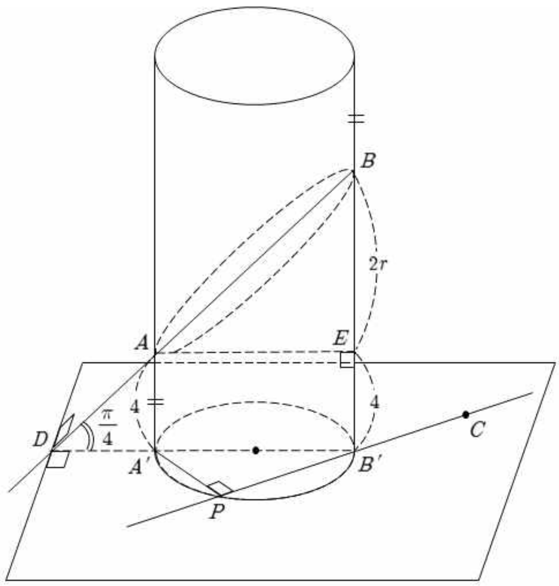
21. 답 :

평면 α위의 두 점 A, B의 xy평면 위로의 정사영은 각각 A', B'이므로 $\overleftrightarrow{A'B'} \perp \overleftrightarrow{AA'}$, $\overleftrightarrow{A'B'} \perp \overleftrightarrow{BB'}$이고, 직선 $A'B'$가 xy평면과 평면 α의 교선인 x축과 만나는 점을 D라고 하면 두 직선은 수직으로 만나므로 삼수선의 정리에 의하여 $\overleftrightarrow{AB} \perp x$축이 성립합니다.

이제 두 평면사이의 예각의 크기를 구해봅시다....

⋮

따라서 삼각형 ADA'에서 $\angle ADA' = \frac{\pi}{4}$이고, 문제에서 $\overline{DA'}=4$이므로 $\overline{AA'} = \overline{DA'}\tan\frac{\pi}{4}=4$입니다.



⋮

이제 $|\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{BC}|$를 구해 봅시다.
$\overline{BB'}$는 xy평면에 수직이므로 xy평면 위의 직선 $B'C$와도 수직입니다.

⋮

이때, 앞서 $|\overrightarrow{PB'}|^2+|\overrightarrow{B'C}|^2=64$이므로 합이 일정하고 따라서 산술· 기하 평균에 의해 다음이 성립합니다.
$|\overrightarrow{PB'}|^2+|\overrightarrow{B'C}|^2 \geq 2\sqrt{|\overrightarrow{PB'}|^2 \times |\overrightarrow{B'C}|^2}$
(등호는 $|\overrightarrow{PB'}|=|\overrightarrow{B'C}|$일 때 성립.)
따라서 $|\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{B'C}|$의 최댓값은 32입니다.

[1회 16번 해설 - 2015.07.26. 추가. 1~2쇄 해당.]

※ 해설 아래서 4번째 줄에서 '$a_1 = S_1 = 1$'을 '$a_1 = S_1 = 4$'로 바꿔주세요.

16. 답 :
다음과 같이 $n=1$일 때와 $n \ge 2$일 때의 두 가지 경우로 나누어 생각할 수 있습니다.

i) $n=1$일 때 :

$$1+2+\frac{1}{2}<\frac{S_1}{1}<1+4 \quad \Rightarrow \quad \frac{7}{2}<S_1<5$$

이때, $S_1 = a_1$이고 문제에서 a_n은 첫째항이 자연수인 등차수열이므로 이를 만족하는 a_1의 값은 4뿐입니다. $\therefore a_1 = 4$

ii) $n \ge 2$일 때 :
주어진 부등식의 각 변을 n으로 나누면

$1+\frac{2}{n}+\frac{1}{2n^2}<\frac{S_n}{n^2}<1+\frac{4}{n}$ 입니다.

이때,

$$\lim_{n\to\infty}\left\{1+\frac{2}{n}+\frac{1}{2n^2}\right\}=1, \ \lim_{n\to\infty}\left\{1+\frac{4}{n}\right\}=1$$

이므로 부등식의 성질에 의해 $\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n^2}=1$을 만족해야 합니다.
따라서 S_n의 최고차항의 차수는 2이고 계수는 1입니다.
또, 앞서 $a_1 = S_1 = 4$임을 밝혔으므로 위 사실을 종합하면
$S_n = n^2+3n$ (첫째항부터 등차수열을 만족하기 위해서는 S_n의 상수항이 0이어야 합니다.)
따라서 $S_n - S_{n-1} = a_n = 2n+2$이고 $a_{19} = 40$입니다.

[4회 [13-14]번 문항 + 해설 - 2015.08.08. 추가. 1~2쇄 해당.]

※ 문제 설명 마지막에 다음과 같이 조건을 추가해주세요.

※ 14번 문항의 매끄러운 발문과 문제의 완성도를 위해 질문을 다음과 같이 바꿔 풀어주세요. (빨간색으로 밑줄 친 부분이 추가된 부분입니다. 문제의 상황을 제한하기 위해 추가합니다.)

※ 문제의 완성도와 정확한 이해를 위해 14번 문항의 해설 마지막에 다음과 같이 보조설명을 추가해 주세요.

[13－14] 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $(2,0)$을 지나는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프가 x축과 서로 다른 세 점에서 만난다. **13번과 14번**의 두 물음에 답하시오. (단, $f(0)>0$이고 $x=2$는 $f(x)=0$을 만족하는 가장 큰 실근이다.)

⋮

14. $g(x)=x^3+kx+2$일 때, $f'(2)\le g'(2)$를 만족하는 $f(x)$에 대하여 $y=f(x)$의 그래프 위의 한 점 $(2,f(2))$에서 그은 접선의 방정식을 $l(x)$라고 하자. $y=l(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프와 접하고 $l(x)=g(x)$를 만족시키는 세 실근을 각각 α,β,γ라 할 때, $0<\alpha\le\beta\le3$을 만족한다. 위의 조건을 만족시키는 k의 최솟값은? [4점]

① -8　② -7　③ -6　④ -5　⑤ -4

14. 답 :

근과 계수와의 관계를 활용하는 심화문제입니다.

$y=f(x)$의 그래프 위의 한 점 $(2,f(2))$에서 그은 접선의 기울기를 m이라고 할 때, 접선의 방정식 $l(x)$는 $(2,0)$을 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식이므로 $l(x)=m(x-2)$입니다.

따라서 α,β,γ는.......

⋮

따라서 k의 최솟값은.....

※ 접점의 x좌표인 α가 항상 $0<\alpha\le3$을 만족함을 다음과 같이 증명할 수 있습니다.

$g(x)=x^3+kx+2$를 미분하여 도함수와 이계도함수를 구하면

$g'(x)=3x^2+k$, $g''(x)=6x$

따라서 삼차함수 $y=g(x)$의 그래프는 (0,2)에서 변곡점을 가집니다.

또, $x>0$에서 $g'(x)>0$이므로 그래프의 개형은 아래로 볼록하므로 $x_1<x_2$를 만족하는 x_1,x_2에 대하여 $g'(x_1)<g'(x_2)$가 성립합니다.

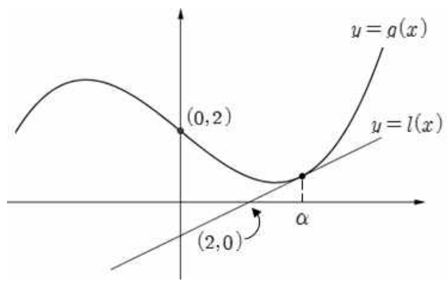
이를 이용하여 $f'(2)\le g'(2)$를 만족하는 $f(x)$에 대하여 다음과 같이 그래프를 이용하여 생각해 볼 수 있습니다.

(※ $y=l(x)$의 기울기가 $f'(2)$입니다!)

ⅰ) $y=l(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프와 접하는 접점의 x좌표가 2보다 큰 경우 :

$f'(2)=g'(\alpha)$이고 $2<\alpha$이므로 $g'(2)<g'(\alpha)=f'(2)$입니다.

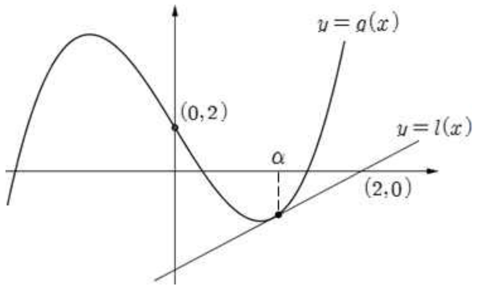
따라서 $f'(2)>g'(2)$이므로 **성립하지 않습니다.**



ⅱ) $y=l(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프와 접하는 접점의 x좌표가 2보다 같거나 작은 경우 :

$f'(2)=g'(\alpha)$이고 $\alpha\le2$이므로 $g'(\alpha)=f'(2)\le g'(2)$입니다.

따라서 $f'(2)\le g'(2)$이므로 **성립합니다.**



(※이해를 돕기 위해 축의 비율을 기존과 달리함.)

결과적으로, $f'(2) \le g'(2)$을 만족하는 $f(x)$에 대하여 α의 값은 $0 < \alpha \le 2$를 만족하므로 α는 항상 $0 < \alpha \le 3$을 만족합니다.

[5회 26번 문항 + 해설 - 2015.08.08. 추가. 1~2쇄 해당.]

※ 문제 위에서 세 번째 줄의 “90%”를 “50%”로, 아래서 세 번째 줄의 “0.392”를 “0.098”로 바꿔주세요.

※ 따라서 해설지의 ‘한눈에 보는 정답’과 해설의 계산 역시 다음과 같이 수정합니다. 문제를 수정하는 이유는 표면적으로는 답이 도출되는 것 같으나 **추출인원이 충분히 크지 않아 통계의 기본 원리에 어긋나기 때문**입니다.
(수정 후에도 풀이 방법은 변함이 없습니다.)

26. 청소년들의 스마트폰 이용 중 불안 증세에 대하여 알아보기 위해 청소년 n명을 임의로 추출하여 조사한 결과 50%가 스마트폰의 배터리가 20% 이하가 되면 심한 불안함을 느낀다고 한다. 이 결과를 이용하여 전체 청소년들 중 스마트폰의 배터리가 20% 이하가 되면 심한 불안함을 느끼는 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이가 0.098보다 크지 않을 때, 추출해야 할 청소년의 최소인원을 구하시오. (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$로 계산한다.) [4점]

26. 답 :

문제에서 임의로 추출한 청소년들 중 50%가 자신의 스마트폰의 배터리가 20% 이하가 되면 심한 불안함을 느끼므로 $\hat{p} = \frac{1}{2}$입니다.

따라서 전체 청소년들 중 스마트폰의 배터리가 20% 이하가 되면 심한 불안함을 느끼는 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이는

$$2 \times 1.96 \times \frac{\sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}}{\sqrt{n}} = \frac{2 \times 1.96}{2\sqrt{n}} = \frac{1.96}{\sqrt{n}}$$

이 값이 0.098보다 크지 않으므로

$$\frac{1.96}{\sqrt{n}} \le 0.098$$

양변을 정리하면

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \le \frac{1}{20} \qquad \therefore 400 \le n$$

따라서 추출해야 할 청소년의 최소인원은 400명입니다.

[2회 9번 문항 + 해설 - 2015.08.08. 추가. 1~2쇄 해당.]

※ 문제와 해설에서 $\cos\theta$를 $\cos x$로 바꿔주세요.

9. 양의 실수 a, b에 대하여

$$\lim_{x\to+0}\frac{\{\sin 3x - \ln(x+1)\}(1-\cos x)}{x^a}=b$$

가 성립할 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

9. 답 :

문제의 조건에서 a, b가 둘 다 양수이므로 주어진 극한이 수렴하되 0이 아닌 값에 수렴해야 합니다.

$$\lim_{x\to+0}\frac{\{\sin 3x - \ln(x+1)\}}{x}=\lim_{x\to+0}\left(\frac{\sin 3x}{x}-\frac{\ln(x+1)}{x}\right)=3-1=2$$

따라서 식을 정리하면

$$\lim_{x\to+0}\frac{\{\sin 3x - \ln(x+1)\}(1-\cos x)}{x^a}$$

$$=\lim_{x\to+0}\frac{\{\sin 3x - \ln(x+1)\}}{x}\times\frac{1-\cos x}{x^{a-1}}$$

$$=\lim_{x\to+0}2\times\frac{(1-\cos x)(1+\cos x)}{x^{a-1}(1+\cos x)}$$

$$=\lim_{x\to+0}\frac{2\sin^2 x}{x^{a-1}(1+\cos x)}$$

$$=\lim_{x\to+0}\frac{2\sin^2 x}{x^2}\times\frac{1}{x^{a-3}(1+\cos x)}=\lim_{x\to+0}\frac{1}{x^{a-3}}=b$$

이때, b는 0이 아니므로 $\lim_{x\to+0}\frac{1}{x^{a-3}}$이 0이 아닌 값으로 수렴하기 위해서는 a의 값은 3이고 그때 b의 값은 1입니다. 따라서 $a+b$의 값은 4입니다.

[2회 6번 문항 - 2015.08.08. 추가. 1쇄~2쇄 해당.]

※ 문항번호가 중복되어 들어갔습니다. 하나를 지워주세요.

6. 두 사건 A, B가 독립이고 $1+3P(A \cap B) = 3P(A)+P(B)$ 일 때, $36P(A)$의 값을 구하시오. (단, $P(B) \neq 1$) [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

[2회 12, 14번 문항 - 2015.08.12. 추가. 1~2쇄 해당.]

※ 문항번호가 중복되어 들어갔습니다. 하나를 지워주세요.

12. 함수 $f(x)=x^3+ax$에 대하여 $y=f(x)$의 그래프의 변곡점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원을 C라고 할 때, 점 $P(2,3)$에서 원 C에 그은 두 접선이 접하는 두 접점을 이은 직선을 l이라고 하자. $y=f(x)$위의 한 점 $(1,f(1))$에서의 접선과 직선 l이 평행할 때, $3a$의 값은? [3점]

① -7 ② -8 ③ -9 ④ -10 ⑤ -11

14. $a=e$일 때, C_nⓔ 의 네 꼭짓점 중 $y=e^x$의 그래프 위에 있지 않은 두 꼭짓점을 이은 직선의 기울기를 m_n이라 하자. $-\sum_{k=1}^{\infty} m_k$의 값을 $\frac{q}{(e-p)^2}$이라 할 때, $10p+q$의 값은?

(단, p와 q는 정수이다.) [4점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

[2회 15번 문항 + 해설 - 2015.08.12. 추가. 1~2쇄 해당.]

※ 밑줄 친 부분의 x를 θ로 바꿔주세요.

15. 일차변환 f를 나타내는 행렬이 $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$일 때, 좌표평면 위의 원 $C: (x-2)^2+y^2=r^2$은 일차변환 f에 의해 원 C'로 옮겨진다. θ에 대하여 두 원 C, C'의 교점의 개수를 $g(\theta)$라고 할 때, 열린구간 $(0, \frac{\pi}{2})$에서 $y=g(\theta)$의 그래프는 $\theta=\frac{\pi}{6}$에서만 불연속이다. r^2의 값은? [4점]

① $2+\sqrt{2}$ ② $2-\sqrt{2}$ ③ 2
④ $2-\sqrt{3}$ ⑤ $2+\sqrt{3}$

15. 답 :

일차변환 f를 나타내는 행렬이 $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$이므로 f는 원점을 중심으로 θ라디안만큼 회전시키는 회전변환입니다.

이때, 반지름의 길이가 같은 두 원의 위치관계는 다음과 같이 나눌 수 있습니다.

ⅰ) 두 원이 일치한다. ⅱ) 두 원이 두 점에서 만난다.

ⅲ) 두 원이 한 점에서 만난다. (외접한다.)

ⅳ) 두 원이 만나지 않는다.

따라서 열린구간 $(0, \frac{\pi}{2})$에서 원이 서서히 회전하면서 교점의 개수가 바뀌게 되며 문제에서 $\theta=\frac{\pi}{6}$에서 불연속이므로 θ의 범위에 따라 $g(\theta)$의 값은 다음과 같이 달라집니다.

$0<\theta<\frac{\pi}{6}$일 때 : C, C'가 두 점에서 만난다. ($\therefore g(\theta)=2$)

$\theta=\frac{\pi}{6}$일 때 : C, C'가 한 점에서 만난다. ($\therefore g(\theta)=1$)

$\frac{\pi}{6}<\theta<\frac{\pi}{2}$일 때 : C, C'가 만나지 않는다. ($\therefore g(\theta)=0$)

원 $C: (x-2)^2+y^2=r^2$의 중심은 $(2,0)$이고 $\theta=\frac{\pi}{6}$일 때, 일차변환 f에 의해

$$\begin{pmatrix} \cos\frac{\pi}{6} & -\sin\frac{\pi}{6} \\ \sin\frac{\pi}{6} & \cos\frac{\pi}{6} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}$$

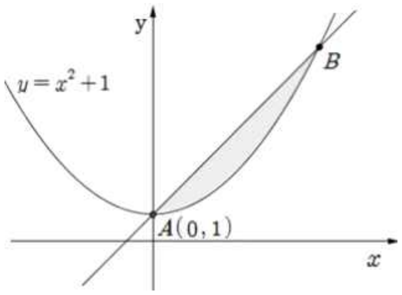
로 옮겨집니다. 따라서 $\theta=\frac{\pi}{6}$일 때, 두 원 C, C'의 위치관계는 다음과 그림과 같습니다.....

⋮

[3회 11번 문항 - 2015.08.25. 추가. 1~3쇄 해당.]

※ 밑줄 친 부분의 $A(1,0)$을 $A(0,1)$로 바꿔주세요. 즉, 그림이 옳습니다. 풀이에는 이상이 없습니다.
(♣ $y=x^2+1$은 $(1,0)$을 지나지 않기 때문에 그림을 보고 자연스럽게 푸셨을거라 생각합니다.)

11. 그림과 같이 $y=x^2+1$의 그래프와 기울기가 양수인 직선의 방정식이 서로 다른 두 점 $A(0,1)$과 B에서 만난다. 점 B의 x좌표를 k라고 할 때, $y=x^2+1$의 그래프와 직선으로 둘러싸인 부분을 y축 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피가 $\frac{\pi}{24}$이다. k^2의 값은? [3점]



① $\frac{1}{4}$　② $\frac{3}{8}$　③ $\frac{1}{2}$　④ $\frac{5}{8}$　⑤ $\frac{3}{4}$

[3회 21번 문항 - 2015.08.26. 추가. 1~3쇄 해당.]

※ **국어적**인 오타입니다. 발문의 아래서 두 번째 줄의
'P와 O_2를 지름으로 하는'을
'P와 O_2를 지름의 양끝으로 하는'으로 고쳐주세요.

21. 좌표평면 위에 두 원

$$C_1 : x^2 + y^2 = 1 \quad , \quad C_2 : (x-4)^2 + y^2 = 9$$

가 있다. C_1의 중심을 O_1, C_2의 중심을 O_2라고 할 때, 원 C_3는 직선 $y = (\tan\theta)x$ 위의 한 점 O_3를 중심으로 하고, C_1, C_2에 외접하는 반지름이 r인 원이다. 원 C_3와 직선 $y = (\tan\theta)x$가 만나는 두 점들 중, x좌표의 값이 더 큰 점을 P라 할 때, P와 O_2를 지름의 양끝으로 하는 원은 점 $Q(1, 0)$을 지난다. r의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, $\sin\theta > \frac{3}{4}$) [4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

[2회 29번 문항 - 2015.08.28. 추가. 1~3쇄 해당.]

※ 문제의 마지막에 '단, a와 b는 서로소인 자연수이다.'라는 조건을 추가해 주세요. 문제의 답에는 이상이 없습니다.

29. $1 < A < B < 1000$을 만족시키는 두 실수 A, B에 대하여 다음 조건을 만족한다.

< 조 건 >

(가) $[\log A], [\log B]$는 $x^2 - px + 2$ (단, p는 실수)의 두 실근이다.

(나) $\log AB - ([\log A] + [\log B]) + 2 = p$

(다) B는 A의 정수배이다.

A의 값을 큰 순서대로 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_{98}$이라고 할 때, 자연수 $k (1 \le k \le 98)$에 대하여 A_k일 때의 B의 값을 B_k라고 하자. $\log A_9 \times \log B_9$의 값을 $\frac{b}{a}$라고 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 서로소인 자연수이다.) [4점]

[3회 1번 문항 - 2015.08.28. 추가. 1~3쇄 해당.]

※ 다음과 같이 등호를 삽입해 주세요. 문제의 답에는 이상이 없습니다.

1. 두 벡터 $\vec{p}=(2,3,-5)$, $\vec{q}=(1,1,k)$가 수직일 때, 실수 k의 값은? [2점]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

[5회 17번 문항 - 2015.08.28. 추가. 1~3쇄 해당.]

※ 다음과 같이 문제 마지막에
'단, 함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 미분가능하다.'는 조건을 추가해 주세요. 문제의 답에는 이상이 없습니다.

17. 모든 실수 x, y에서 정의되는 함수 f에 대하여

$$f(x+y)=f(x)f(y)\ ,\ f(1)=2\ ,\ f(x)>0$$

을 만족시킬 때, 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?
(단, 함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 미분가능하다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $f(0)=1$

ㄴ. $f(-x)=\dfrac{1}{f(x)}$

ㄷ. $f'(0)=\ln 2$ 일 때, $f'(2)=2\ln 2$ 이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ,ㄴ
④ ㄱ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

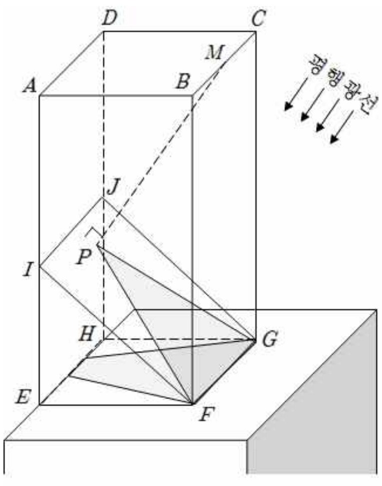
[5회 20번 문항 - 2015.08.28. 추가. 1~3쇄 해당.]

※ 보다 평가원다운 발문을 위해 표현을 다음과 같이 수정합니다. **문제의 풀이에는 조금도 이상이 없습니다.**

20. 그림과 같이 밑면이 한 변의 길이가 4인 정사각형이고 높이가 8인 직육면체 모양의 유리 상자 $ABCD-EFGH$의 한 모서리가 책상 끝에 맞닿아있다. 선분 BC의 중점을 M이라고 하고 점 A, D로부터 각각 같은 거리만큼 떨어져있는 $\overline{AE}, \overline{DH}$ 위의 점을 각각 I, J라고 할 때, 점 P는 점 M에서 평면 $FGJI$에 내린 수선의 발이다. 평면 $FGJI$와 수직인 평행광선에 의해 밑면 $EFGH$에 생기는 $\triangle FGP$의 그림자의 넓이가 $\frac{32}{3}$일 때,

$\triangle FGP$의 넓이는 $\frac{q}{p}$이다, $p+q$의 값은?

(단, p와 q는 서로소인 자연수이고 유리상자의 두께는 무시한다.) [4점]

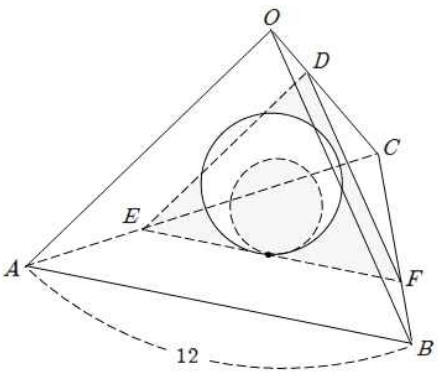


① 45 ② 47 ③ 49 ④ 51 ⑤ 53

[1회 20번 문항 - 2015.09.14. 추가. 1~4쇄 해당.]

※ 정확한 상황표현을 위해 그림을 다음과 같이 수정합니다.

20. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 구가 한 변의 길이가 12인 정삼각형 ABC를 밑면으로 하고 옆면이 모두 합동인 이등변삼각형으로 이루어진 삼각뿔 $OABC$에 내접한다. $\overline{OC}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 $1:2$로 내분하는 점을 차례로 D, E, F라고 할 때, 이 구가 평면 DEF와 만나서 생기는 도형을 평면 ABC로 정사영시킨 도형의 넓이는? [4점]



① $\frac{3}{2}\pi$ ② $\frac{7}{4}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{9}{4}\pi$ ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

[2회 29번 문항 - 2015.09.18. 추가. 1~4쇄 해당.]

※ 다음과 같이 등호를 추가하여 '방정식'으로 만들어주세요.

29. $1 < A < B < 1000$ 을 만족시키는 두 실수 A, B 에 대하여 다음 조건을 만족한다.

< 조 건 >

(가) $[\log A], [\log B]$ 는 $x^2 - px + 2 = 0$(단, p 는 실수)의 두 실근이다.

(나) $\log AB - ([\log A] + [\log B]) + 2 = p$

(다) B는 A의 정수배이다.

A의 값을 큰 순서대로 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_{98}$ 이라고 할 때, 자연수 $k\,(1 \le k \le 98)$에 대하여 A_k일 때의 B의 값을 B_k라고 하자. $\log A_9 \times \log B_9$의 값을 $\dfrac{b}{a}$ 라고 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 서로소인 자연수이다.) [4점]

<회차별 예상 등급컷 (수능 기준) 2015.09.14. 업데이트>

	1회	2회	3회	4회	5회
1등급	93	90	89	92	92
2등급	86	83	81	82	84

** 채점 후 자신의 점수를 wish_blows@naver.com으로 보내주시면 보다 정확한 등급컷 산출에 도움이 됩니다. 많은 참여 부탁드립니다. (메일로 받은 점수는 절.대.로 어느 누구에게도 누설되지 않습니다. 메일로 장난치시면 안됩니다!)

** 등급컷은 수시로 업데이트됩니다.

※ 사과문

○ 학습에 불편을 드려 대단히 죄송합니다.