

## 제 2 교시

2016학년도 SMA 모의고사 2회 문제지

# 수학 영역 (A 형)

홀수형

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형(A 형/B 형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.  
**높이 부는 겨울 바람에 노래를 칩니다**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.  
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.



제 2 교시

## 수학 영역(A형)

홀수형

## 5지선다형

1.  $\log_2 6 + \log_2 \frac{8}{3}$  의 값은? [2점]

① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

2. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & a \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A+B$ 의 모든 성분의 합이 9일 때, 상수  $a$ 의 값은? [2점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 한 개의 동전을 4번 던질 때, 앞면이 2번 나올 확률은? [2점]

①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{5}{16}$       ③  $\frac{3}{8}$       ④  $\frac{7}{16}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

4. 그래프  $G$ 의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬이 다음과 같을 때, 그래프  $G$ 의 꼭짓점의 개수와 변의 개수의 합은? [3점]

$$\begin{pmatrix} 0 & a & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & c \\ 0 & 1 & b & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n+1 - \sqrt{n^2+n})$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

7.  $\int_{-1}^1 (3x^2 + 2x + a) dx = 10$  일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6. 함수  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ 의

값은? [3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

## 8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+a & (x < 1) \\ 2x+1 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B\left(72, \frac{2}{3}\right)$ 를 따를 때, 확률변수  $2X+3$ 의 표준편차는? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

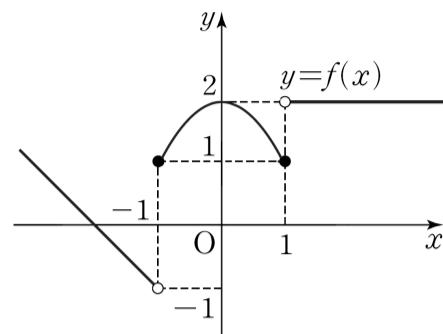
10. 지진계에 기록된 지진파의 진폭을  $A$ mm, 지진의 PS시를  $t$ 초라 할 때, 지진의 규모  $M$ 을 다음과 같은 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$M = \log A + 3\log 8t - 2.9$$

지진계에 기록된 지진파의 진폭이 6mm이고, PS시가 8초인 지진의 규모를  $M_1$ , 지진계에 기록된 지진파의 진폭이 30mm이고, PS시가 16초인 지진의 규모를  $M_2$ 라 할 때,  $M_2 - M_1$ 의 값은? (단,  $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.) [3점]

- ① 1.5      ② 1.6      ③ 1.7      ④ 1.8      ⑤ 1.9

11. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

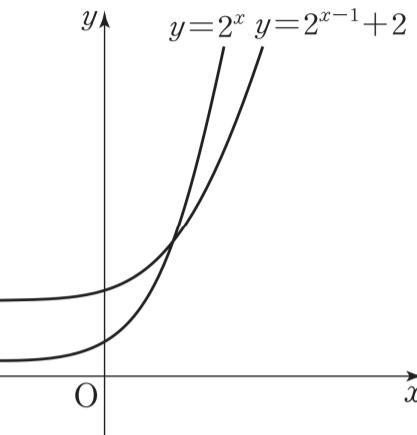
12. 두 사건  $A, B$ 는 서로 배반사건이고

$$P(A \cap B^C) = \frac{1}{3}, \quad \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{3}{2}$$

일 때,  $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{7}{12}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{3}{4}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

[13~14] 두 곡선  $y=2^x$ 과  $y=2^{x-1}+2$ 에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 두 곡선  $y=2^x$ ,  $y=2^{x-1}+2$ 가  $y$ 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 곡선  $y=2^x$ 과  $y=2^{x-1}+2$ 의 교점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

14. 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $x=n$ 과 두 곡선  $y=2^x$ ,

$y=2^{x-1}+2$ 와 만나는 점을 각각  $P_n$ ,  $Q_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^7 \overline{P_n Q_n}$ 의 값은? [4점]

- ① 115      ② 117      ③ 119      ④ 121      ⑤ 123

15. 1, 1, 2, 3의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4개의 공이 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 두 공에 적혀 있는 숫자의 합을 확률변수  $X$ 라 하자.  $E(X)$ 의 값은? [4점]

①  $\frac{7}{2}$       ②  $\frac{43}{12}$       ③  $\frac{11}{3}$       ④  $\frac{15}{4}$       ⑤  $\frac{23}{6}$

16. 함수

$$f(x) = x^2 - 2x \int_{-1}^1 f(t)dt + \int_{-1}^1 f(t)dt$$

에 대하여  $f(1)$ 의 값은? [4점]

①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③ 1      ④  $\frac{4}{3}$       ⑤  $\frac{5}{3}$

17. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 2$ 이고,  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 에 대하여

$$(n+1)a_{n+1} + nS_n = 0 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항  $a_n$ 을 구하는 과정이다.

자연수  $n$ 에 대하여  $S_{n+1} - S_n = a_{n+1}$ 이므로

$$(n+1)(S_{n+1} - S_n) + nS_n = 0 \quad (n \geq 1)$$

이다. 따라서

$$S_{n+1} = \frac{1}{n+1} \times S_n$$

이고,  $S_1 = 2$ 이므로

$$S_n = \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 그러므로  $a_1 = 2$ 이고,

$$a_n = \boxed{\text{(나) }} \quad (n \geq 2)$$

이다.

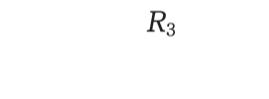
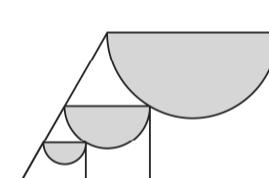
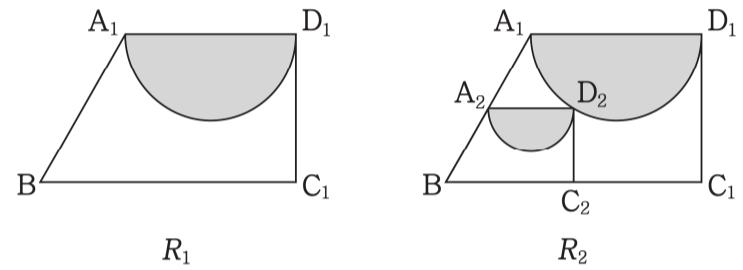
위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ 이라 할 때,

$\frac{g(7)}{f(8)}$ 의 값은? [4점]

- ① -56    ② -52    ③ -48    ④ -44    ⑤ -40

18. 사다리꼴  $A_1BC_1D_1$ 에서  $\overline{A_1B} = \overline{A_1D_1} = 2$ ,  $\overline{BC_1} = 3$ 이고, 선분  $C_1D_1$ 은 선분  $A_1D_1$ 과 선분  $BC_1$ 에 모두 수직이다. 그림과 같이 중심이 선분  $A_1D_1$ 의 중점이고, 지름의 길이가  $\overline{A_1D_1}$ 인 반원을 사다리꼴  $A_1BC_1D_1$ 의 내부에 그리고 새로 그려진 반원에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 선분  $A_1B$ , 선분  $BC_1$ , 호  $A_1D_1$  위의 점 중 양 끝점이 아닌 점  $A_2$ ,  $C_2$ ,  $D_2$ 와 점  $B$ 를 꼭짓점으로 하고 사다리꼴  $A_1BC_1D_1$ 과 닮은 사다리꼴  $A_2BC_2D_2$ 를 그린다. 사다리꼴  $A_2BC_2D_2$ 에서 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 반원에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



...

$R_3$

...

- ①  $\frac{2}{3}\pi$     ②  $\frac{3}{4}\pi$     ③  $\frac{5}{6}\pi$     ④  $\frac{11}{12}\pi$     ⑤  $\pi$

19. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가

$$AB^2 + A = 2E, \quad A^2B + 2A = O$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?  
(단,  $E$ 는 단위행렬이고,  $O$ 는 영행렬이다.) [4점]

<보기>

- ㄱ.  $A$ 와  $B$ 의 역행렬이 모두 존재한다.
- ㄴ.  $B^2 + B + E = O$
- ㄷ.  $A^2 + 4B^2 = -4E$

- ① ㄱ      ② ㄷ      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 어느 공장에서 생산되는 막대과자 1개의 길이는 모평균이  $m$ 이고, 모표준편차가 2인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 막대과자 가운데 16개를 임의추출하여  $m$ 의 값을 신뢰도  $\alpha\%$ 로 추정한 신뢰구간이  $[\bar{x}-b, \bar{x}+b]$ 이고, 이 공장에서 생산된 막대과자 가운데 임의로 선택한 막대과자 1개의 길이가  $m+2b$  이상일 확률이 0.179 일 때, 상수  $\alpha$ 의 값은? (단, 길이의 단위는 cm이다.) [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.46	0.177
0.92	0.321
1.38	0.416
1.84	0.467

- ① 35.4      ② 64.2      ③ 82.1      ④ 83.2      ⑤ 93.4

21. 함수  $f(x) = |x^3 - nx^2 + 3n|$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 자연수  $n$ 의 개수는? [4점]

(가) 함수  $f(x)$ 는 서로 다른 세 점에서 극솟값을 갖는다.  
(나) 방정식  $f(x) = f(n)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

## 단답형

22.  $\lim_{x \rightarrow 0} (x-3)(x-4)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23.  $\left(2x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 상수항을 구하시오. [3점]

24. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 3, \quad \frac{a_4}{a_3} = 2$$

일 때,  $a_6$ 의 값을 구하시오. [3점]

26.  $x, y$ 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} a-1 & 4 \\ a+2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가)  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하는 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n - \frac{6n}{n+2} \right) = 3$  일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( a_n + \frac{8n}{n+1} \right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

# 수학 영역(A형)

11

27. 함수  $f(x) = x^3 + x^2 + ax$ 의 역함수가 존재하도록 하는 실수  $a$ 의 최솟값은  $p$ 이다.  $60p$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_{n+1} - a_n = 2n + 4 \quad (n \geq 1)$

(나)  $a_2 + a_3 = 24$

$a_5$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 함수  $f(x) = x^3 - x^2 + x - 2$  위의 점  $(1, -1)$ 에서의 접선과  
곡선  $y = f(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는  $\frac{q}{p}$ 이다.  $10p+q$ 의  
값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b$ 의 순서쌍  
 $(a, b)$ 의 개수가 10이 되도록 하는 자연수  $m, n$ 의 순서쌍  
 $(m, n)$ 의 개수를 구하시오. (단,  $m < n \leq 100$ ) [4점]

- (가)  $b \geq a^2$   
(나)  $\log_2(a+m) \leq b \leq \log_2(a+n)$

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인  
하시오.



※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.