2회 해설 16쪽

두 번째 그림 아래 <u>조건 (나)</u> → <u>조건 (다)</u>

3회 15번 문제

15. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} ax^2 & (x \geq 2) \\ 3x+2 & (x < 2) \end{cases}, \quad g(x)=|2x-4|$$

이고, 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,
상수 a의 값은? [4점]

① -8 ② -5 ③ -2 ④ 1 ⑤ 4

3회 15번 해설

15. ③

함수 $f(x)g(x)$가 $x=2$에서 미분가능하므로 $x=2$에서 미분계수의 좌극한과 우극한이 같아야 합니다. 즉, $\lim\limits_{x \to 2-0}\{f(x)g(x)\}' = \lim\limits_{x \to 2+0}\{f(x)g(x)\}'$이어야 합니다.

$f'(x)=\begin{cases} 2ax & (x>2) \\ 3 & (x<2) \end{cases}$이고 $g'(x)=\begin{cases} 2 & (x>2) \\ -2 & (x<2) \end{cases}$이므로

$$\lim_{x \to 2-0}\{f(x)g(x)\}' = \lim_{x \to 2-0}\{f'(x)g(x)+f(x)g'(x)\} = \lim_{x \to 2-0}\{2ax(2x-4)+ax^2 \times 2\} = 8a,$$

$$\lim_{x \to 2+0}\{f(x)g(x)\}' = \lim_{x \to 2+0}\{f'(x)g(x)+f(x)g'(x)\} = \lim_{x \to 2+0}\{3(-2x+4)+(3x+2)\times(-2)\} = -16$$

이고, $8a=-16$에서 $a=-2$입니다.