3. 반지름의 길이가 2인 구가 평면 α에 접하고, 평면 β가 평면 α와 이루는 각이 45°이다.

구의 중심을 O, 점 O에서 평면 α와 평면 β의 교선에 내린 수선의 발을 H라 하자.

중심 O에서 평면 α에 내린 정사영이 O'일 때 $\overline{O'H} = 4$이다.

구와 평면 β가 만나서 생기는 원을 C라 하고, 원 C위의 두점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{OH} = 0$

(나) 직선 PQ는 원 C의 중심을 지난다.

평면 α와 세점 O, H, P를 포함하는 평면이 이루는 각의 크기를 θ라 할때 $\cos^2\theta = \frac{q}{p}$이다.

$p + q$의 값을 구하시오. [4점]