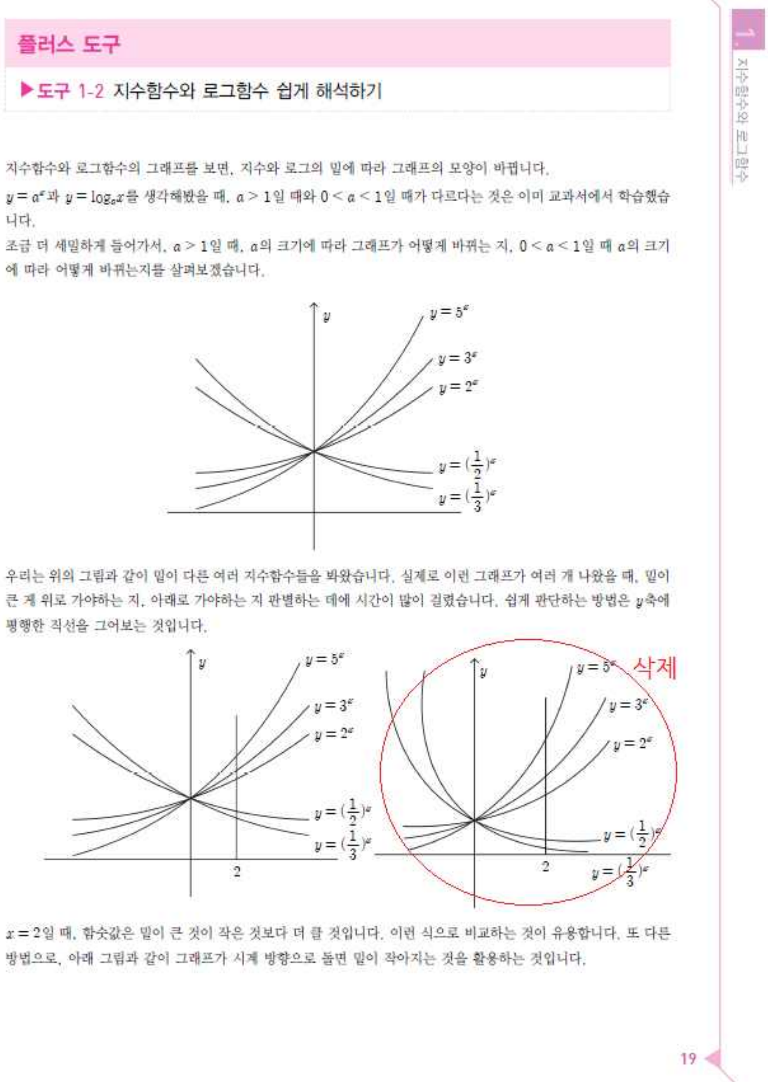
* 설명이 많은 책이라서 사소하게 오타가 난 부분부터 내용상 헷갈릴 수 있는 부분까지 고쳐야 할 부분이 좀 있습니다. 학습에 불편을 드려 죄송하고, 더 철저하게 검토하지 못해 죄송합니다.

1. (1쇄)

p.19

이 페이지의 세 개의 그림 중 아래의 두 그림에서, 오른쪽 그림을 삭제해주세요.



플러스 도구

▶도구 1-2 지수함수와 로그함수 쉽게 해석하기

지수함수와 로그함수의 그래프를 보면, 지수와 로그의 밑에 따라 그래프의 모양이 바뀝니다.

$y = a^x$과 $y = \log_a x$를 생각해봤을 때, $a > 1$일 때와 $0 < a < 1$일 때가 다르다는 것은 이미 교과서에서 학습했습니다.

조금 더 세밀하게 들어가서, $a > 1$일 때, a의 크기에 따라 그래프가 어떻게 바뀌는 지, $0 < a < 1$일 때 a의 크기에 따라 어떻게 바뀌는지를 살펴보겠습니다.

우리는 위의 그림과 같이 밑이 다른 여러 지수함수들을 봐왔습니다. 실제로 이런 그래프가 여러 개 나왔을 때, 밑이 큰 게 위로 가야하는 지, 아래로 가야하는 지 판별하는 데에 시간이 많이 걸렸습니다. 쉽게 판단하는 방법은 y축에 평행한 직선을 그어보는 것입니다.

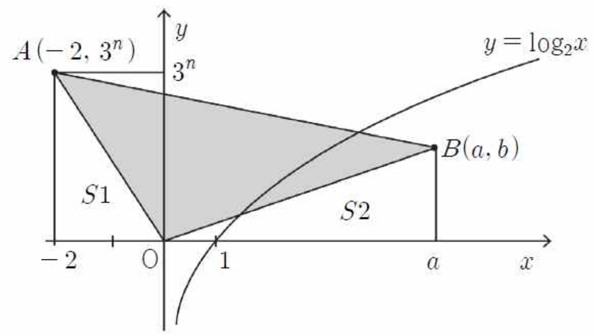
$x = 2$일 때, 함숫값은 밑이 큰 것이 작은 것보다 더 클 것입니다. 이런 식으로 비교하는 것이 유용합니다. 또 다른 방법으로, 아래 그림과 같이 그래프가 시계 방향으로 돌면 밑이 작아지는 것을 활용하는 것입니다.

1. 지수함수와 로그함수

19

2. (1쇄)

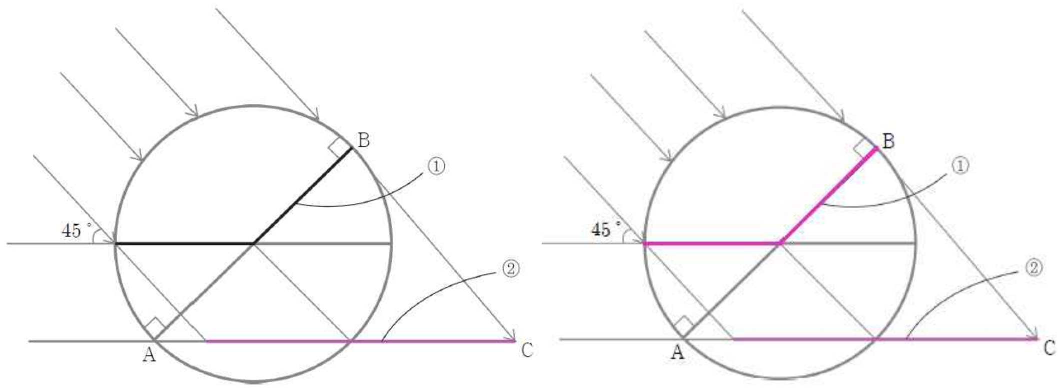
p.46



그림에서 $S1, S2$를 S_1, S_2로 바꿔주세요.

3. (1쇄)

p.351



그림에서 ①이 구분이 잘 되지 않는다면 오른쪽 그림처럼 붉은 색으로 칠해주세요.

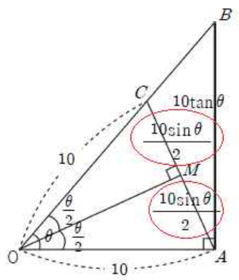
4. (1쇄)
p.96

5) 정의역에서 조사가 필요한 부분의 극한을 구한다.

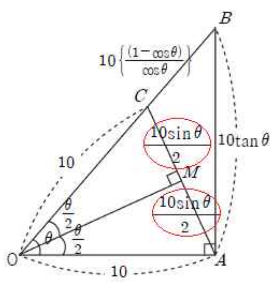
$f(x)=\frac{1}{x}$를 예시로 들어보면, 정의역은 $x \neq 0$인 모든 실수, $(-\infty,0)\cup(0,\infty)$ 등으로 표현할 수 있습니다. 여기서 조사해야 하는 부분은 $-\infty$, $x=0-$, $x=0+$, ∞ 세 부분입니다.
음의 무한대와 양의 무한대를 조사하는 이유는, 그래프가 양 끝에서 어떻게 진행되는 지 파악하기 위함이고, $x=0$의 좌극한과 우극한을 조사하는 이유는 $x=0$이 점근선이므로 이 근처에서 그래프가 어떻게 진행되는 지 파악하기 위함입니다.
이렇게, 도함수로는 확정할 수 없는 원함수의 진행 방향을 극한을 통해 조사해야 합니다.

세 부분을 네 부분으로 고쳐주세요.

5. (1쇄) (2쇄)
p.56



선분 BC는 선분 OB에서 선분 OC의 길이를 빼면 얻을 수 있습니다.
선분 OB의 길이는 $10\sec\theta$이므로 선분 BC의 길이는 $10\sec\theta-10=\frac{10}{\cos\theta}-10=10(\frac{1-\cos\theta}{\cos\theta})$입니다.



$\frac{10\sin\theta}{2}$를 $10\sin\frac{\theta}{2}$로 고쳐주세요.

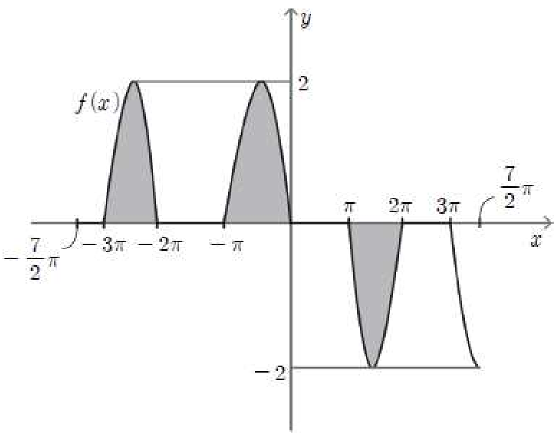
6. (1쇄) (2쇄)
p.159, 160

21. 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} |\sin x|-\sin x & \left(-\frac{7}{2}\pi \le x \le 0\right) \\ \sin x-|\sin x| & \left(0 \le x \le \frac{7}{2}\right) \end{cases}$$

문제에서 $\frac{7}{2}$를 $\frac{7}{2}\pi$로 바꿔주세요.

7. (1쇄) (2쇄)
p.161



위의 그림에서, 색칠된 부분의 넓이 하나하나는 모두 같습니다. 그래서 예를 들어 a를 $-\pi$로 정하고 x에 π를 대입하면 $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx=0$이 되는 것입니다.

그림에서 두 부분의 π를 2π로 바꿔주세요.

8. (1쇄) (2쇄)
p.39

ㄱ. x_1의 범위를 물어봤습니다. 점 P는 $y=(\frac{1}{2})^x$과 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$의 교점입니다.

역함수 관계의 함수끼리 교점이므로, 이 교점은 $y=x$ 위에 있습니다.

그런데, 이 교점이 $\frac{1}{2}$과 1 사이에 있는지 여부는 이것만으로 알기는 힘듭니다.

조금 더 생각해봅시다. 만약 $\frac{1}{2}$과 1 사이에 교점이 있다면, $y=(\frac{1}{2})^x$의 $x=\frac{1}{2}$에서의 함숫값은 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$의 $x=\frac{1}{2}$에서의 함숫값보다 더 작습니다. 왜냐하면 $(\frac{1}{2})^x$에서 x가 무한대로 가면 0에 가까워지고, $\log_{\frac{1}{2}}x$에서 x가 무한대로 가면 음의 무한대로 발산하므로 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$가 $y=(\frac{1}{2})^x$보다 아래에 있을 것입니다.

같은 논리로 x가 음의 무한대로 갔을 때는 $y=(\frac{1}{2})^x$가 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$보다 아래에 있을 것입니다.

그럼 그 사이에 교점이 반드시 한 번은 생긴다는 말인데, 교점의 x좌표보다 작은 부분에서는 $y=(\frac{1}{2})^x$가 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$보다 아래에 있을 것이라는 생각을 바탕으로 ㄱ을 판단해보는 겁니다.

'x가 음의 무한대로 갔을 때'를 'x가 0의 우극한으로 가면'로 바꿔주세요.

9. (1쇄) (2쇄)
p.124

조건 (가)와 (나) 모두 도함수가 필요하므로, $f(x)$를 미분합니다.
$f'(x)=(2ax+b)e^x+(ax^2+bx+c)e^x=(ax^2+(2a+b)x+b+c)e^x$ 입니다.
조건 (가)를 생각해보면, $f'(\sqrt{3})=0$이고 $f(-\sqrt{3})=0$입니다. 이 식에 $\sqrt{3}$과 $-\sqrt{3}$을 넣어서 a, b, c를 구하려 한다면 너무 식이 복잡해지고 풀이 시간이 길어집니다. $f'(x)$는 이차함수에 e^x를 곱한 형태이고, e^x는 항상 양수이므로 $ax^2+(2a+b)x+b+c=0$의 근 2개가 $x=\sqrt{3}$과 $x=-\sqrt{3}$이 됩니다.

따라서 a를 앞으로 빼서 $f'(x)=ae^x(x^2+\frac{2a+b}{a}x+\frac{b+c}{a})$로 두면,

$f(-\sqrt{3})$을 $f'(-\sqrt{3})$으로 바꿔주세요.

10. (1쇄) (2쇄)
p.247~248

4점 문제 풀어보기 5

2010학년도 수능 나형 29번 문제 [정답률 60%]

29. 각 면에 1, 1, 1, 2, 2, 3의 숫자가 하나씩 적혀있는 정육면체 모양의 상자를 던져 윗면에 적힌 수를 읽기도 한다. 이 상자를 3번 던질 때, 첫 번째와 두 번째 나온 수의 합이 4이고 세 번째 나온 수가 홀수인 확률은? [4점]

① $\frac{5}{27}$ ② $\frac{11}{54}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{13}{54}$ ⑤ $\frac{7}{27}$

‘읽기도’를 ‘읽기로’로 바꿔주세요.

11. (1쇄) (2쇄)
p.162

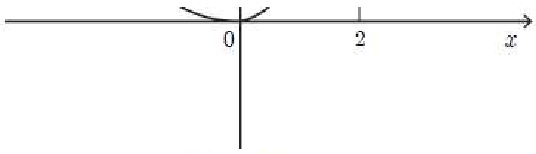
이 문제의 선지에 π가 있었다면 정답률은 더 낮아졌을 것입니다. $a=\frac{5}{2}\pi$로 두면 x가 a보다 클 때 $\int_a^x f(x)\,dx \ge 0$이기 때문입니다. x가 a보다 작은 경우를 간과하기 쉽기 때문입니다.

풀이 과정이 짧은 문제였습니다. 그래프만 그리면 나머지는 시간이 오래 걸리지 않았고, 날카로운 관찰력을 요구하긴 했지만 선지 구성이 쉽게 되어 있어서 판단을 잘못해도 틀리지는 않았습니다. 그래서 21번 문제 치고는 정답률이 꽤 높았습니다. 2016학년도 9월 평가원 모의고사는 대부분의 문제가 이렇게 쉬운 편이었습니다.

답) ①

$a=\frac{5}{2}\pi$를 $a=-\frac{5}{2}\pi$로 바꿔주세요.

12. (1쇄) (2쇄)
p. 113



$f(x)$의 그래프위의 점 $(t, f(t))$에서 x축까지의 거리와 y축까지의 거리 중 크지 않은 값이 $g(t)$이므로, x축까지의 거리 $|t|$, y축까지의 거리 $|f(t)|$를 이용해서 $g(t)$는 다음과 같이 정의할 수 있습니다.

$$g(t)=\begin{cases}|f(t)| & (|t|\ge|f(t)|)\\ |t| & (|t|\le|f(t)|)\end{cases}$$

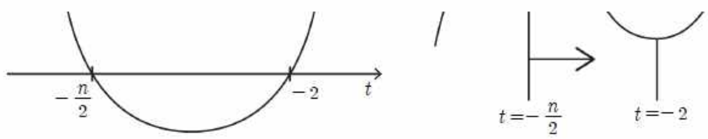
여기서, $|f(t)|$는 모든 실수 x에 대하여 $f(x)$가 0보다 크므로, $|f(t)|=f(t)$라고 둘 수 있습니다. 따라서

$$g(t)=\begin{cases}f(t) & (|t|\ge f(t))\\ |t| & (|t|\le f(t))\end{cases}$$

라고 두면 식이 더 간단해집니다.

빨간 밑줄 친 부분을
'x축까지의 거리 $|f(t)|$, y축까지의 거리 $|t|$'로 바꿔주세요.

13. (1쇄) (2쇄)
p.337



$-\frac{n}{2}$가 -2보다 작거나 같습니다. $t\ge-\frac{n}{2}$이므로, 원함수가 최소가 되는 t는 -2입니다.

$n=4$일 때는 $f'(x)$가 t축에 접하므로 극소는 없지만 여전히 최솟값을 가지는 t는 -2입니다.

따라서 $a_n=e^{-2}$이고 $b_n=(8-2n+n)e^{-2}=(8-n)e^{-2}$이므로 $\frac{b_n}{a_n}=8-2n$입니다.

337

$8-2n$을 $8-n$으로 바꿔주세요.

14. (1쇄) (2쇄)
p.129~130

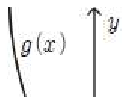
1) $a>0$일 때

$g'(x)=-ae^{-x}(x^2-3x+1)$에서 a와 e^{-x}는 양수이므로 증감표를 그릴 때 고려하지 않습니다.

$-(x^2-3x+1)$의 두 근을 $\alpha, \beta(\alpha<\beta)$라고 하면, 증감표는 아래와 같습니다.

x	$x<\alpha$	$x=\alpha$	$\alpha<x<\beta$	$x=\beta$	$x>\beta$
$g'(x)$	−	0	+	0	−
$g''(x)$	감소	극소	증가	극대	감소

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)=+0$이고, $g(x)$가 0이 되는 점은 $g(0)=0$, $g(1)=0$입니다.



2) $a<0$일 때

$g'(x)=-ae^{-x}(x^2-3x+1)$에서 $-a$와 e^{-x}는 양수이므로 증감표를 그릴 때 고려하지 않습니다.

x^2-3x+1의 두 근을 $\alpha, \beta(\alpha<\beta)$라고 하면, 증감표는 아래와 같습니다.

x	$x<\alpha$	$x=\alpha$	$\alpha<x<\beta$	$x=\beta$	$x>\beta$
$g'(x)$	+	0	−	0	+
$g''(x)$	증가	극대	감소	극소	증가

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)=-0$이고, $g(x)$가 0이 되는 점은 $g(0)=0$, $g(1)=0$입니다.

$g''(x)$를 $g(x)$로 바꿔주세요.

15. (1쇄) (2쇄)
p.198

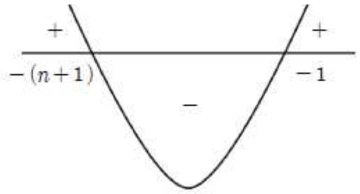
보기 5-3 조 나누기

분할 단원이 이번 교육과정에 새로 들어왔습니다. 그에 따라 예전 경우의 수와 확률 문제에서 음지에 가려져 있던 조 나누기 방법이 양지로 나오게 되었습니다. 조 나누기란, 어떤 원소를 각각 같은 개수만큼 분할을 하는 방법입니다. 여기서 핵심은, 각각 분할이 된 원소들은 구분이 되는 것이 아니라 그냥 나누어지기만 했다는 것입니다. 예시를 들어보겠습니다.

1) A, B, C 세 사람이 있다고 생각합시다. 이 세 사람이 각각 음식점을 들어가는데, 각 음식점은 모두 이름이 다릅니다. 한식, 중식, 양식이라고 합시다. 그럼, 세 사람 각각 다른 음식점에 들어가는 경우의 수는 몇일까요?
이 경우, 우리는 ${}_3C_1\times{}_2C_1\times{}_1C_1$ 또는 ${}_3P_3$ 또는 ${}_3C_3\times3!$로 6을 쉽게 구할 수 있습니다.
세 사람 중 한명을 뽑아서 한식에 두었다고 생각하고, 나머지 두 사람을 뽑아서 중식에, 나머지 한 사람은 자동으로 양식에 배치가 되도록 하면 ${}_3C_1\times{}_2C_1\times{}_1C_1$이 됩니다. 아니면 음식점 3군데를 차례대로 두고 세 사람을 나열하는 방식으로 ${}_3P_3$ 또는 ${}_3C_3\times3!$이라고 할 수도 있습니다.

'두 사람을'을 '두 사람 중 한 명을'으로 바꿔주세요.

16. (1쇄) (2쇄)
p.109



$\lim_{x\to-\infty} f'(x) = +0$이고, $\lim_{x\to\infty} f'(x) = \infty$입니다. 이 정보들을 바탕으로 $f'(x)$를 그려보면 아래와 같습니다.

체크된 부분에 ‘$f'(x)$에서 a는 $f'(x)$를 y축 방향으로 평행이동 시켜주는 상수이므로 a가 없다고 생각해보면 ’을 추가해주세요.

17. (1쇄) (2쇄)
p.332

접선을 구하기 위해 쌍곡선을 미분하면 $\frac{dy}{dx} = \frac{b^2x}{a^2y}$입니다. 점 $P(4,k)$에서의 접선의 기울기는

$\frac{dy}{dx}|_{(4,k)} = \frac{4b^2}{ka^2}$이고, 접선의 방정식은 $y = \frac{4b^2}{ka^2}(x-4)+k$입니다. $(0,1)$을 지나가므로 대입해주면

$0 = \frac{4b^2}{ka^2}(-3)+k$, $\frac{12b^2}{a^2} = k^2$을 얻을 수 있습니다.

$(0,1)$을 $(1,0)$으로 바꿔주세요.

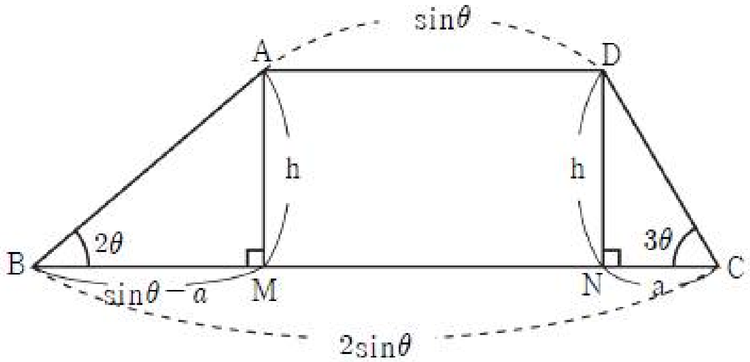
18. (1쇄) (2쇄)
p.265

2)의 경우, A급 사과의 개수 W는 이항분포를 따르게 됩니다. 이 부분이 조금 어려운데, 문제 상황에서 '개수 혹은 횟수'가 나오면 이산확률변수로 생각하면 되고 10000개의 표본을 뽑았으므로 시행 횟수 10000번의 이항분포라고 판단하면 됩니다. A급 사과가 뽑힐 확률은 $P(Z \geq 2)$이므로, $0.02 = \frac{1}{50}$이고, 따라서 $W \sim B(10000, \frac{1}{50})$입니다. 정규분포로 근사시키면 $W \sim N(200, 196^2)$가 됩니다.

196^2을 196으로 바꿔주세요.

19. (1쇄) (2쇄)
p.77

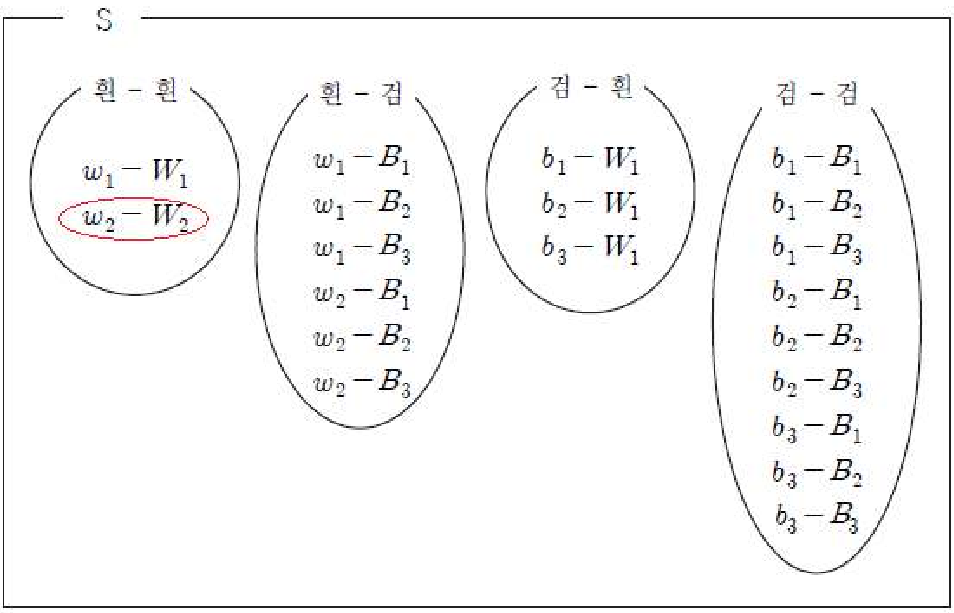
높이를 구하기 위해 그림에 보조선을 그어봅시다.



$\overline{BM}$과 $\overline{CN}$의 합은 $\sin\theta$입니다. 선분 AB와 BC가 평행하고, $\overline{AD} = \overline{MN} = \sin\theta$이므로, $\overline{BC} - \overline{MN} = \overline{BM} + \overline{CN} = 2\sin\theta - \sin\theta = \sin\theta$입니다.

AB를 AD로 바꿔주세요.

20. (1쇄) (2쇄)
p.229



$w_2 - W_2$를 $w_2 - W_1$으로 바꿔주세요.

21. (1쇄) (2쇄)
p.108

4점 문제 풀이법 3

21. 2 이상의 자연수 n에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = e^{x+1}\{x^2 + (n-2)x - n + 3\} + ax$$

가 역함수를 갖도록 하는 실수 a의 최솟값을 $g(n)$이라 하자. $1 \le g(n) \le 8$을 만족시키는 모든 n의 값의 합은? [4점]

① 43 ② 46 ③ 49 ④ 52 ⑤ 55

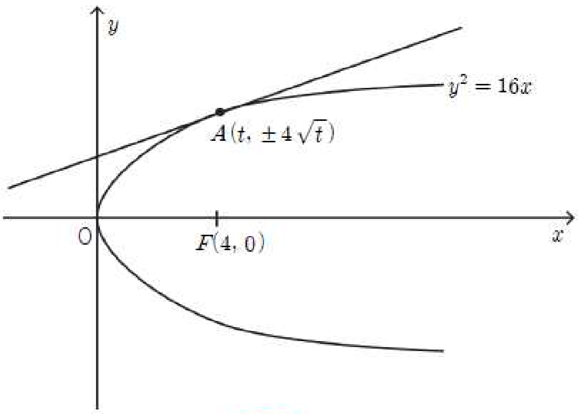
새로운 함수를 정의하는 문제입니다. 최근 수능 문제에서 자주 출제되는 패턴인데, 새로운 함수를 정의하는 문제는 3점 문제가 2개 이상 섞여있다는 것이 명확하게 보입니다. 이런 패턴의 문제가 출제되면, 새로운 함수를 정의하는 파트와 그 함수를 이용해 값을 구하는 파트로 나누고 따로 생각을 해주는 것이 복잡하지 않고 편하게 푸는 방법입니다.

문제를 읽어보면, 함수 $f(x)$가 있고, 이 함수가 역함수를 갖도록 하는 실수 a의 최솟값을 $g(n)$이라고 합니다. $g(n)$을 구해내는 것이 처음 할 일입니다. $1 \le g(n) \le S$을 만족시키는 모든 n의 값의 합을 구해야 합니다.

S를 8로 바꿔주세요.

22. (1쇄) (2쇄)
p.323

이런 엄밀한 진행을 안 해도 답이 나온다고 대충 넘어가면 절대 안 됩니다. 우리는 지금 풀이를 정교하게 만드는 과정을 거치고 있기 때문에 이런 논리적인 엄밀함을 꼭 채워 넣어야 합니다.
원점 O의 좌표는 $(0, 0)$이고, 점 B를 표현하기 위해 마지막으로 점 A에서의 접선의 y절편을 구해야 합니다.



그림에서 점 A는 제1사분면에 있을 수도 있고, 제3사분면에 있을 수도 있습니다.
편의상 제1사분면에 그리고 합니다.
점 A에서의 접선을 구하기 위해 포물선을 미분하면 $2y\frac{dy}{dx} = 16$, $\frac{dy}{dx} = \frac{8}{y}$를 얻을 수 있습니다.

‘제3사분면’을 ‘제4사분면’으로 바꿔주세요.

23. (1쇄) (2쇄)
p.406

교선 l 위에 있는 모든 점은 평면 α와 평면 β 모두에 속하는 점입니다. 따라서 두 평면의 x, y, z가 모두 같다고 두고 식을 세우면, 그 식이 바로 교선을 표현하는 식이 됩니다.
$\alpha : x + y + z + 6 = 0$, $\beta : 2x + 3y - z + 3 = 0$에서 x, y, z가 모두 같으므로,
연립방정식 $\begin{cases} x + y + z + 6 = 0 \\ 2x + 3y - z + 3 = 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 x, y, z는 교선 l 위의 점의 좌표입니다.
연립방정식을 풀면, $3x + 4y + 9 = 0$, $y - 3z - 3 = 0$ 두 식을 얻을 수 있습니다.
$3x + 4y + 9 = 0$를 y에 대해 정리하면 $y = \frac{-3x - 9}{4}$이고,
$y - 3z - 3 = 0$를 y에 대해 정리하면 $y = 3z + 3$이므로
직선 l은 $l : \frac{-3x - 9}{4} = y = 3z + 3 = t$가 됩니다.

$y - 3z - 3 = 0 \qquad y - 3z - 9 = 0$
$y = 3z + 3 \rightarrow y = 3z + 9$
$3z + 3 \rightarrow 3z + 9$로 바꿔주세요.

24. (1쇄) (2쇄)
p.108

n의 값의 합은? [4점]

① 43 ② 46 ③ 49 ④ 52 ⑤ 55

새로운 함수를 정의하는 문제입니다. 최근 수능 문제에서 자주 출제되는 패턴인데, 새로운 함수를 정의하는 문제는 3점 문제가 2개 이상 섞여있다는 것이 명확하게 보입니다. 이런 패턴의 문제가 출제되면, 새로운 함수를 정의하는 파트와 그 함수를 이용해 값을 구하는 파트로 나누고 따로 생각을 해주는 것이 복잡하지 않고 편하게 푸는 방법입니다.

문제를 읽어보면, 함수 $f(x)$가 있고, 이 함수가 역함수를 갖도록 하는 실수 a의 최솟값을 $g(n)$이라고 합니다. $g(n)$을 구해내는 것이 처음 할 일입니다. $1 \le g(n) \le S$을 만족시키는 모든 n의 값의 합을 구해야 합니다.

$1 \le g(n) \le S$를 $1 \le g(n) \le 8$로 바꿔주세요.