

#1. 공식 적분법 - 암기

1. x^α 적분법

1-1) $\alpha = -1$ 일 때,	1-2) $\alpha \neq -1$ 일 때
① $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	① $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C$
② $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b + C$	② $\int (ax+b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \times \frac{1}{\alpha+1} (ax+b)^{\alpha+1} + C$

참고 일차함수가 합성된 경우 원리는 치환적분이지만 공식처럼 사용한다.

$$\Rightarrow \int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$$

2) 분수 꼴 1 : 몫과 나머지로 식 변형

$$\frac{B}{A} \text{ (A의 차수} \leq \text{B의 차수)이면 } \frac{B}{A} = \frac{AQ+R}{A} = Q + \frac{R}{A}$$

3) 분수 꼴 2 : 항등식의 원리 (헤비사이드의 은닉법)

① $\frac{ax+b}{(x+1)(2x+1)}$	$\Rightarrow \frac{ax+b}{(x+1)(2x+1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{2x+1}$
② $\frac{ax^2+bx+c}{(x+1)(x^2+x+2)}$ (이차식 허근 구조)	$\Rightarrow \frac{ax^2+bx+c}{(x+1)(x^2+x+2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+x+2}$
③ $\frac{ax^2+bx+c}{(x+1)(x+2)^2}$ (이차식 중근 구조)	$\Rightarrow \frac{ax^2+bx+c}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{(x+2)^2}$

2. 지수 · 로그함수의 적분법

1) 지수함수의 부정적분	
① $\int e^x dx = e^x + C$	② $\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$
③ $\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} a^x + C$	④ $\int a^{bx+c} dx = \frac{1}{b} \frac{1}{\ln a} a^{bx+c} + C$
2) 로그함수의 부정적분	
① $\int \ln x dx = x \ln x - x + C$	② $\int \ln(ax+b) dx = \frac{1}{a} \{(ax+b) \ln(ax+b) - (ax+b)\} + C$
참고) 항등식의 마법 - 식의 모양 기억	
① 곱의 미분법의 역 계산	$\int (f'g + fg') dx = f(x) \cdot g(x) + C$
② 몫의 미분법의 역 계산	$\int \left(\frac{f'g - fg'}{g^2} \right) dx = \frac{f(x)}{g(x)} + C$ $\int \left(\frac{f'(x) - f(x)}{e^x} \right) dx = \frac{f(x)}{e^x} + C$
③ 로그함수 + 합성함수	$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln f(x) + C$

#2. 치환적분법과 부분적분법

1. 치환적분법

1) 기본원리 : 치환할 함수의 도함수가 있는지 확인

$$\int f'(g(x))g'(x)dx = f(g(x)) + C$$

: $g(x)=t$ 로 치환 후, 양변을 x 에 대해서 미분하면 $g'(x) = \frac{dt}{dx} \Leftrightarrow \boxed{g'(x)dx=dt}$ 이므로

$$\int f'(g(x))\boxed{g'(x)dx} = \int f'(t)\boxed{dt} = f(t) + C = f(g(x)) + C$$

2) $\ln x$ 와 $\frac{1}{x}$

예시 다음 부정적분 $\int \frac{1}{x\sqrt{\ln x+1}} dx$ 을 구하여라.

$\Rightarrow \ln x + 1 = t$ 라고 치환하면 $\frac{1}{x} dx = dt$ 이므로 $\int \frac{1}{\sqrt{t}} dt = 2t^{\frac{1}{2}} + C = 2\sqrt{\ln x + 1} + C$ 이다.

2. 도함수가 안 보여도 치환하라.

1) 일차식 치환 $\Rightarrow$ 일차식 $\sqrt{\text{일차식}}$, $\frac{\text{일차식}}{\sqrt{\text{일차식}}}$

예시 다음 부정적분 $\int (2+3x)\sqrt{2x+1} dx$ 을 구하여라.

$2x+1=t$ 라고 하면, $dx = \frac{1}{2} dt$ 이고, $3x+2 = \frac{3}{2}(t-1)+2 = \frac{3}{2}t + \frac{1}{2}$ 이다.

$$\begin{aligned} \int (2+3x)\sqrt{2x+1} dx &= \int \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}t + \frac{1}{2} \right) \sqrt{t} dt = \int \left(\frac{3}{4}t^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{4}t^{\frac{1}{2}} \right) dt = \frac{3}{10}t^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{6}t^{\frac{3}{2}} + C \\ &= \frac{3}{10}(2x+1)^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{6}(2x+1)^{\frac{3}{2}} + C \end{aligned}$$

2) 지수함수 치환

예시 다음 부정적분 $\int \frac{1}{e^x+1} dx$ 을 구하여라.

$\Rightarrow e^x = t$ 라 치환 $e^x dx = dt \Leftrightarrow dx = \frac{1}{t} dt$

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{e^x+1} dx &= \int \frac{1}{t+1} \times \frac{1}{t} dt \\ &= \int \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+1} \right) dt \\ &= \ln|t| - \ln|t+1| + C \\ &= \ln e^x - \ln(e^x+1) + C \\ &= x - \ln(e^x+1) + C \end{aligned}$$

예시 다음 부정적분 $\int \frac{dx}{e^x - e^{-x}}$ 을 구하여라.

$\Rightarrow e^x = t$ 라고 치환하면 $e^x dx = dt \Leftrightarrow dx = \frac{1}{e^x} dt = \frac{1}{t} dt$

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{e^x - e^{-x}} dx &= \int \frac{1}{t - \frac{1}{t}} \times \frac{1}{t} dt = \int \frac{1}{t^2 - 1} dt \\ &= \int \frac{1}{(t-1)(t+1)} dt = \frac{1}{2} \int \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right) dt \\ &= \frac{1}{2} (\ln|t-1| - \ln|t+1|) + C \\ &= \frac{1}{2} \ln|e^x - 1| - \frac{1}{2} \ln(e^x + 1) + C \end{aligned}$$

3) 역함수 치환

$f^{-1}(x) = g(x)$ 라 할 때, $\int g(x) dx$

$\Rightarrow g(x) = t$ 라 하면 $f(t) = x$ 즉, $f'(t) = \frac{dx}{dt} \Leftrightarrow f'(t)dt = dx$ 이므로 $\int g(x) dx = \int t f'(t) dt$

3. 부분적분법 : 로다삼지와 그적미적

1) 그적미적미그 : $\int g(x) dx = G_1(x), \int G_n(x) dx = G_{n+1}(x), f'(x) = f^{(1)}(x), \{f^{(n)}(x)\}' = f^{(n+1)}(x)$

한 번 $\int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx$
 그 적 - 미 그 dx

두 번 $\int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - f'(x)G(x) + \int f^{(2)}(x)G(x) dx$
 그 적 - 미 적 + 미 그 dx

세 번 $\int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - f'(x)G(x) + f^{(2)}(x)G_2(x) - \int f^{(3)}(x)G_2(x) dx$
 그 적 - 미 적 + 미 적 - 미 그 dx

네 번 $\int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - f'(x)G(x) + f^{(2)}(x)G_2(x) - f^{(3)}(x)G_3(x) + \int f^{(4)}(x)G_3(x) dx$
 그 적 - 미 적 + 미 적 - 미 적 + 미 그 dx

2) 로다삼지 : 이것은 적분 할 때, $\int$ 이 부분 dx에 <함수를 배치하는 순서>이다.

(포인트) 적분하는 대상은 계속 적분되므로 적분하기 쉬운 함수를 뒤에 배치한다.

예를 들면 피적분함수에 있는 함수를 $\int$ 로 $\times$ 삼 dx , $\int$ 삼 $\times$ 지 dx , $\int$ 로 $\times$ 지 dx 과 같이 배치

예시 다음 부정적분 $\int x \cos x dx$ 을 구하여라. (피적분함수의 배치를 <다항 $\times$ 삼각>의 순서로 배치한다.)

$$\int x \cos x dx = x \sin x - \int 1 \times \sin x dx = x \sin x + \cos x + C$$

3) $\int \ln x dx$ 의 관찰 : 잘 생각해보면 $\int \frac{d}{dx} \rightarrow \ln x$ 인 $\int$ 을 바로 찾을 수가 없다.

① 그적미그 : $\int (\ln x) \times 1 dx = (\ln x) \times x - \int \left(\frac{1}{x}\right) \times x dx = (\ln x) \times x - \int 1 dx = x \ln x - x + C$

② 그적미적미적 ... : $\int (\ln x) \times 1 dx$
 $= (\ln x)(x) - \left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{x^2}{2}\right) + \left(\frac{-1}{x^2}\right)\left(\frac{x^3}{2 \cdot 3}\right) - \left(\frac{1 \cdot 2}{x^3}\right)\left(\frac{x^4}{2 \cdot 3 \cdot 4}\right) + \left(\frac{-1 \cdot 2 \cdot 3}{x^4}\right)\left(\frac{x^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}\right) - \dots$
 그 적 - 미 적 + 미 적 - 미 적 + 미 적 - ...
 $= (\ln x)(x) - \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots\right)x + C = x \ln x - x + C$

➡ <그 적 - 미 그 dx>를 한 후에 식의 모양을 관찰하는 것이 보통이다.

4) 규칙형 : 미분되는 함수가 언젠가는 0이 된다면

① $\int x^n \times (\text{지수함수}) dx$ ② $\int x^n \times (\text{삼각함수}) dx$

다음 부정적분 $\int x^3 e^x dx$ 을 구하여라.

$$\begin{aligned} \int x^3 e^x dx &= x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6x e^x - 6e^x + 0e^x + \dots \\ &= x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6x e^x - 6e^x + C \end{aligned}$$

다음 부정적분 $\int x^2 \cos x dx$ 을 구하여라.

$$\begin{aligned} \int x^2 \cos x dx &= x^2 \sin x - (2x)(-\cos x) + 2(-\sin x) - 0(\cos x) + \dots \\ &= x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + C \end{aligned}$$

5) 순환형 : 그 적 - 미 그 dx 후 식의 모양관찰

다음 부정적분 $\int \cos x e^x dx$ 을 구하여라.

$$\int \cos x e^x dx = \cos x e^x + \int \sin x e^x dx = \cos x e^x + \sin x e^x - \int \cos x e^x dx$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\int \cos x e^x dx} = \cos x e^x + \sin x e^x - \boxed{\int \cos x e^x dx}$$

$$\Leftrightarrow 2 \int \cos x e^x dx = \cos x e^x + \sin x e^x \Leftrightarrow \int \cos x e^x dx = \frac{\cos x e^x + \sin x e^x}{2} + C$$

#3. 삼각함수 : 6+9+8+9+7+1 공식

1) 기본6개 공식

$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} \int \cos x dx = \sin x + C & \textcircled{2} \int \sin x dx = -\cos x + C & \textcircled{3} \int \sec^2 x dx = \tan x + C \\ \textcircled{4} \int \sec x \tan x dx = \sec x + C & \textcircled{5} \int \csc x \cot x dx = -\csc x + C & \textcircled{6} \int \csc^2 x dx = -\cot x + C \end{array}$$

2) 9개의 기본 변형 $\Rightarrow$ 제곱관계, 역수관계, 상제관계

$$\begin{array}{ll} \textcircled{1} \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C & \Rightarrow \int \frac{1}{1-\sin^2 x} dx = \tan x + C \\ \textcircled{2} \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C & \Rightarrow \int \frac{1}{1-\cos^2 x} dx = -\cot x + C \\ \textcircled{3} \int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = \sec x + C & \Rightarrow \int \frac{\sin x}{1-\sin^2 x} dx = \sec x + C \\ \textcircled{4} \int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx = -\csc x + C & \Rightarrow \int \frac{\cos x}{1-\cos^2 x} dx = -\csc x + C \\ \textcircled{5} \int \frac{1}{1+\cos x} dx = \int \frac{1-\cos x}{1-\cos^2 x} dx = \int \frac{1}{1-\cos^2 x} dx - \int \frac{\cos x}{1-\cos^2 x} dx = -\cot x + \csc x + C \\ \textcircled{6} \int \frac{1}{1+\sin x} dx = \int \frac{1-\sin x}{1-\sin^2 x} dx = \int \frac{1}{1-\sin^2 x} dx - \int \frac{\sin x}{1-\sin^2 x} dx = \tan x - \sec x + C \\ \textcircled{7} \int \tan^2 x dx = \int (\sec^2 x - 1) dx = \tan x - x + C \\ \textcircled{8} \int \cot^2 x dx = \int (\csc^2 x - 1) dx = -\cot x - x + C \\ \textcircled{9} \int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx + \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \tan x - \cot x + C \end{array}$$

3) 8가지 응용변형

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \int \sin x \cos x dx = \frac{1}{2} \int \sin 2x dx = -\frac{1}{4} \cos 2x + C \\ \textcircled{2} \int (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C \\ \textcircled{3} \int \sin^2 x dx = \int \frac{1-\cos 2x}{2} dx = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x + C \\ \textcircled{4} \int \cos^2 x dx = \int \frac{1+\cos 2x}{2} dx = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x + C \\ \textcircled{5} \int \sin 3x \cos x dx = \int \frac{1}{2} (\sin 4x + \sin 2x) dx = -\frac{1}{8} \cos 4x - \frac{1}{4} \cos 2x + C \\ \textcircled{6} \int \cos 2x \sin x dx = \int \frac{1}{2} (\sin 3x - \sin x) dx = -\frac{1}{6} \cos 3x + \frac{1}{2} \cos x + C \\ \textcircled{7} \int \cos 4x \cos 2x dx = \int \frac{1}{2} (\cos 6x + \cos 2x) dx = \frac{1}{12} \sin 6x + \frac{1}{4} \sin 2x + C \\ \textcircled{8} \int \sin 3x \sin 2x dx = \int -\frac{1}{2} (\cos 5x - \cos x) dx = -\frac{1}{10} \sin 5x + \frac{1}{2} \sin x + C \end{array}$$

#1. 공식 적분법 - 암기

1. x^α 적분법

1-1) 일 때,	1-2) 일 때
① $\int \frac{1}{x} dx = \text{$	① $\int x^\alpha dx = \text{$
② $\int \frac{1}{ax+b} dx = \text{$	② $\int (ax+b)^\alpha dx = \text{$

참고 일차함수가 합성된 경우 원리는 치환적분이지만 공식처럼 사용한다.

$$\Rightarrow \int f(ax+b) dx = \text{$$

2) 분수 꼴 1 : 몫과 나머지로 식 변형

$$\frac{B}{A} \quad (A \text{의 차수} \leq B \text{의 차수}) \text{이면 } \frac{B}{A} = \text{$$

3) 분수 꼴 2 : 항등식의 원리 (헤비사이드의 은닉법)

① $\frac{ax+b}{(x+1)(2x+1)}$	$\Rightarrow \frac{ax+b}{(x+1)(2x+1)} = \text{$
② $\frac{ax^2+bx+c}{(x+1)(x^2+x+2)}$ (이차식 허근 구조)	$\Rightarrow \frac{ax^2+bx+c}{(x+1)(x^2+x+2)} = \text{$
③ $\frac{ax^2+bx+c}{(x+1)(x+2)^2}$ (이차식 중근 구조)	$\Rightarrow \frac{ax^2+bx+c}{(x+1)(x+2)^2} = \text{$

2. 지수 · 로그함수의 적분법

1) 지수함수의 부정적분	
① $\int e^x dx = \text{$	② $\int e^{ax+b} dx = \text{$
③ $\int a^x dx = \text{$	④ $\int a^{bx+c} dx = \text{$
2) 로그함수의 부정적분	
① $\int \ln x dx = \text{$	② $\int \ln(ax+b) dx = \text{$
참고) 항등식의 마법 - 식의 모양 기억	
① 곱의 미분법의 역 계산	$\int (\text{$) $dx = \text{$
② 몫의 미분법의 역 계산	$\int \left(\frac{\text{$ }{\text{ } \right) dx = \text{
③ 로그함수 + 합성함수	$\int \text{$ $dx = \text{$

#2. 치환적분법과 부분적분법

1. 치환적분법

1) 기본원리 : 치환할 함수의 도함수가 있는지 확인

$$\int f'(g(x))g'(x)dx = f(g(x)) + C$$

: 로 치환 후, 양변을 x 에 대해서 미분하면 $\Leftrightarrow$ 이므로

$$\int f'(g(x))\underline{g'(x)dx} = \int f'(t)\underline{\quad} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

2) $\ln x$ 와 $\frac{1}{x}$

예시 다음 부정적분 $\int \frac{1}{x\sqrt{\ln x+1}} dx$ 을 구하여라.

$\Rightarrow$ 라고 치환하면 $= dt$ 이므로

2. 가 안 보여도 하라.

1) 일차식 치환 $\Rightarrow$ 일차식 $\sqrt{\text{일차식}}$, $\frac{\text{일차식}}{\sqrt{\text{일차식}}}$

예시 다음 부정적분 $\int (2+3x)\sqrt{2x+1} dx$ 을 구하여라.

라고 하면, $= \frac{1}{2}dt$ 이고,

$$\int (2+3x)\sqrt{2x+1} dx =$$

2) 지수함수 치환

예시 다음 부정적분 $\int \frac{1}{e^x+1} dx$ 을 구하여라.

$\Rightarrow$ 라 치환

$$\int \frac{1}{e^x+1} dx =$$

예시 다음 부정적분 $\int \frac{dx}{e^x - e^{-x}}$ 을 구하여라.

$\Rightarrow$ 라고 치환하면

$$\int \frac{1}{e^x - e^{-x}} dx =$$

3) 역함수 치환

$f^{-1}(x) = g(x)$ 라 할 때, $\int g(x)dx$

$\Rightarrow$ 라 하면 즉, $\Leftrightarrow$ 이므로 $\int g(x)dx =$

3. 부분적분법 : 로다삼지와 그적미적

1) 그적미적미그 : $\int g(x) dx = G_1(x), \int G_n(x) dx = G_{n+1}(x), f'(x) = f^{(1)}(x), \{f^{(n)}(x)\}' = f^{(n+1)}(x)$

한 번 $\int f(x)g'(x) dx =$

그 적 - $\int$ 미 그 dx

두 번 $\int f(x)g'(x) dx =$

그 적 - 미 적 + $\int$ 미 그 dx

세 번 $\int f(x)g'(x) dx =$

그 적 - 미 적 + 미 적 - $\int$ 미 그 dx

네 번 $\int f(x)g'(x) dx =$

그 적 - 미 적 + 미 적 - 미 적 + $\int$ 미 그 dx

2) 로다삼지 : 이것은 적분 할 때, $\int$ 이 부분 dx 에 <함수를 배치하는 순서>이다.

(포인트) 적분하는 대상은 계속 적분되므로 적분하기 쉬운 함수를 뒤에 배치한다.

예를 들면 피적분함수에 있는 함수를 $\int$ 로 $\times$ 삼 dx , $\int$ 삼 $\times$ 지 dx , $\int$ 로 $\times$ 지 dx 과 같이 배치

예시 다음 부정적분 $\int x \cos x dx$ 을 구하여라. (피적분함수의 배치를 <다항 $\times$ 삼각>의 순서로 배치한다.)

$\int x \cos x dx =$

3) $\int \ln x dx$ 의 관찰 : 잘 생각해보면 $\frac{d}{dx} \rightarrow \ln x$ 인 $\frac{1}{x}$ 을 바로 찾을 수가 없다.

① 그적미그 : $\int (\ln x) \times 1 dx =$

② 그적미적미적 ... : $\int (\ln x) \times 1 dx$

$=$ - + - + - ...
그 적 - 미 적 + 미 적 - 미 적 + 미 적 - ...

$=$ - + $C = x \ln x - x + C$

➡ <그 적 - $\int$ 미 그 dx >를 한 후에 식의 모양을 관찰하는 것이 보통이다.

4) 규칙형 : 미분되는 함수가 언젠가는 0이 된다면

① $\int x^n \times (\text{지수함수}) dx$

다음 부정적분 $\int x^3 e^x dx$ 을 구하여라.

$\int x^3 e^x dx =$

② $\int x^n \times (\text{삼각함수}) dx$

다음 부정적분 $\int x^2 \cos x dx$ 을 구하여라.

$\int x^2 \cos x dx =$

5) 순환형 : 그 적 - $\int$ 미 그 dx 후 식의 모양관찰

다음 부정적분 $\int \cos x e^x dx$ 을 구하여라.

$\int \cos x e^x dx =$

#3. 삼각함수 : $6+9+8+9+7+1$ 공식

1) 기본6개 공식

① $\int \cos x dx = \boxed{}$ ② $\int \sin x dx = \boxed{}$ ③ $\int \sec^2 x dx = \boxed{}$

④ $\int \sec x \tan x dx = \boxed{}$ ⑤ $\int \csc x \cot x dx = \boxed{}$ ⑥ $\int \csc^2 x dx = \boxed{}$

2) 9개의 기본 변형 $\Rightarrow$ 제공관계, 역수관계, 상제관계

$$\textcircled{1} \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \boxed{} \quad \Rightarrow \quad \int \frac{1}{1 - \sin^2 x} dx = \boxed{}$$

$$\textcircled{2} \quad \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \boxed{} \quad \Rightarrow \quad \int \frac{1}{1 - \cos^2 x} dx = \boxed{}$$

③ $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = \boxed{}$ $\Rightarrow \int \frac{\sin x}{1 - \sin^2 x} dx = \boxed{}$

$$\textcircled{4} \quad \int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx = \boxed{} \quad \Rightarrow \quad \int \frac{\cos x}{1 - \cos^2 x} dx = \boxed{}$$

⑤ $\int \frac{1}{1+\cos x} dx =$

⑥ $\int \frac{1}{1+\sin x} dx =$

⑦ $\int \tan^2 x \, dx =$

⑧ $\int \cot^2 x \, dx =$

⑨ $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx =$

3) 8가지 응용변형

① $\int \sin x \cos x \, dx =$

② $\int (\cos^2 x - \sin^2 x) dx =$

③ $\int \sin^2 x \, dx =$

④ $\int \cos^2 x \, dx =$

⑤ $\int \sin 3x \cos x \, dx =$

⑥ $\int \cos 2x \sin x \, dx =$

⑦ $\int \cos^4 x \cos 2x \, dx =$

⑧ $\int \sin 3x \sin 2x \, dx =$