수학의 명작 미적분 II 상권 (3쇄) 정오표

학습에 불편을 드려 정말 죄송합니다. 불편하신 분이 없도록 최대한 사소한 부분도 모두 정오표에 담으려고 노력했습니다. 본문과 해설편을 분리해서 적어놓았습니다.

(1) 본문

p. 15 본문

이고, $g'(x)$의 근의 개수는 M의 값에 따라 달라짐을 알 수 있습니다.

따라서 $y=-4(x-\alpha)(x-\beta)\left(x-\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$와 $y=M$의 그래프를 비교해야 합니다.

$\beta-\alpha=6\sqrt{3}$이니까 $\alpha=-3\sqrt{3}$, $\beta=3\sqrt{3}$이라 하면[2],

$p(x)=-4(x-\alpha)(x-\beta)\left(x-\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$에서

리듬농구 회신

M을 -M으로 수정

2018-07-08 오전 1:46

p. 31 본문

따름정리(Corollary)

$$\int_\alpha^\beta a(x-\alpha)(x-\beta)dx=\left|\frac{a(\beta-\alpha)^3}{6}\right|$$

리듬농구

정오표를 참고해서 수정

$$\int_\alpha^\beta a(x-\alpha)(x-\beta)\,dx=-\frac{a(\beta-\alpha)^3}{6}$$ 으로 수정

p. 37 본문

이제 $f(0)=0$ 조건을 사용해 봅시다. 만약 $b<0$이라면 평균값의 정리에 의하여

$$\frac{f(0)-f(b)}{0-b}=\frac{2}{b}<0=f'(d)\quad(\text{단, } b<d<0)$$

인 d가 존재해야합니다. 그런데 $f'(x)\geq 0$이라고 했으므로 b

따라서 $f(0)=-\frac{1}{2}b^2+2=0$이므로 $b=2$입니다. 이로써 모든

리듬농구 회신

=f'(d)<0 으로 수정

p. 51 본문

처음에 배운 대로 $f(x)=k$의 꼴에 역함수를 취해 $x=f^{-1}(x)=\log x$로 풀 수 있습니다. 즉,

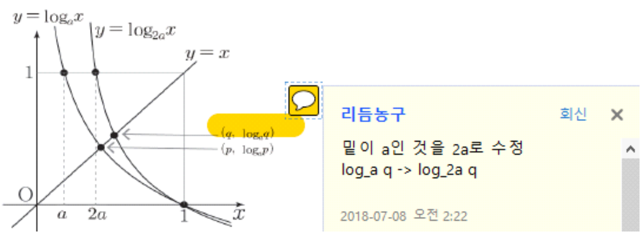
$$10^x=\frac{1}{10},\ 10^x=1,\ 10^x=10$$

을 만족하는 x값의 집합을 구하면 $\{-1, 0, 1\}$을 얻습니다.

리듬농구 회신

삭제

p. 63 본문 EXAMPLE 9



p. 89 본문 EXAMPLE 12

$$f(x)-1=\frac{b^x+\log_a x-a^x-\log_b x}{a^x+\log_b x}$$

한편, $1<a<b$인 실수 a, b와 $x>1$인 모든 실수 x에 대하여

$$b^x>a^x,\ \log_a x>\log_b x$$

가 성립하고, $a^x+\log_b x$이므로

$$\therefore\ \frac{b^x+\log_a x-a^x-\log_b x}{a^x+\log_b x}>0 \Leftrightarrow f(x)>1$$

리듬농구 회신

성립하므로 로 수정

2018-07-08 오전 12:41

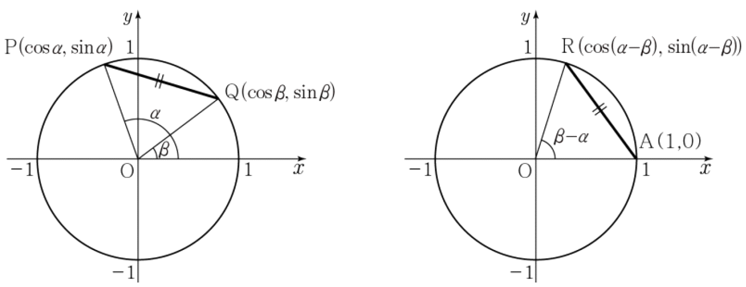
p. 129 본문 EXAMPLE 13 분석 그림 누락

* EXAMPLE 13 분석)

두 점 $P(\cos\alpha,\ \sin\alpha)$, $Q(\cos\beta,\ \sin\beta)$가 나타내는 동경과 점 $A(1,\ 0)$에 대하여 점 $R(\cos(\alpha-\beta),\ \sin(\alpha-\beta))$가 나타내는 동경을 표시하면 다음과 같습니다.

따라서 두 중심각 POQ와 ROA의 크기가 같으므로 현의 길이도 같고, 이로부터 다음과 같은 등식을 얻게

이 부분에 들어가는 그림은 다음과 같습니다.



p. 135 본문 EXAMPLE 17

여기서 식에 $\sin\theta$와 $\cos\theta$가 모두 들어있네요. 모두들 함수를 어떻게 하나로 통일할까 고민했겠죠? 크게 두 가지 방법이 있습니다.

1) $\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$

이 공식을 이용하면 $\cos^2\theta$를 $\sin^2\theta$에 대한 식으로 바꿀 수 있죠. 그러면 분모가 아래와 같은 $\sin^2\theta$에 대한 이차함수로 바뀝니다.

$21+16\sin^2\theta\cos^2\theta=21+16\sin^2\theta(1-\sin^2\theta)=25-4(2\sin\theta-1)^2$

$-1\le 2\sin\theta-1\le 1$이므로 $25-4(2\sin\theta-1)^2\le 25$이고, 식의 최솟값은

리듬농구 회신 ×

sintheta를 sin^2 theta 로 수정

2018-07-08 오전 1:40

p. 154 본문 EXAMPLE 4

* EXAMPLE 4 분석)

일단 문제의 조건에서 $\lim_{x\to 0} xf(x)=1$라 했으므로

$$\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\left(xf(x)\times\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to 0} xf(x)\times\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}$$

과 같이 분리할 수 있다는 사실을 염두에 둔 후 ㄱ부터 봅시다.

리듬농구 회신 ×

삭제

2018-07-08 오전 12:27

p. 154 본문 EXAMPLE 4 (ㄴ)

ㄴ. (거짓)

ㄱ과 똑같이 식을 변형해주면

$$\lim_{x\to 0} f(x)g(x)=\lim_{x\to 0}\left(xf(x)\times\frac{g(x)}{x}\right)=\lim_{x\to 0} xf(x)\times\lim_{x\to 0}\frac{g(x)}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0} xf(x)\times\lim_{x\to 0}\frac{\cos x}{x}$$

인데 $\lim_{x\to 0+}\frac{\cos x}{x}=\infty$, $\lim_{x\to 0-}\frac{\cos x}{x}=-\infty$ 이므로

이 극한은 발산합니다.

리듬농구 회신 ×

정오표를 참고해서 수정

2018-07-08 오전 12:30

응답 입력...

게시

수정된 해설 :

ㄴ. (거짓)

$\dfrac{xf(x)\times\cos x}{x}$에 대하여 $x\to 0$일 때의 수렴성을 판단해야 합니다. 분자의 $xf(x)\cos x$는 $x\to 0$일 때 $xf(x)\cos x\to 1$이고 분모는 $x\to 0$이므로 이 극한은 발산합니다.

p. 159 EXAMPLE 6

$\lim_{x\to 0+}\dfrac{1+\cos x}{\sin x}$에 대한 극한값만 구하면 됩니다. 그런데

$$\lim_{x\to 0+}\frac{1+\cos x}{\sin x}=\infty,\quad \lim_{x\to 0+}\frac{1+\cos x}{\sin x}=-\infty$$

이므로 $\lim\left(\dfrac{e^x-1}{x}\times\dfrac{x}{\sin x}\times\dfrac{1+\cos x}{\sin x}\right)$은 발산합

리듬농구 회신 ×

-로 수정

p. 172 본문 EXAMPLE 16

2) 매개변수 사용

좀 더 '삼각함수'스러운 풀이도 [ ]니다. Stage 2에 많이 등장할 풀이법이니 상위권 학생들은 눈여겨보도록 합시다. 핵심은 OPQ가 두 변의 길이가 1인 이등변삼각형이므로

두는 것입니다. $\angle AO'P = \alpha$로 두겠습니다.

$\triangle PMO'$에서 $\overline{PM} = \sin\alpha$이므로 $\overline{PQ} = 2\sin\alpha$입니다. 이제 α와 θ의 관계

리듬농구 회신

O'PQ로 수정

p. 208 본문 EXAMPLE 11

$$g(x) = x(x^2 + \ldots) = xP_1(x)$$

꼴로 놓을 수 있겠네요. 자 이 꼴을 똑같은 방식으로 대입해줍시다.

$$\frac{g(x)}{g'(x)\sin x + g(x)\cos x} = \frac{xP_1(x)}{(P_1(x) + xP_1{}'(x))\sin x + xP_1(x)\cos x}$$

이고 분자와 분모를 모두 x로 나눠주면 $P_1(0) \neq 0$인 상황에서 x가 0에

$$\frac{P_1(0)}{(P_1(0)+0)+P_1(0)} = \frac{1}{2}$$

리듬농구 회신

x^2으로 수정

2018-07-08 오전 1:22

p. 209 본문 EXAMPLE 11

$$\frac{g(x)}{g'(x)\sin x + g(x)\cos x} = \frac{x^3}{(3x^2 + x^3)\sin x + x^3\cos x}$$

이고 분자와 분모를 각각 x^3으로 나누어 0으로 가까이 가는 상황을 보면

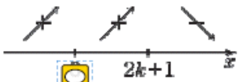
$$\frac{1}{(3+0)+1} = \frac{1}{4}$$

이 되므로 $a = 0$이기만 하면 조건을 만족시킵니다.

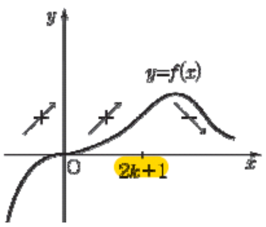
리듬농구 회신

표시된 두 부분 모두 삭제

p. 287 본문 EXAMPLE 7



한편, $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$이고, $f(2k+1) > 0$이므로 함수 $y = f(x)$의 개형을 다음과 같이 완성할 수 있습니다.



리듬농구 회신

-inf 로 수정, 2k+1이 극댓값의 x좌표가 되도록 그림 수정

2018-07-08 오전 1:24

응답 입력...

p. 293 본문 EXAMPLE 10

그런데 이 극한은 앞에서 배웠던 $\lim_{x\to-\infty} x^n e^x = 0$을 통해 쉽게 유도할 수 있습니다.

$$\lim_{x\to0+} x^n \ln x$$

에서 $\ln x = t$로 치환해주면, $x \to 0+$일 때, $t \to -\infty$이고, $t=e^x$이므로

$$\lim_{x\to0+} x^n \ln x = \lim_{t\to-\infty} te^{nt}$$

여기서 $nt=k$로 치환해주면,

리듬농구 회신 ×

x=e^t 로 수정

p. 298 본문 EXAMPLE 12

입니다. $4x^2+x+1=0$의 실근이 존재하지 않으므로 $f'(x)$의 부호는 $x=1$에서만 바뀝니다. 여기서 분수함수를 미분할 때 분모는 항상 어떠한 함수를 제곱한 꼴이 되므로 분자 부호만 체크하면 된다는 사실을 계산 팁 정도로 알아둡시다. $f(x)$의 정의역이 $x^3+x\neq0$, 즉 $x=0$이므로 이 점에 유의해야 합니다.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=0$이므로 $f(x)$는 x축을 수평점근선으로 가집니다. 마지

따져주면, $\lim_{x\to0-} f(x)=\infty$, $\lim_{x\to0+} f(x)=-\infty$입니다. 이를 모두 종합

리듬농구 회신 ×

x는 0이 아니므로 로 수정

2018-07-08 오전 12:10

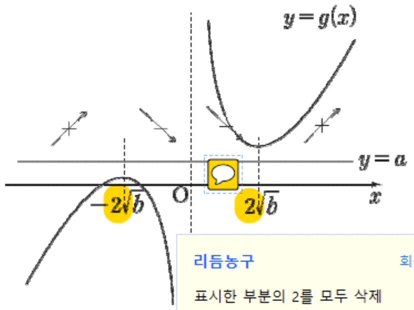
p. 300 본문 EXAMPLE 13

2) $xf'(x)-f(x)$의 실근의 개수가 2

$xf'(x)-f(x)=0$의 두 실근이 $x=-\sqrt{b}, \sqrt{b}$입니다. y축이 점근선이고,

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\infty$, $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=-\infty$이며, $g(\sqrt{b})=a+2\sqrt{b}$, $g(-\sqrt{b})=a-2\sqrt{b}$이므로

그래프의 개형은 다음과 같습니다.



리듬농구 회신 ×

표시한 부분의 2를 모두 삭제

2018-07-07 오후 11:59

p. 307 본문 EXAMPLE 15 (7)

(7) $y=xe^{-x^2+2x-2}$

$$y'=(-2x^2+2x+1)e^{-x^2+2x-2}=-\left(x-\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\left(x-\frac{1-\cdots}{2}\right)$$

따라서 y는 $x=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$를 극값으로 가집니다. 부호표를 그리면 다

y'의 부호

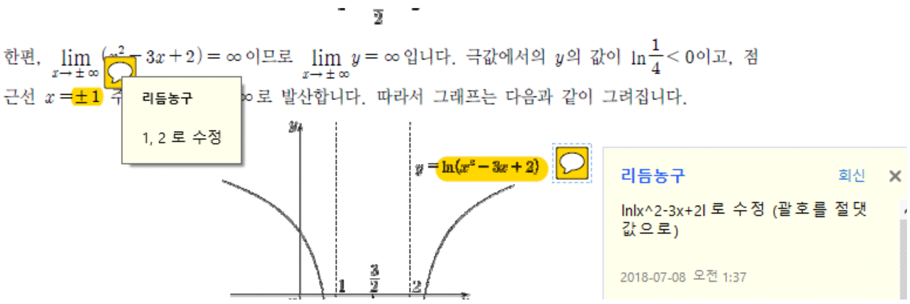
리듬농구 회신

-를 -2로 수정

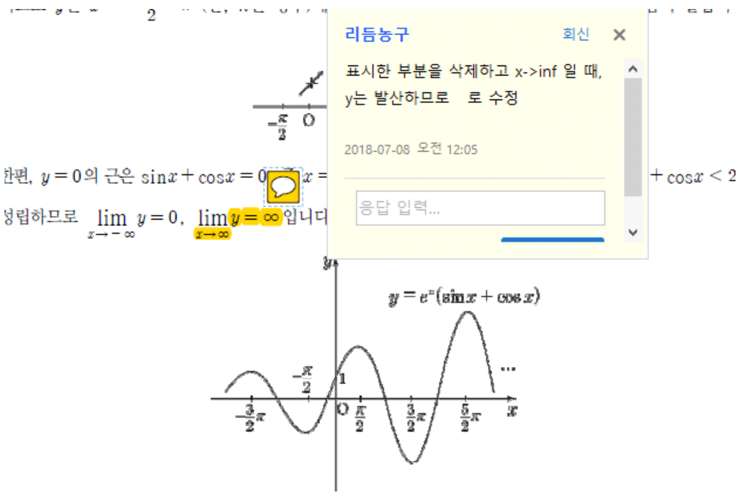
2018-07-07 오후 11:57

응답 입력...

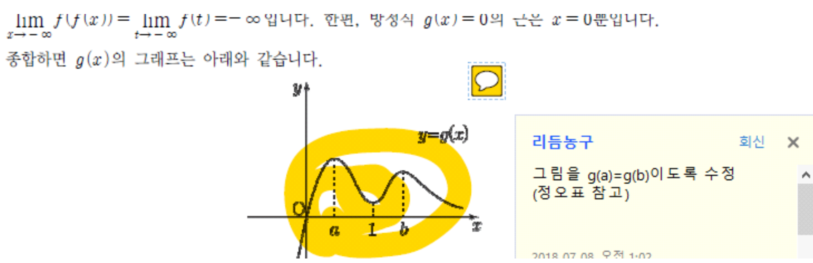
p. 308 본문 EXAMPLE 15 (8)

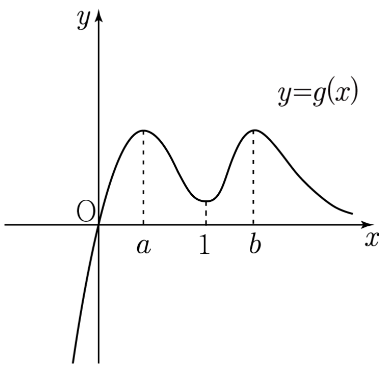


p. 311 본문 EXAMPLE 16 (1)



p. 331 본문 EXAMPLE 18 (4)





p. 336 본문 EXAMPLE 1

이므로

$$f(x)-2f'(x)+f''(x)=k(x-1)(x-4)$$

$f(x)=ax^2+bx+c$로 두고 위의 식을 정리하면,

$$ax^2-(4a-b)x+(2a-2b+c)=k(x^2-5x+4)$$

이므로

$$4a-b=5a,\quad 2a-2b+c=4a$$

리듬농구 회신

k를 p로 수정

2018-07-08 오전 1:59

p. 337 본문 EXAMPLE 1

이 문제는 (나) 조건이 그 오류를 막아주고 있는 역할을 합니다.
만약 $-1<k<0$사이의 어떤 $k=m$ $(-1<m<0)$에 대하여 $t=m$에서 공통접선이 존재한다고 가정하면, (나) 조건은 $-1<k<m$, $m<k<0$과 같은 식으로 바뀌어야 합니다. 그런데, 이 문제는 $-1<k<0$이라는 연속적인 k의 범위로 나와 있으니, 공통접선이 존재할 수 없게 되는 것입니다.

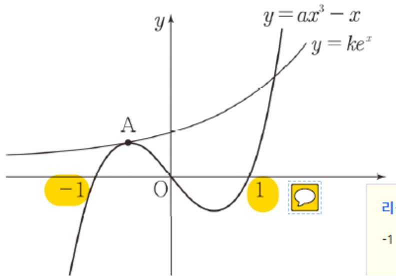
또한, $e^{-x}f(x)$꼴의 함수를 계산할 때는 **Topic 07**에서도 공부했었지 이 계산하세요.

리듬농구 회신

삭제

p. 387 Stage 2 68번

A 에서의 접선이 일치할 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 점 O는 원점이고 점 A의 x좌표는 음수이다.)



리듬농구 회신

-1 과 1을 삭제

p. 391 Stage 2 75번

만나는 두 점을 각각 P, Q라 하고, $\overline{PQ}=f(t)$라 하자. 함수 $f(t)$의 미분가능하지 않은 점의 개수를 $g(a)$라 할 때, 함수 $g(a)$는 $a=\alpha$, β $(\alpha<\beta)$에서만 불연속이다. 12β의 값을 구하시오.

리듬농구 회신

>로 수정

(2) 해설편

p. 3 VIP 3번

$0 < x_2 < 2$가 되려면 $x = 2$일 때 곡선 $y = 2^{x+k}$의 그래프가 곡선 $y = |9^x - 3|$보다 아래에 있어야 합니다.

$$2^{2+k} < 78 \Leftrightarrow 2^k < 17$$

두 조건을 만족하는 자연수 k는 2, 3, 4입니다.

리듬농구 회신 ×
19.5 로 수정

p. 17 VIP 16번

이것을 좀 더 논리적으로 설명해봅시다.

$$a^{x+1} - b^x \geq a^{x+1} - a^x = (a-1)a^x$$

이므로 우변이 양수이고, 증가함수가 되죠? 따라서 $a^{x+1} - b^x$는 증가함수가 되고,
$a^{t+1} - b^t$는 $t = 1$일 때 최소가 되는 것입니다.
그러면 $t \geq 1$일 때 $\overline{PQ}$의 최소는 어디서 생기?

리듬농구 회신 ×
정오표를 참고하여 수정

$a^{x+1} - b^x = b^x\left(a\left(\frac{a}{b}\right)^x - 1\right)$이고 함숫값이 0보다 큰 두 증가함수를 곱한 함수는 증가함수이므로 $a^{x+1} - b^x$가 $x \geq 1$일 때 증가함을 알 수 있습니다.

함숫값이 0보다 큰 두 증가함수를 곱한 함수는 증가함수라는 것을 증명해보면, $x_1 < x_2$일 때, $0 < f(x_1) < f(x_2)$, $0 < g(x_1) < g(x_2)$이면, $0 < f(x_1)g(x_1) < f(x_2)g(x_2)$이기 때문에 증가의 정의에 부합합니다.

즉,

p. 34 VIP 14번

변으로 하는 정삼각형의 내접원의 반지름이 $r(\theta)$이면 $r(\theta) = \frac{\overline{PC}}{2\sqrt{3}}$입니다. $\overline{PC}$는 반지름이 2인 원의 중심각이 2θ인 현이므로 $\overline{PC} = 4\sec\theta$입 … $)^2 \times \pi$이므로

$\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = \pi \times \lim_{\theta \to 0+} \frac{16}{\ldots}$ … 다.

리듬농구
sintheta 로 수정

리듬농구 회신 ×
sin^2 theta 로 수정

정답 : 80

p. 38 VIP 4번

ㄷ. (참)

$x \neq 0$일 때 양변을 x로 나누면 $\left|2 \times \frac{h(2x) - h(0)}{2x - 0} - \frac{h(x) - h(0)}{x - 0}\right| \leq x$를

씌워주면 $|h'(0)| \leq 0$이므로 $h'(0) = 0$입니다.

리듬농구 회신 ×
|x|로 수정

p. 39 VIP 4번

$$f'(t) = (t-1)'\sqrt{t} + (\sqrt{t})'(t-1) = \sqrt{t} - \frac{t-1}{2\sqrt{t}}$$

이므로 $f'(9) = \sqrt{9} + \dfrac{9-1}{2\sqrt{9}} = \dfrac{13}{3}$ 입니다.

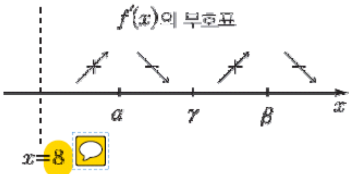
리듬농구 회신 ×

-를 +로 수정

2018-07-08 오전 12:17

p. 66 VIP 16번

정의역 밖에 있는 수고, $I(x)$에 따른 $f'(x)$의 부호표는 최종적으로 다음과 같아집니다.



이를 보면 $f(x)$의 극값의 개수는 3이고, $g(x)$의 극값의 개수는 2 이하가 되어

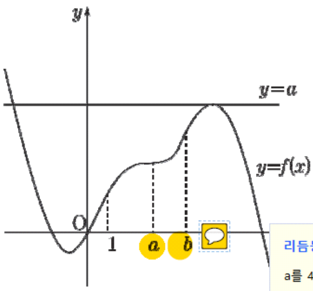
리듬농구 회신 ×

8을 a로 수정

p. 77 VIP 12번

ㄷ. (참)

$f'(x)$의 부호로 그래프의 개형을 완성시키면 아래와 같습니다.



리듬농구 회신 ×

a를 4로 수정, b를 6으로 수정

2018-07-08 오전 1:29

p. 89 VIP 15번

여튼 아까 $h(x)=f(x-k)-g(x)$의 최솟값이 $x=k$라고 했었는데, $g(x)$의 최고차항의 계수가 양수 아닌가요? $-\infty$이면 $f(x-k)\to 0$입니다. 그런데 $g(x)$의 최고차항의 계수가 양수라면 $x\to -$ $g(x)\to -\infty$잖아요? 이러면 $x\to -\infty$이면 $h(x)\to -\infty$라는 말인데, 이것은 $h(x)$가 최솟값을 가 모순입니다. 따라서 $g(x)$의 이차항의 계수는 반드시 음수입니다.

엥? 뭐야? 그러면 f 다. (~~시시하죠?~~)
따라서 $h'(x)$는 증가 $x<k$에서 감소하고 $x>$ 뜻이므로 $x=k-1$이 죠?

$h(k-1)=$

$h(k+1)=$

(2)에 의해 이 둘의

리듬농구 회신 ×

삭제

2018-07-07 오후 11:50

응답 입력...

p. 196 Stage 2 94번

두 구간 $\left(\frac{1}{e^2}, \frac{1}{e}\right)$, $\left(\frac{1}{e}, 1\right)$에 각각 $g'(c)=0$, $g'(d)=0$을 만족시키는 c, d가 존재하게 됩니다

즉, 롤의 정리에 의하여 구간 $\left(\frac{1}{e^2}, 1\right)$에 방정식 $g''(x)=0$의 실근이 적어도 두 개 존재하게 됩

문항 comment

리듬농구 회신 ×

롤의 정리에 앞부분에 g'(1/e)=0이므로 를 추가

사이값 정리와 롤의 정리를 ... 입니다. 기출 문제에서도 여러 번 다뤘지