세상에서 가장 쉬운 수학

조건부확률과 독립, 종속.

10

독립과 종속은 어떤 의미일까?

조건부확률은 뭘까요?

예를 들어 P(A | B)는 사건 B가 일어났을 때, 사건 A가 일어날 확률입니다.

사건 B가 일어났을 때를 가정했으므로, 이때의 표본공간은 S가 아니라 사건 B입니다.

표본공간의 정의를 다시 봅시다.

어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 결과의 집합!

이라고 합니다. 이 시행에서는 먼저 사건 B가 일어났을 때를 가정합니다.

당연히 모든 결과는 사건 B가 일어난 상태겠죠!

이제 조건부확률은 다음과 같이 계산합니다.

$$P(A \mid B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{\frac{n(A\cap B)}{n(S)}}{\frac{n(B)}{n(S)}}=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

두 사건 A, B에 대하여 한 사건이 일어나는 것이 다른 사건이 일어날 확률에 아무런 영향을 주지 않을 때, 즉 P(A | B)=P(A), 또는, P(B | A)=P(B) 일 때, 두 사건은 서로 독립이라 합니다.
두 사건이 서로 독립이 아닐 때, 두 사건은 서로 종속이라 하죠.

그렇다면 영향을 주지 않는다는 것은 무슨 말일까요??

예를 들어봅시다. 우산을 들고 나갈 사건을 A라 합시다.
또한 바깥에 비가 내릴 확률을 B라고 합시다.

비가 오지 않을 때, 우산을 들고 나갈 확률이 클까요?
비가 올 때 우산을 들고 나갈 확률이 클까요?

1.

사건 A와 B가 독립일 때, 사건 A^c와 B^c도 독립임을
확률의 곱셈정리와 덧셈정리, 그리고 여사건의 확률의 정의, 드 모르간 법칙에 따라 증명하시오.
(드 모르간 법칙은 $(A\cap B)^c=(A^c\cup B^c)$이고, $(A\cup B)^c=(A^c\cap B^c)$)

2. 2005학년도 6월 평가원 확률과통계 27번

친구에게 전화를 걸려고 하는데 친구 전화번호의 뒤의 세 자리 숫자가 생각나지 않는다. 그 세 자리 숫자는 차례로 그림과 같은 전화기 숫자판의 첫째 열에서 하나, 둘째 열에서 하나, 셋째 열에서 하나이고, 모두 홀수라는 것만 생각난다.

1	2	3
4	5	6
7	8	9
*	0	#

이 조건을 만족시키는 숫자를 임의로 선택할 때, 친구 전화번호의 뒤의 세 자리 숫자가 될 확률은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

3.

어떤 치과의사가 치아우식증을 가진 사람을 치아우식이 있다고 진단할 확률은 90%이고, 치아우식증을 가지지 않은 사람을 치아우식이 없다고 진단할 확률은 80%라고 한다. (단, 각각의 진단은 서로 독립사건이다.)

1) 어느 날 이 의사가 실제로 치아우식증이 있는 사람 500명과 실제로 치아우식증이 없는 사람 500명을 진찰하여 치아우식증에 걸렸는지 아닌지를 진단하였다.
이들 1000명 중 임의로 한 사람을 택했을 때, 그 사람이 치아우식증 진단을 받은 사람일 확률은?

2) 어느 날 오전, 이 치과의사에게 치아우식증이 있는 환자 2명과 없는 사람 1명 총 3명이 와서 진료를 받았다. 의사가 3명 모두 치아우식이 있다고 진단할 확률은?

4. 2007학년도 수능 확률과 통계 26번

서로 독립인 두 사건 A,B에 대하여 $\mathrm{P}(A\cap B)=2\mathrm{P}(A\cap B^c)$, $\mathrm{P}(A^c\cap B)=\frac{1}{12}$일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은? (단, $\mathrm{P}(A)\neq 0$이다.)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{7}{8}$ ⑤ $\frac{15}{16}$

5. 2011학년도 9월 평가원 공통 24번

주머니 안에 스티커가 1개, 2개, 3개 붙어 있는 카드가 각각 1장씩 들어 있다. 주머니에서 임의로 카드 1장을 꺼내어 스티커 1개를 더 붙인 후 다시 주머니에 넣는 시행을 반복한다. 주머니 안의 각 카드에 붙어 있는 스티커의 개수를 3으로 나눈 나머지가 모두 같아지는 사건을 A라 하자. 시행을 6번 하였을 때, 1회부터 5회까지는 사건 A가 일어나지 않고, 6회에서 사건 A가 일어날 확률을 $\frac{q}{p}$라 하자. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

1. 각각의 함숫값은 확률이기에 0 이상, 1 이하의 값을 가집니다. $0 \le p_i \le 1\,(i=1,2,\cdots,n)$

2. 사건은 표본공간의 부분집합이므로, $p_1, p_2, \cdots, p_n$를 모두 더하면 1입니다. $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

3. 확률의 덧셈정리에 의해 $P(x_i \le X \le x_j) = \sum_{k=i}^{j} p_k (i, j = 1, 2, \cdots, n, i \le j)$입니다.

확률변수 X의 값이 유한개 있지 않을 때, 즉 어떤 범위 안에 속하는 실수의 값일 때,

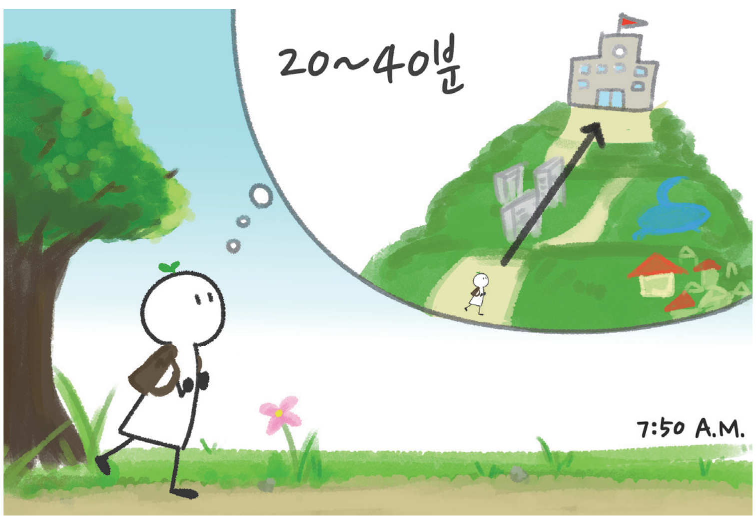
이때의 확률변수 X를 **연속확률변수**라 합니다. X값은 연속적으로 변합니다.

등교할 때 걸리는 시간을 X라 합시다.

매번 등교할 때 걸리는 시간이 같을 수는 없겠죠. 이때 X값은 등교 시간입니다.

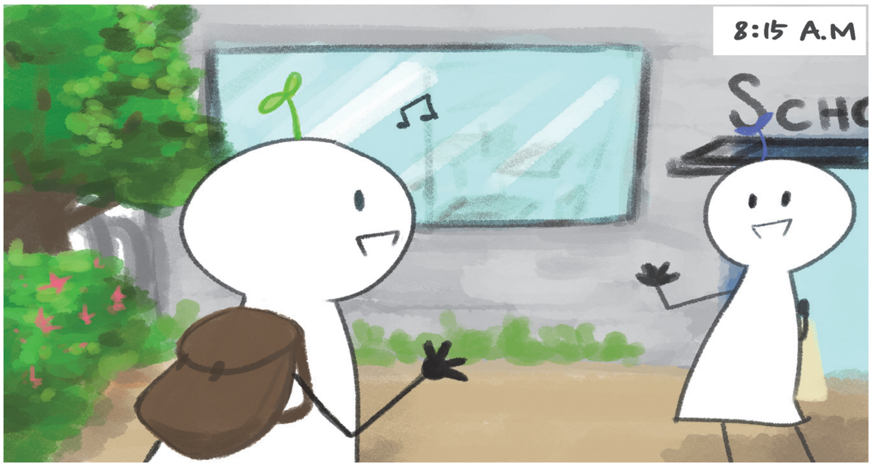
x는 매일 등교하는 사건을 정의역으로, 그 등교한 시간을 함숫값으로 하는 함수입니다.

어떤 학생의 등교시간이 최대한 빨리 가면 20분, 아무리 늦어도 40분 걸린다고 합시다.

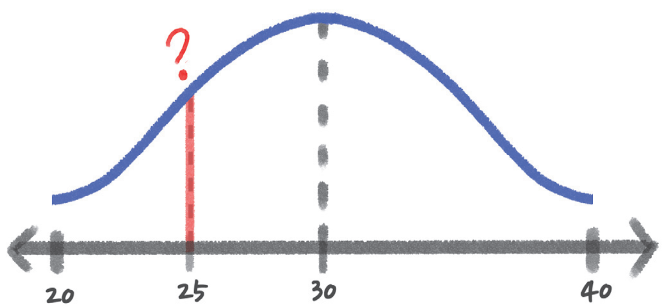


등교 시간이 20분에서 40분 사이가 될 것이며, 그 범위를 벗어날 수 없습니다.

그럴 때 이 확률변수 X에 대하여 $P(20 \le X \le 40) = 1$ 입니다.



또한 이 학생의 등교시간이 정확히 25분일 확률을 구하기는 어렵습니다.



20분부터 40분 사이에는 연속적으로 시간이 꽉 차있습니다. 20.99 분도 있을 수 있어요.

그렇기에 정확히 25분일 확률은 거의 0에 가깝습니다.

다만 이 학생의 등교시간이 25분에서 26분 사이일 확률을 구하는 것은 가능하죠.

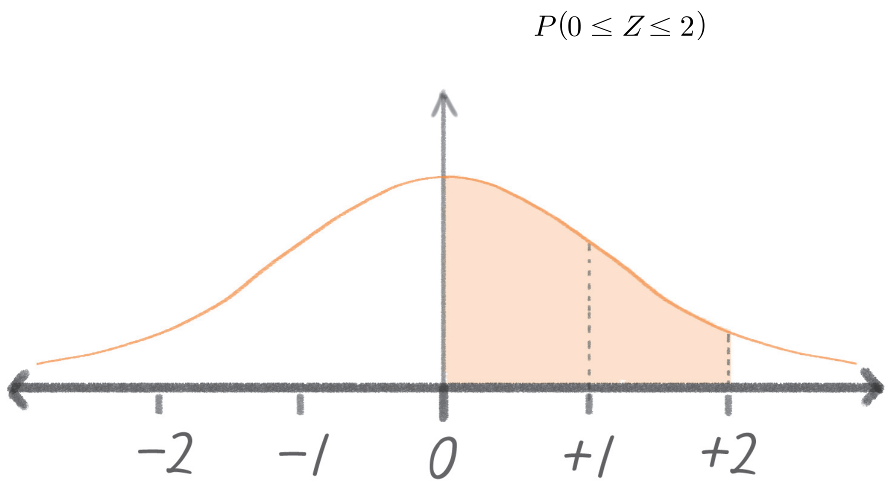
이제 연속확률변수의 x값에 대응되는 함숫값을 생각하고, 임의의 함수를 만들어봅시다.
그 함수를 y=f(x)라 할 때, 25분에서 26분 사이에 있을 확률은
y=f(x)의 그래프와, x축 및 두 직선 x=25, x=26 사이에 둘러싸인 부분의 넓이입니다.

이렇게요!

정규분포에서 표준화를 하는 이유

18

정규분포에서 표준화를 왜 하는걸까?



키, 몸무게, 강수량 등 자연현상이나 사회현상에서 나타나는 통계자료를 정리하면

좌우 대칭인 종 모양의 확률분포 그래프가 그려집니다. 이것을 정규분포라 합니다.

정규분포는 이상적인 확률분포입니다.

평균과 표준편차가 정해지면 확률밀도함수가 정해지며, 그래프의 모양도 정해집니다.

평균이 m이고 표준편차가 σ인 정규분포를 따르는 연속확률변수 X의 확률밀도함수 f(x)는

$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$ 입니다. 이것을 기호로 N(m,σ^2)로 표시합니다.

여기서 대문자 N은 정규분포를 뜻하는 영어 Normal distribution의 약자입니다.

정규분포곡선의 특징은 다음과 같습니다.

1. 평균에 대해서 선대칭인 종모양의 곡선으로, 점근선은 x축이다.
2. 평균에서의 f(x)의 값이 제일 크고 평균에서 멀어질수록 함숫값이 작아진다.
3. **곡선과 x축 사이의 넓이는 1이다.**
4. **m의 값이 일정할 때, σ값이 커지면 곡선은 낮아지면서 양쪽으로 퍼지고,**
   σ값이 작아지면 곡선은 높아지면서 뾰족하게 된다.
5. σ값이 일정할 때, m값이 변하면 대칭축의 위치만 바뀔 뿐 곡선모양은 같다.

평균이 0이고 분산이 1인 정규분포를 표준정규분포라 하며 이것을 N(0,1)로 나타냅니다.

확률변수 Z가 표준정규분포를 따를 때, Z의 확률밀도함수는

$f(z)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}$로 나타내며, Z가 $P(0\le z\le a)$일 확률을 나타낸 표를

표준정규분포표라 합니다. 표준정규분포는 Z=0에서 대칭이므로 $P(-a\le z\le 0)$은

$P(0\le z\le a)$을 대칭시켰다고 생각하면 됩니다.

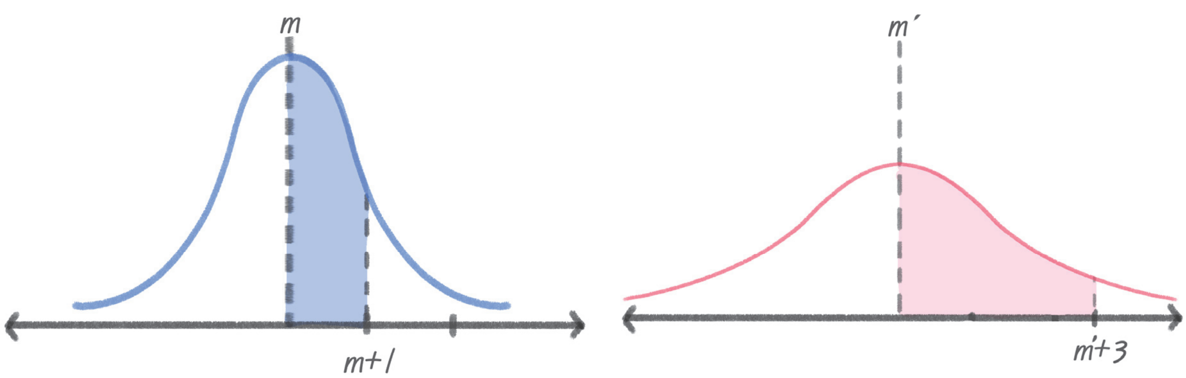
확률변수 X가 정규분포 $N(m,\sigma^2)$을 따를 때, 확률변수 Z를 $Z=\dfrac{X-m}{\sigma}$이라하면

Z의 평균은 0, 분산은 1이므로 표준정규분포를 따릅니다.

($\mathrm{E}\left(\dfrac{X-m}{\sigma}\right)=\dfrac{1}{\sigma}\mathrm{E}(X)-\dfrac{m}{\sigma}=0,\ \mathrm{V}\left(\dfrac{X-m}{\sigma}\right)=\dfrac{1}{\sigma^2}\mathrm{V}(X)=1$)

이와 같이 정규분포 $N(m,\sigma^2)$를 따르는 확률변수 X를 표준정규분포 N(0,1)를 따르는 확률분포 Z로 바꾸는 것을 확률변수 X의 표준화라 합니다.

그렇다면, 왜 정규분포를 표준화 시켜주는 걸까요?



다 음

그림을 봅시다. 두 정규분포 곡선 중 왼쪽은 표준편차가 1이며 오른쪽은 3입니다.

다음 두 영역의 넓이는 같습니다!

표준편차는 퍼져있는 정도를 뜻합니다.

위 두 그림은 평균에서부터 평균에서부터 평균에서 오른쪽으로 표준편차 1배 만큼 떨어진 곳 사이의 확률 뜻합니다.

정규분포는 자연현상이나 사회현상에서 나타나는 이상적인 분포입니다.

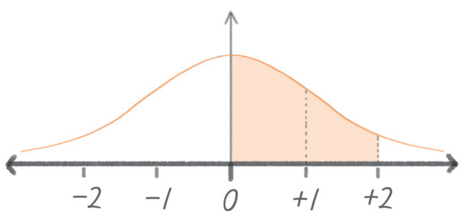
좌우 대칭이며, 평균과 멀어지면 확률이 낮아집니다.

표준편차가 크면 그래프가 낮아지면서 양쪽으로 그래프가 퍼집니다.

표준편차가 작으면 그래프가 뾰족하게 되며, 그래프가 높아집니다.

이제, 왜 평균이 0이고 표준편차가 1인 표준정규분포를 생각하는지 보겠습니다.

다음 그림을 봅시다.

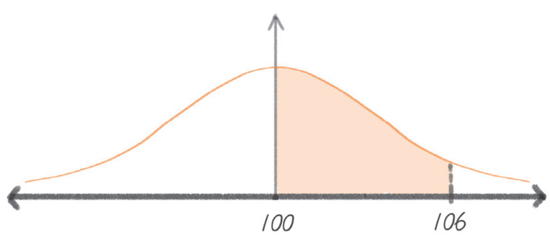


$P(0 \leq Z \leq 2)$

평균에서부터 평균에서 오른쪽으로 표준편차 두 배 만큼 떨어진 곳 사이의 확률입니다.

또한 다음 그림을 봅시다.

다음은 N(100, 3^2)의 정규분포에서 $P(100 \leq X \leq 106)$의 범위를 나타낸 것입니다.



사실 이 영역도 첫번째 그림과 같은 확률입니다. 평균에서부터 평균에서 오른쪽으로 표준편차 두 배 만큼 떨어진 곳 사이의 확률이죠.

이 두 그림의 영역의 넓이는 같습니다!

이것은 정규분포의 확률밀도함수 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$ 와

표준정규분포 곡선의 $f(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}$ 의 모양으로 유추할 수 있습니다.

증명은 교육과정 밖이지만 이해를 돕기위해 해보도록 합시다. 다음 두가지를 알아야합니다.

1) $P(\alpha \le X \le \beta)=\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$ (단, α, β는 확률밀도함수의 정의역에 포함된다.)

2) $\int_{a}^{b} f'(g(x))g'(x)\,dx=\int_{g(a)}^{g(b)} f'(t)dt$ 이렇게 g(x)=t로 치환해서 적분하는 것을 치환적분법이라 한다. 치환적분법은 합성함수의 미분법을 반대로 한 것으로 이해한다.

Q. N(100, 3^2)의 정규분포에서의 $P(100 \le X \le 106)$의 값과
표준정규분포 N(0,1) 에서의 $P(0 \le Z \le 2)$의 값이 같음을 수식으로 증명하시오.

A :

$$P(100 \le X \le 106)=\int_{100}^{106} f(x)dx=\int_{100}^{106}\frac{1}{3\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-100)^2}{2\times 3^2}}dx$$

이때, $\frac{x-100}{3}$을 z로 치환할 때, $\frac{x-100}{3}=z,\ \frac{dz}{dx}=\frac{1}{3}$

$$\int_{100}^{106}\frac{1}{3\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-100)^2}{2\times 3^2}}dx=\int_{100}^{106}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\times(\frac{x-100}{3})^2}\times\frac{1}{3}dx$$

$$=\int_{100}^{106}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}\times\frac{1}{3}\times dx=\int_{100}^{106}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}\times(\frac{dz}{dx})\times dx$$ 이며

dx에서 dz로 바뀌었을 때, 정적분의 범위도 달라지므로,

계산하면 $\int_{0}^{2}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}dz=P(0 \le Z \le 2)$ 입니다.

이제 표준화를 하는 이유는 명백합니다. 예를 들어 P(0<Z<2)의 확률을 생각해봅시다.

이것은 평균과 평균에서 오른쪽으로 표준편차 두 배만큼 떨어진 곳 사이의 확률입니다!

어떠한 정규분포곡선에서도 평균에서 표준편차 두 배 떨어진 곳과 평균 사이의 확률은 같습니다!

표준정규분포외의 정규분포에서는 평균에서 얼마만큼 떨어져있는지 한눈에 알기 힘듭니다.
P(0 $\leq$ Z $\leq$ a)에서 a는 표준편차 a배와 의미가 같습니다.

표준화 식을 살펴보면서 그 의미를 더 생각해봅시다.
표준정규분포를 따르는 확률변수 Z는 $Z=\frac{X-m}{\sigma}$으로 구해집니다.
$X-m$은 평균과 변수와의 차이입니다. 평균으로부터 얼마나 떨어져있는지를 계산합니다.
이걸 표준편차로 나눠주면, 평균으로부터 표준편차 몇 배 만큼 떨어져있는지 알게됩니다.

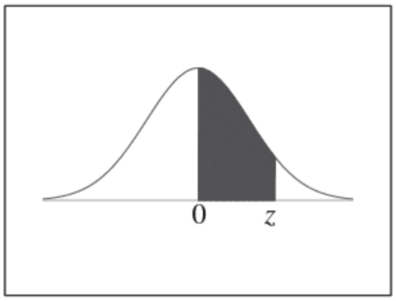
이제 표준정규분포에서의 범위를 표준편차의 배수 그대로 해석해주어도 됩니다!
또한, 어떤 정규분포도 표준화시켜서 확률을 구해도 확률이 달라지지 않음을 알았습니다.

이제, 우리는 표준정규분포에서 P(0 $\leq$ Z $\leq$ a) 사이의 넓이를 표로 조사해서 나타냈는데
이것을 표준정규분포표라 합니다. 어차피 모든 정규분포를 표준정규분포로 바꾸어 계산해도되니,
표준정규분포에서의 넓이를 표로 계산하면 된다는 이야기입니다!
P(0 $\leq$ Z $\leq$ a) 는 평균으로부터 표준편차 a배만큼 떨어진 곳과 평균 사이의 넓이입니다.

표준정규분포 곡선은 0에서 좌우대칭입니다. 만약 P(−b $\leq$ Z $\leq$ a)를 계산하고 싶다면,

P(0 $\leq$ Z $\leq$ a)를 구한 후, P(0 $\leq$ Z $\leq$ b)를 구하여 더하면 됩니다.

P(0 $\leq$ Z $\leq$ b)와 P(−b $\leq$ Z $\leq$ 0)은 대칭이므로 확률이 같기 때문입니다!



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998

이제, 우리는 표준정규분포표만 있다면, 정규분포의 확률을 구하는 것이 가능해집니다.

모든 정규분포는 표준정규분포로 바꿔서 생각해줄 수 있기 때문입니다.

[2013학년도 수능 나형 13번]

Q. 어느 학교 전체 학생의 시험 점수는 평균이 500점, 표준편차가 25점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 학생 중 임의로 1명을 선택할 때, 이 학생의 시험 점수가 475점 이상이고 550점 이하일 확률을 다음 표준 정규분포 표를 이용하여 구한 것은?

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.7745　② 0.8185　③ 0.9104　④ 0.9270　⑤ 0.9710

A. 구하는 것은 $P(475 \le X \le 550)$입니다. 두가지 방법으로 풀어봅시다.

1) 표준편차 한 칸은 25, 평균은 500입니다.

475는 평균에서 표준편차 한 칸 왼쪽으로 떨어졌네요.

550은 평균에서부터 표준편차 2칸 오른쪽으로 간 위치입니다.

표준정규분포표에서 1.0의 확률은 평균과 평균에서 표준편차 1칸 사이의 확률입니다.

2.0은 2칸 사이의 확률을 의미하므로, 바로 계산합니다. 0.3413+0.4772=0.8185입니다.

2) 표준화 시켜줍시다.

$$P(475 \le X \le 550) = P(-1 \le Z \le 2) = P(0 \le Z \le 1) + P(0 \le Z \le 2)$$

그러므로, 0.3413+0.4772=0.8185입니다.

평균과 표준편차만 다를 뿐, 평균으로부터 표준편차의 몇 배 떨어졌는지가 중요합니다.

표준화는 그 몇칸 떨어져있는지를 잘 보여주기 위한 방법임을 생각하시면 됩니다!

1. 합의 법칙과 곱의 법칙

1. 답 ③

A에서 C까지 가는 경우의 수를 구해봅시다.
일단 A에서 곧바로 C를 거치는 경우가 있고, A에서 B를 거쳐 C로 가는 경우가 있네요.

이 둘은 동시에 일어나지 않습니다!

1) A에서 곧장 C로 가는 경우의 수는 2가지입니다.
2) A에서 B를 거쳐 C로 가는 경우의 수를 구해봅시다.
B로 가는 경우의 수는 3가지, 그리고 B에서 C로 가는 경우의 수는 2가지입니다.
A에서 B를 거쳐 C로가는 경우, A에서 B로 가는 사건과 B에서 C로 가는 사건이

동시에 일어나네요!

3x2=6가지입니다. 두 가지 경우를 합의 법칙에 의해 더하면 8가지네요.
C에서 D로 가는 경우의 수는 1가지이며, A에서 C를 거쳐 D로 가는 사건은
역시 동시에 일어나므로 곱해줍니다. 8x1 = 8가지가 되겠네요! 정답은 3번입니다.

2. 답 ⑤

첫 문자는 a입니다. 그 다음 문자는 (나)조건에 의해 반드시 b여야겠네요!
이제 세 번째 문자가 a이거나 b입니다. 만약 a가 나오면 반드시 4번째는 b겠지요.
b가 나오면 4번째 문자는 a이거나 b입니다.
이것을 수형도로 그리면 다음과 같습니다.

이 문제를 수형도로 푸는 이유는 두가지입니다.

① 전체 가짓수가 적습니다.
처음 숫자 배열은 a-b이므로 그뒤에 이어질 a,b 두 문자를 사용해서 만들 수 있는 4개의 문자열의 경우의 수는 최대 16가지입니다.
② A가 나온 후에는 B가 나오는 규칙을 표시하기 쉽습니다.

2. 순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열

1. 답 : 192

1) n이 두 개 뽑히는 경우 나머지 4개중 2개가 뽑혀야 합니다.

경우의 수는 4개중 2개를 뽑아 나열하는 경우에서 순서를 구분하는 경우를 나눠주면, $\frac{4\times3}{2}$=6가지입니다! 이제, 일렬로 나열하면 같은 것이 2개 있으므로

$\frac{4!}{2!}$= 12가지의 나열하는 경우의 수가 있으며 둘을 곱의 법칙으로 곱해주면 72가지입니다.

2) n이 한 개 이하 뽑히는 경우는

한 개 뽑히고 나머지 4개중 3개 뽑히는 경우 ${}_4C_3$가지와

하나도 안뽑히는 경우 ${}_4C_4$가지를 더하여 4+1=5가지가 됩니다.

일렬로 나열하면 같은 것은 없으므로 4!=24가지이며, 곱의 법칙에 의해 120가지입니다.

1)과 2)는 동시에 일어나지 않으므로 합의 법칙에 의해 120+72=192가지입니다!

2. 답 ②

눈에 띄는 것은 b입니다. b는 1,3,5 자리에 모두 올 수 없습니다.
그러므로 2번째 혹은 4번째에 올 수밖에 없습니다.

이런 문제에서는 반드시 경우를 나눠주셔야 합니다.
b가 들어갈 자리가 한정되어 있습니다. 그러므로 b를 기준으로 경우를 나눠주면 됩니다.
그 다음은 a 혹은 c에 대해서 경우를 생각해주면 됩니다.

경우를 나눈다는 말은, 동시에 일어나지 않는 경우 몇 가지를 따로 세준다는 뜻입니다.
b가 2번째와 4번째에 동시에 들어갈 수는 없으므로 **합의 법칙**을 쓸 수 있겠죠.

왜 b부터 나눠줘야 할까요?
1. b가 들어갈 자리가 적으므로 경우를 나눠도 그 경우가 많지 않습니다.
2. 예를 들어 e를 기준으로 나눠준다면, b가 들어갈 자리가 워낙 적으므로
B가 들어가지 못하는 곳을 고려해줘야하기 때문에 곱의 법칙을 쓰기 힘듭니다.