양수 k에 대하여 $x \geq 0$에서 정의된 원점을 지나는 함수 $f(x)$를

$f(x) = \begin{cases} a(x-k)^2 + b & (0 \leq x < e) \\ m \ln x + n & (e \leq x) \end{cases}$라 하자. (단, $a \neq 0$, $m, b \leq e$)

함수 $f(x)$는 $x \geq 0$에서 다음 조건을 만족시킨다.

(가) : $y = f(x)$와 $y = tx$의 제 1사분면 위의 교점의 개수를 함수 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$는 $0 < t < 2$에서 연속이다.

(나) : $x \neq e$에서 $0 < f'(x) \leq 2$이다.

이때 $\displaystyle\int_0^{e^2} f(x)dx$의 최댓값을 $pe^3 + qe^2$라 할 때, $6(p+q)$의 값을 구하시오.

(단, p, q는 유리수이다.)

함수 $g(x)=e^{x^4}+ae^{x^3}+be^{x^2}+ce^{x}+d$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $k=\ln(p^2-p)$을 만족하는 실수 k에 대해 $f_k(x)=|x^2-k|$이라 할 때, $g'(f_k{}'(x))f_k{}'(x)$는 모든 실수 x에서 연속하게 하는 자연수 p의 개수는 무수히 많다.

(나) $\lim_{x\to0}\frac{g'(x)}{x}=-2,\ g(0)=1$

이때 $a+b+c+2d$의 값을 구하시오.