FINAL LECTURE : PHYSICS 1

2 0 1 9

김 형 모 지음

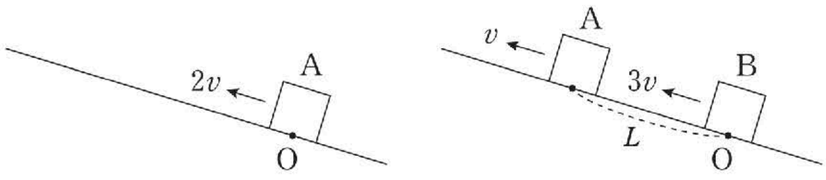
2

문제편

16

해설 강의
23p

그림 (가)는 물체 A가 기울기가 일정한 빗면 위의 점 O를 속력 $2v$로 지나는 모습을 나타낸 것이다. 그림 (나)는 A가 빗면 위로 등가속도 운동하여 O에서 L만큼 떨어진 지점을 속력 v로 지나는 순간 물체 B가 O를 속력 $3v$로 지나는 모습을 나타낸 것이다.



(가) (나)

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? (단, 마찰과 공기 저항, 물체의 크기는 무시한다.)

보 기

ㄱ. 빗면 위에서 A와 B의 가속도의 크기는 $\dfrac{3v^2}{2L}$로 같다.

ㄴ. (가)의 순간부터 A와 B가 만날 때까지 걸린 시간은 $\dfrac{7L}{6v}$이다.

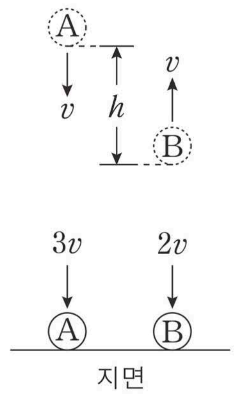
ㄷ. A와 B가 만나는 순간, A와 B의 속력의 합은 $\dfrac{5}{2}v$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설 강의
30p

21

그림과 같이 물체 A, B가 각각 연직선상에서 중력만 받아 운동하고 있다. A와 B의 속력이 v로 같은 순간, A와 B의 높이차는 h이고, A는 연직 아래, B는 연직 위로 운동한다. 이후 A와 B는 각각 등가속도 운동하다가 시간 t 간격으로 지면에 각각 속력 $3v$, $2v$로 도달한다.



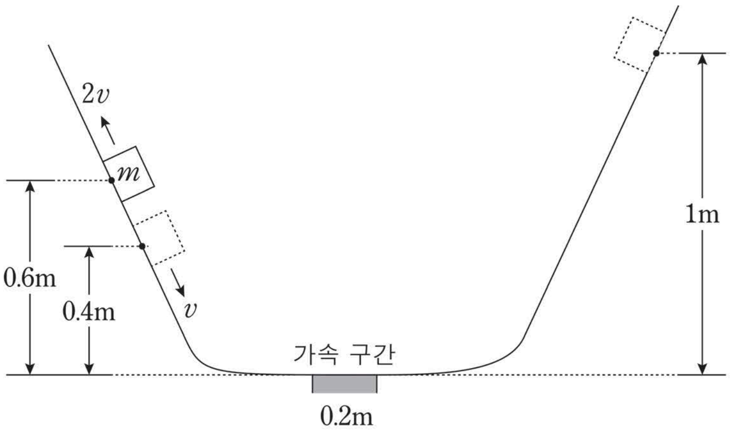
t는? (단, 물체의 크기와 공기 저항은 무시한다.)

① $\frac{h}{4v}$ ② $\frac{2h}{5v}$ ③ $\frac{h}{2v}$ ④ $\frac{5h}{8v}$ ⑤ $\frac{2h}{3v}$

22

해설 강의
100p

그림과 같이 물체가 높이 0.4 m인 지점을 속력 v로 지나 수평면 위의 가속 구간을 거쳐 최대 높이 1 m인 지점까지 올라갔다가 가속 구간을 반대 방향으로 거쳐 높이 0.6 m인 지점을 속력 $2v$로 지났다. 가속 구간의 길이는 0.2 m이고 물체는 가속 구간을 지나는 동안 운동 방향으로 크기가 40 N인 힘을 일정하게 받는다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 $10\,\text{m/s}^2$이고, 물체의 크기, 공기 저항, 모든 마찰은 무시한다.)

보 기

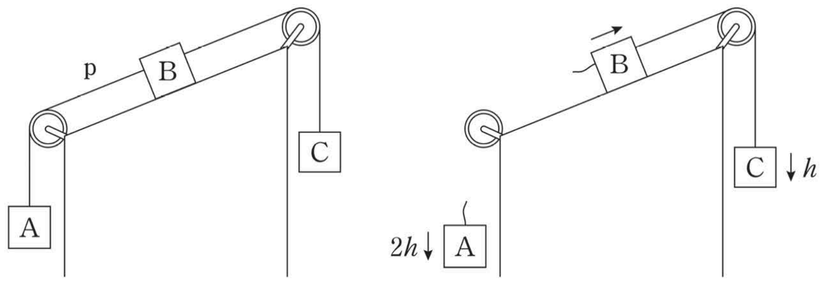
ㄱ. 가속 구간을 지나는 동안 물체의 역학적 에너지는 증가한다.
ㄴ. $m = 2\,\text{kg}$이다.
ㄷ. $v = 4\,\text{m/s}$이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설 강의
119p

37

그림 (가)는 물체 A, B, C가 실로 연결되어 정지해 있는 모습을 나타낸 것이고, 그림 (나)는 (가)에서 실 p를 끊었더니 A, B, C가 등가속도 운동하는 모습을 나타낸 것이다. A와 C의 높이는 같은 시간동안 $2h$, h만큼 내려가고, B는 기울기가 일정한 경사면 위쪽으로 운동한다.



(가) (나)

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? (단, 물체의 크기, 실의 질량, 공기 저항, 모든 마찰은 무시한다.)

보 기

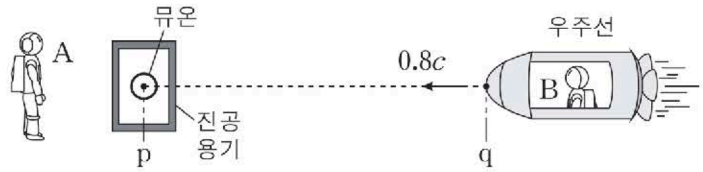
ㄱ. (나)에서 C의 운동 에너지 증가량은 C의 역학적 에너지 감소량과 같다.
ㄴ. 질량은 A가 B보다 작다.
ㄷ. (나)에서 중력 퍼텐셜 에너지 감소량은 A가 C보다 크다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

해설 강의
162p

13

그림은 무중력 우주 공간에 정지해 있는 A와, A를 향해 $0.8c$의 일정한 속도로 운동하는 우주선에 탄 B가 진공 용기에 있는 뮤온의 수명을 측정하는 모습을 나타낸 것이다. A가 측정할 때, 뮤온의 수명은 T이고, 진공 용기의 점 p에 정지해 있던 뮤온이 붕괴하는 순간에 우주선이 p로부터 거리 L만큼 떨어져 있는 점 q를 지난다. p와 q는 A에 대해 정지해 있다.



B가 측정할 때, 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? (단, c는 빛의 속력이고 우주선의 크기는 무시한다.)

보기

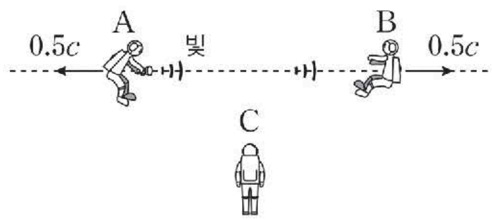
ㄱ. 뮤온의 수명은 T보다 길다.
ㄴ. B의 시간은 A의 시간보다 느리게 간다.
ㄷ. 뮤온이 붕괴하는 순간, 뮤온이 붕괴한 위치와 우주선 사이의 거리는 L보다 크다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

해설 강의
170p

17

그림은 무중력 우주 공간에서 A와 B가 정지한 C에 대하여 각각 $0.5c$의 일정한 속력으로 서로 멀어지고 있는 모습을 나타낸 것이다. C가 볼 때, A는 B를 향해 일정한 주기로 빛을 쏘고, B에는 일정한 주기로 빛이 닿는다. 표는 A가 빛을 쏘는 주기와 B에 빛이 닿는 주기를 A와 B가 측정한 내용을 나타낸 것이다.



관측자	A가 빛을 쏘는 주기	B에 빛이 닿는 주기
A	T_1	T_3
B	T_2	T_4

각 주기를 옳게 비교한 것은? (단, c는 빛의 속력이다.)

① $T_1 < T_2 < T_3 < T_4$
② $T_1 < T_2 < T_4 < T_3$
③ $T_1 < T_3 < T_2 < T_4$
④ $T_2 < T_1 < T_3 < T_4$
⑤ $T_2 < T_1 < T_4 < T_3$

3

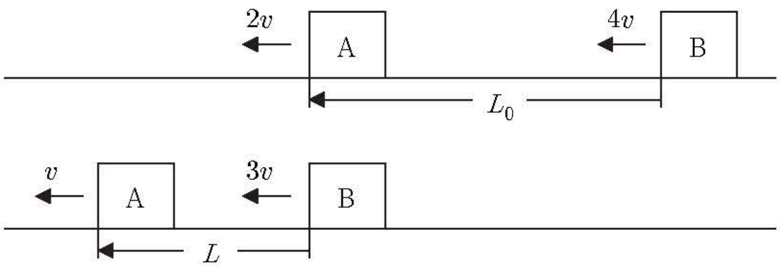
해설편

16 ⑤

[해설 1]

이해하기 어려운 상황은 아니지만, 난이도에 비해 계산이 복잡해서 오래 걸리는 문제입니다. 선지를 차근차근 따라갑시다.

우선 A와 B의 가속도가 같으므로 [1] 같은 시간 동안 A의 속력이 $2v \rightarrow v$로 변할 때, B의 속력은 $4v \rightarrow 3v$로 변해야 합니다. 따라서 (가)의 순간에 B의 속력은 $4v$입니다. 따라서 (가), (나)를 다음과 같이 표현할 수 있습니다.



ㄱ. A의 속력이 $2v \rightarrow v$로 변하는 동안 이동한 거리가 L이므로,

$a = \dfrac{v^2 - 4v^2}{2L} = -\dfrac{3v^2}{2L}$입니다. [2] (참)

ㄴ. 상대 속도를 이용해봅시다. A와 B의 가속도가 같으므로, 상대 속도의 크기는 $2v$로 같고 B가 A를 따라잡는 방향입니다. 따라서 (가)의 순간 A와 B 사이의 거리를 L_0라 하면, A에 대한 B의 상대 속도의 크기가 $2v$이므로 A와 B가 만날 때까지 걸린 시간 $t = \dfrac{L_0}{2v}$입니다. 이제 L_0만 구하면 되는데, 앞에서 가속도 a를 구할 때 A에 대해 사용한 공식($2as = v^2 - v_0^2$)을 그대로 B에 대해 적용하면 됩니다. $2\left(-\dfrac{3v^2}{2L}\right)L_0 = (3v)^2 - (4v)^2 = -7v^2$, $L_0 = \dfrac{7}{3}L$이므로 $t = \dfrac{7}{3}L \times \dfrac{1}{2v} = \dfrac{7L}{6v}$입니다. [3] (참)

ㄷ. $v = v_0 + at$를 A와 B에 각각 적용하면, [4]

<A> $2v - \dfrac{3v^2}{2L} \times \dfrac{7L}{6v} = \dfrac{1}{4}v$

<B> $4v - \dfrac{3v^2}{2L} \times \dfrac{7L}{6v} = \dfrac{9}{4}v$

따라서 속력의 합 $\dfrac{1}{4}v + \dfrac{9}{4}v = \dfrac{5}{2}v$입니다. (참)

1) 같은 빗면에서 중력(+ 수직항력)만 받아 운동하고 있으므로 가속도가 같습니다. 곧, 같은 시간 동안 속도 변화량이 같습니다.

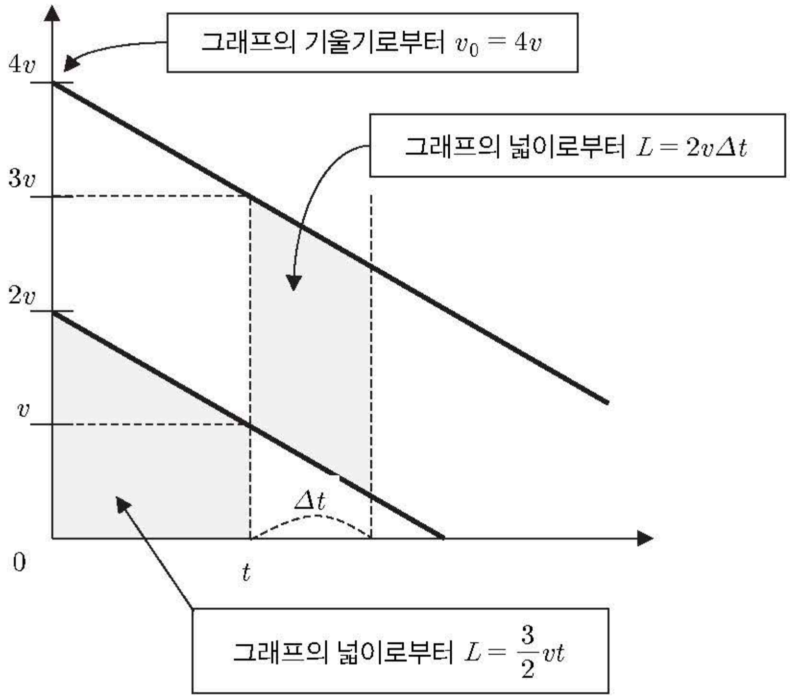
2) 선지가 $\dfrac{v^2}{L}$꼴인 것이 힌트입니다.

3) 역시 선지가 $\dfrac{L}{v}$꼴인 것이 힌트입니다.

4) 가속도와 걸린 시간이 주어졌으므로, 이를 이용하는 것이 가장 자연스러운 풀이입니다.

[해설 2]

이번에는 $v-t$그래프를 이용해서 문제를 풀어봅시다. 이 풀이는 조금 어렵지만 많은 내용을 배울 수 있습니다. [5)]



여기서 t는 (가)에서 (나) 사이의 시간이고, Δt는 (나)의 순간부터 A와 B가 만날 때까지의 시간입니다. 그래프를 상대 속도의 관점에서 해석했을 때, 오른쪽 도형의 넓이가 L이 되는 순간[6)] A와 B가 만나게 됩니다.

ㄱ. 0~t 구간에서 A의 가속도를 구해보면 $a=\frac{v-2v}{t}=-\frac{v}{t}$입니다.

선지를 보면 t를 소거해야 합니다. $L=\frac{3}{2}vt$에서 $t=\frac{2L}{3v}$이므로,

$a=-v\times\frac{3v}{2L}=-\frac{3v^2}{2L}$입니다. (참)

ㄴ. $\frac{3}{2}vt=2v\Delta t$, $\Delta t=\frac{3}{4}t$이므로 $t+\Delta t=\frac{7}{4}t=\frac{7L}{6v}$입니다. (참)

ㄷ. $\frac{7}{4}t$인 순간[7)] A와 B의 속력은 각각 $v-\frac{3v^2}{2L}\times\frac{L}{2v}=\frac{1}{4}v$,

$3v-\frac{3v^2}{2L}\times\frac{L}{2v}=\frac{9}{4}v$이므로 합은 $\frac{5}{2}v$입니다. (참)

5) 그래프는 그린다고 다가 아니라, 어떻게 보느냐가 핵심입니다. 문제 이해를 쉽게 해주는 도구를 넘어서서 계산을 줄여주는 도구로 발전시켜야 합니다.

6) 시각 t일 때 A와 B 사이의 거리가 L이고, A와 B가 가까워지므로, 상대 속도의 크기 × 걸린 시간 $=L$일 때 A와 B가 만나게 됩니다. 그리고 상대 속도의 크기는 A와 B의 속도 그래프의 차입니다.

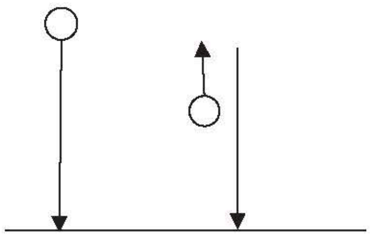
7) A와 B가 만나는 순간.

21 ②

[해설]

중력장에서 A와 B가 연직 하방/상방 운동하고 있습니다. 중력장 혹은 빗면[1] 운동의 특징은 모든 물체의 가속도가 동일하다는 것입니다. 따라서 반드시 이를 이용하게 됩니다.

A의 속도 변화량은 $3v-v=2v$이고[2] B의 속도 변화량은 $2v-(-v)=3v$입니다. 가속도는 동일하므로 걸린 시간의 비가 $2:3$이어야 합니다. 따라서 그 값이 정확히 $2t$, $3t$이어야 시간 t 간격으로 지면에 도달하므로, A와 B가 처음 순간 이후 $2t$, $3t$에 지면에 도달한다는 것을 직관적으로 파악할 수 있습니다. [3]



B의 운동 방향을 주의하세요. B의 평균 속도로 계산한 변위의 크기는 B의 높이입니다.

쉽게 생각하면 $g=\frac{2v}{2t}\left(=\frac{3v}{3t}\right)$, $t=\frac{v}{g}$로 답을 다 구한 것 같지만, 문제에서는 **중력 가속도가 주어지지 않았고** t를 h와 v에 대한 식으로 표현해야 합니다.

A와 B 모두 ⓐ걸린 시간이 주어져 있고, ⓑ처음 속도와 ⓒ나중 속도가 주어져 있으므로, 명백하게 평균 속도[4]를 이용하여 편리하게 계산할 수 있습니다.
A의 평균 속도 $v_A=\frac{3v+v}{2}=2v$, B의 평균 속도 $v_B=\frac{-v+2v}{2}=\frac{1}{2}v$입니다.
그러면 A의 변위 $s_A=v_A\times 2t=4vt$, B의 변위 $s_B=v_B\times 3t=\frac{3}{2}vt$입니다.

조건에 의하여 $s_A-s_B=h$이므로[5] $h=\frac{5}{2}vt$, $t=\frac{2h}{5v}$입니다.

1) 중력장에서는 가속도가 g이고 빗면에서는 g보다 작다는 차이점만 있습니다.

2) 연직 아래 방향을 양(+)으로 두었습니다. 따라서 중력 가속도를 양(+)으로 생각하여 풉니다. 중력 가속도의 크기는 항상 g이지만, 문제에 따라 중력 가속도를 양(+)으로 두는 것이 편할 때도 있고, 음(-)으로 두는 것이 편할 때도 있습니다.
잘 모르겠다면 **처음 운동 방향을 양(+)으로 두면** 대부분의 경우 얼추 맞습니다.

3) 물론 그냥 $2T$, $3T$로 놓고 $3T-2T=T=t$로 계산해도 되지만, 이 정도 숫자 맞추기는 현장에서도 충분히 실현 가능한 범위입니다.

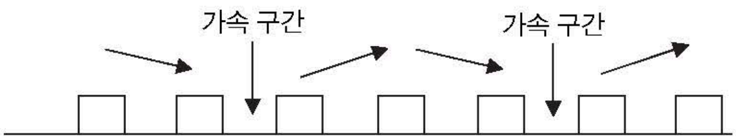
4) 등가속도 공식과 평균 속도를 합친 4가지 방정식이 풀이의 한 축입니다. 풀이속도 측면에서 상호 보완적인 관계이므로, 어느 하나 소홀하게 다루어서는 안 될 것입니다. 사실 공식 외울 것도 별로 없습니다. v, a, t 관계식은 정의에 불과하므로 너무 직관적인 식이라 외울 가치가 없고, 처음 속력이나 나중 속력이 0인 경우에 $s=\frac{1}{2}at^2$과 $v=\sqrt{2as}$ 이 두 가지 식만 외우면 됩니다. 처음 속력과 나중 속력이 모두 0이 아니라면 평균 속도로 풀면 되고요.
이 식들은 모두 기본적으로 벡터량을 가정하고 있기 때문에, 이 문제와 같이 운동 방향이 바뀌는 경우에도 적용하기 편합니다. 이동 거리만 주의하세요.

5) A가 더 많이 내려갑니다.

22 ③

[해설]

물체의 속력과 높이[1]를 사건의 진행에 따라 나타내어봅시다.



속력	v	?	?	0	?	?	$2v$
높이	0.4	0	0	1	0	0	0.6

에너지 보존 증가 보존 보존 증가 보존

ㄱ. 물체가 빗면에서 오르내리는 경우에는 물체의 역학적 에너지가 보존됩니다. 물체가 가속 구간을 지나는 경우에는 물체의 역학적 에너지가 $40\times0.2=8\,\mathrm{J}$ 만큼 증가합니다. (참)

ㄴ. 속력이 v일 때의 운동 에너지를 K, 높이가 $0.1\,\mathrm{m}$일 때의 퍼텐셜 에너지를 U라 하면, 처음 순간과 반대편 빗면의 최고점에 도달한 순간 사이에 역학적 에너지가 $8\,\mathrm{J}$ 증가했으므로 $K+4U+8=10U$, $K=6U-8$을 얻습니다. 한편, 반대편 빗면의 최고점에 도달한 순간과 마지막 순간 사이에 역학적 에너지가 $8\,\mathrm{J}$ 증가했으므로 $10U+8=4K+6U$, $K=U+2$입니다.

두 식을 연립하여 $6U-8=U+2$, $U=2\,\mathrm{J}$, $K=4\,\mathrm{J}$을 얻습니다. U는 높이가 $0.1\,\mathrm{m}$일 때의 퍼텐셜 에너지이므로[2] $m\times10\times0.1=2$, $m=2\,\mathrm{kg}$입니다. (참)

ㄷ. K는 속력이 v일 때의 운동 에너지이므로[3] $\frac{1}{2}\times2\times v^2=4$, $v=2\,\mathrm{m/s}$입니다. (거짓)

1) 여기서 속력은 운동 에너지를, 높이는 퍼텐셜 에너지를 의미합니다. 그러니 속력 대신 운동 에너지를, 높이 대신 퍼텐셜 에너지를 써가며 문제를 이해해도 좋습니다.

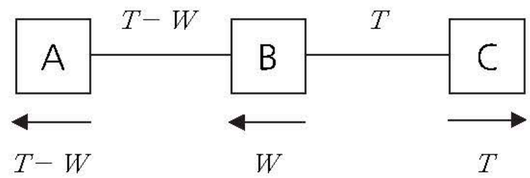
2) 풀이 과정에서 가정한 것입니다. 이렇게 특정 높이에서 물체의 퍼텐셜 에너지를 U라고 두면 계산이 간단해집니다. 다른 퍼텐셜 에너지(또는 변화량)를 U의 상수배로 표현하기도 쉽고, 운동 에너지와의 교환 비율을 계산하기도 쉽습니다.

3) 풀이 과정에서 가정한 것입니다. 이렇게 특정 속력에서 물체의 운동 에너지를 K라고 두면 계산이 간단해집니다. 다른 운동 에너지(또는 변화량)를 K의 상수배로 표현하기도 쉽고, 퍼텐셜 에너지와의 교환 비율을 계산하기도 쉽습니다.

37 ⑤

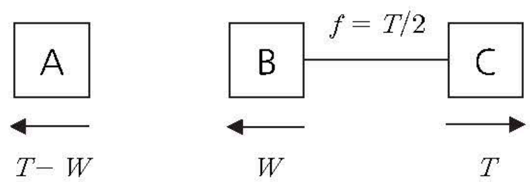
[해설]

(가)와 (나)의 조건을 이용하여 A, B, C에 작용하는 힘을 표시해봅시다. 우선 (가)에서 B와 C 사이의 실에 걸린 장력을 T, B에 작용하는 중력의 분력[1]을 W라 하고 힘의 평형을 고려하여 그림을 그리면 다음과 같습니다.



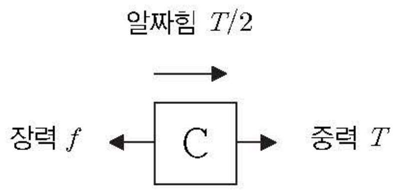
(가)

따라서 A의 무게는 $T-W$이고, C의 무게는 T임을 알 수 있습니다. 이제 실 p를 끊고 B와 C 사이의 실에 걸린 장력을 f라 한 다음, 가속도를 고려하여 (나)를 그려보면 다음과 같습니다.



(나)

여기서 A는 중력만 받고 있으므로, 가속도가 곧 중력 가속도 g입니다. 한편, B와 C는 같은 시간 동안 절반의 거리를 운동하였으므로 비례식[2]에 의하여 가속도가 $\frac{1}{2}g$입니다.



다시 말해 이것은 C에 작용하는 알짜힘의 크기가 $\frac{T}{2}$라는 것이므로, 새로운 장력의 세기 $f=T-\frac{T}{2}=\frac{T}{2}$입니다.

ㄱ. (나)에서 C의 운동 에너지 증가량은 알짜힘과 변위의 곱이므로 $\frac{T}{2}\times h=\frac{1}{2}Th$이고, C의 역학적 에너지 감소량은 장력과 변위의 곱이므로 $\frac{T}{2}\times h=\frac{1}{2}Th$입니다.[3] (참)

1) 중력의 분력이란, 중력을 빗면에 수직한 방향과 수평한 방향으로 벡터 분해하였을 때, 수평한 성분을 뜻합니다. 빗면에 수직한 성분은 수직항력과 정확히 상쇄됩니다. 삼각비를 이용하여 이를 정확히 계산하는 것은 교육과정 상의 내용이 아니므로, 이렇게 미지수로 놓아야 합니다. $W<mg$임은 알 수 있으나, $W=mg\sin\theta$임은 알 수 없다는 의미입니다.
그러나 빗면이 가파를수록 W가 크고, 빗면이 같으면 W가 같다는 사실은 알 수 있습니다. 같은 빗면에서 가속도가 같고, 빗면이 가파를수록 가속도가 크다는 사실이 공통 교육과정에 포함되어 있기 때문입니다.

2) 변위 / 시간^2 $\propto$ 가속도

변위 비
2 : 1
시간^2 비
1 : 1
가속도 비
2 : 1

3) 운동 에너지 증가량과 역학적 에너지 감소량이 항상 같은 것이 아니고, 이 문제에서 C의 가속도의 크기가 $\frac{1}{2}g$이기 때문에 그런 결과가 나온 것입니다. 가속도의 크기가 다르다면, 항상 다릅니다.

ㄴ. A에 $a=\dfrac{F}{m}$을 적용하면 $g=\dfrac{T-W}{m_A}$를 얻습니다. 마찬가지로 B에 $a=\dfrac{F}{m}$을 적용하면 $\dfrac{1}{2}g=\dfrac{T/2-W}{m_B}$를 얻습니다. 두 식을 연립하면 $\dfrac{T-W}{m_A}=\dfrac{T-2W}{m_B}$를 얻습니다. 정리하면 $\dfrac{m_A}{m_B}=\dfrac{T-W}{T-2W}>1$이므로, $m_A>m_B$입니다. [4] 따라서 질량은 A가 B보다 큽니다. (거짓)

ㄷ. 중력 퍼텐셜 에너지 감소량은 중력이 한 양(+)의 일입니다. 따라서 A에서는 $(T-W)\times 2h$이고 C에서는 $T\times h$입니다. 그런데 $T>2W$이므로 $T-2W>0$, $2T-2W>T$입니다. 따라서 A가 C보다 큽니다. (참)

4) 여기서 $T>2W$입니다. 이 식은 $f=T/2>W$로부터 얻습니다. (나)에서 B가 빗면 위로 등가속도 운동하므로 당연한 부등식이지요.

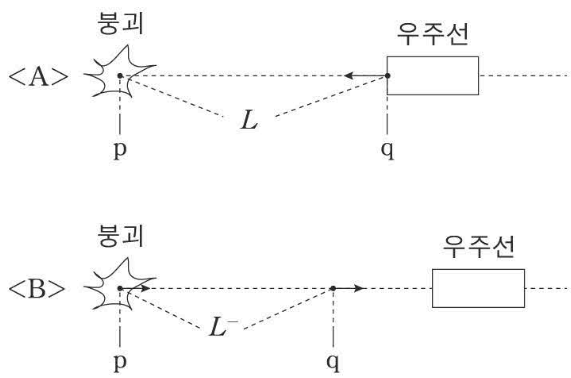
13 ④

[해설 1]

ㄱ. (B) 뮤온의 수명은 A가 측정한 T가 고유시간이므로, B가 측정한 팽창된 시간은 고유시간 T보다 더 깁니다. (참)

ㄴ. (B) 항상 자신보다 상대의 시간이 느리게 갑니다. (거짓)

ㄷ. (A) 뮤온이 p에서 붕괴하는 순간, 우주선이 q를 지납니다. 따라서 이때 뮤온이 붕괴한 위치와 우주선 사이의 거리는 L입니다. 한편 (B) 뮤온이 p에서 붕괴하는 것이 우주선이 q를 지나는 것[1]보다 먼저 일어나는 사건입니다. [2] 따라서 p와 q 사이의 거리가 아니라 그보다 더 긴 길이를 측정하게 됩니다.



위 그림에서 확인할 수 있듯이, [p와 q 사이의 거리]는 [뮤온이 붕괴한 순간, 뮤온이 붕괴한 위치와 우주선 사이의 거리]와 일치하지 않습니다. p와 우주선은 서로에 대해 정지해 있지 않기 때문입니다. [3]

이렇게 생각해봅시다. 위 그림은 〈A〉와 〈B〉에서 뮤온이 p에서 붕괴하는 사건이 발생하는 순간을 나타낸 것입니다. 이때 뮤온이 붕괴한 위치(p)와 우주선 사이의 거리는, 그림의 순간부터 우주선이 p에 도달할 때까지 걸린 시간에 상대 속력을 곱한 값과 같습니다.

상대 속력의 크기는 두 좌표계에서 모두 $0.8c$로 계산하면 되므로, 그림의 순간부터 우주선이 p에 도달할 때까지 걸린 시간을 구하면 되는데, 이 시간은 A가 측정한 것이 고유시간[4]입니다. 따라서 팽창된 시간을 측정한 B가 잰 거리가 더 깁니다. (참)

1) (정확하게는 q가 우주선을 지나는 것) 뮤온이 p에서 붕괴하는 사건 e_p와 우주선이 q에 도달하는 사건 e_q를 생각하면 쉽습니다. A에서 볼 때, e_p와 e_q는 서로 다른 장소에서 동시에 발생하게 됩니다. 이때 발생 위치의 차이는 L입니다.

2) B(우주선)의 좌표계에서는 사건의 순서에 관한 따름정리에 의하여, e_p가 e_q보다 먼저 발생합니다. 즉, p에서 뮤온이 붕괴하는 것이 q가 우주선에 도달하는 것보다 먼저입니다. 따라서 우주선은 q보다 더 멀리 있는 상태이므로, 비록 p와 q 사이의 거리를 측정한 것은 수축된 길이 L^-이라 해도 p와 우주선 사이의 거리는 L보다 작다고 할 수 없는 것입니다. 실제로는 더 큽니다.

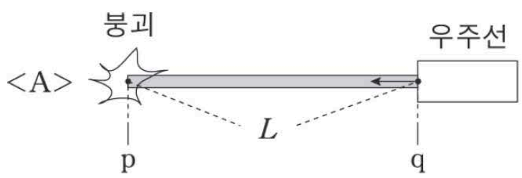
3) 서로에 대해 정지해 있는 두 점에 대해서만 고유길이가 존재합니다. 비슷하게, 순서를 매길 수 있는 두 사건에 대해서만 고유시간이 존재합니다.

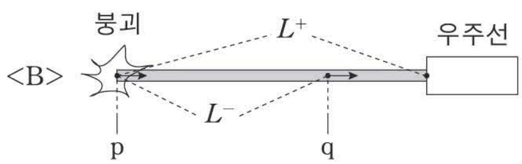
4) 뮤온이 p에서 붕괴한 다음, 우주선이 p에 도달하는 것이므로, p가 정지해 있는 A의 좌표계에서 측정한 것이 두 사건 사이의 고유시간입니다.

[해설 2]

앞의 해설 1에서는 우주선이 p에 도달하는 사건을 가정하여 문제를 풀었습니다. 이렇게 문제 상황을 변형 또는 연장하거나, 비슷한 상황을 새로 구성하여 푸는 방법에는 여러 가지가 있습니다. 앞에서는 고유시간(p에서 일어나는 두 사건)을 이용했다면, 이번에는 고유길이를 이용해봅시다. [5]

ㄱ 및 ㄴ은 동일한 방법으로 풀면 되고, ㄷ을 살펴봅시다. 우주선에 가늘고 긴 막대가 달려있다고 가정합시다. 즉, 막대의 한 끝은 우주선에 있습니다. 막대의 길이는 막대의 다른 끝이 p에 도달하는 순간 뮤온이 p에서 붕괴하도록 되어 있습니다. 즉, 막대의 끝이 p에 도달하는 것과 뮤온이 p에서 붕괴하는 것은 하나의 사건입니다. [6] 막대의 두 끝이 막대(혹은 우주선)에 대해 정지해 있는 것은 자명하므로, 우리는 막대의 길이만 재면 그것이 ㄷ에서 묻는 내용임을 알 수 있습니다. 이를 그림으로 보면 다음과 같습니다.





A가 볼 때, 막대의 수축된 길이는 L입니다. 따라서 B가 볼 때, 막대의 고유길이 L^+은 [뮤온이 붕괴하는 순간, 뮤온이 붕괴한 위치와 우주선 사이의 거리]이고 L보다 큽니다. (참)

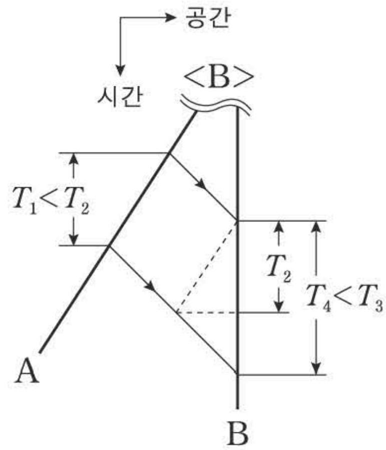
5) 고유길이를 이용하는 풀이는 원래 어렵습니다. 왜냐하면 고유시간은 두 사건이 같은 위치 다른 시각에 일어나는 경우를 찾으면 되는데, 고유길이는 두 사건이 같은 시각 다른 위치에 일어나는 경우를 찾아야 하는 것이고, 이때 같은 시각이라는 점 때문에 동시성의 상대성과 엮이게 되기 때문입니다.
이 문제에서도 동시성의 상대성을 고려해야 하므로 단순히 p와 q 사이의 거리를 이용하여 문제를 풀 수 없었던 것입니다.
즉, 올바르게 정의되는 "거리"를 찾는 것이 어려운 일이기 때문에 웬만하면 고유길이보다 고유시간으로 접근하는 것이 편합니다. 고유길이를 이용하는 풀이와 고유시간을 이용하는 풀이를 서로 교환하여 푸는 방법은 이 문제의 해설 1과 해설 2를 잘 살펴보시면 알 수 있습니다. 즉, 해설 1에서 문제를 푸는데 쓰인 고유시간과, 해설 2에서 문제를 푸는데 쓰인 고유길이가 서로 교환 가능한 내용입니다. 하지만 스스로 파악이 불가능할 정도로 받아들이기가 어렵다면, 그냥 모르는 편이 낫습니다. 고유길이로 풀어야 하는 어려운 문제는 별로 없으므로 고유시간으로 풀면 됩니다.

6) 막대의 끝이 p에 도달하는 사건의 (발생 위치, 발생 시각)과 뮤온이 p에서 붕괴하는 사건의 (발생 위치, 발생 시각)이 동일하므로, 서로 같은 하나의 사건이라고 볼 수 있으며, 이는 모든 좌표계에서 동일합니다. 왜냐하면 모든 좌표계에서 사건이 달라지는 경우는 없기 때문입니다. 사건과 사건 사이의 시간이나 거리는 달라지지만, 개별적인 사건 자체의 발생 여부는 동일합니다.

17 ②

[해설 1]

A가 빛을 쏘는 주기는 일정하며, 그 빛이 B에 도달하는 주기도 일정합니다. 그런데 그 주기는 또 다릅니다. 이것이 직관적으로 와 닿지 않을 수 있으므로, 그래프[1]를 이용하여 이해해봅시다.



A가 빛을 쏘는 주기는 A가 측정한 것이 고유시간이므로, $T_1 < T_2$입니다. B에 빛이 닿는 주기는 B가 측정한 것이 고유시간이므로, $T_4 < T_3$입니다. 그래프 상에서 $T_2 < T_4$임을 확인할 수 있으므로, 이를 연립하여 주기의 측정값의 대소 관계를 구해보면, $T_1 < T_2 < T_4 < T_3$입니다.[2]

[해설 2]

$T_1 < T_2$와 $T_4 < T_3$은 고유시간을 이용하여 쉽게 보일 수 있습니다. 그러나 $T_2 < T_4$가 성립한다는 것을 보이기는 어렵습니다. 이번에는 그래프 대신 수식을 이용해보도록 하겠습니다. (B) $t = t_0$일 때, A가 빛을 방출하였다고 하고, 이때 A와 B 사이의 거리는 L_0였다고 합시다. 그러면 이 빛이 B에 도달하는 시각 $t = t_0 + L_0/c$입니다. A가 빛을 쏘는 주기는 T_2이므로, $t = t_0 + T_2$일 때 다음 빛을 방출합니다. 이때 A는 B로부터 멀어지고 있으므로, A와 B 사이의 거리는 $L_0 + vT_2$입니다. 그러면 이 빛이 B에 도달하는 시각 $t = t_0 + T_2 + L_0/c + (v/c)T_2$입니다.

따라서 B에 빛이 도달하는 주기 T_4는 시각의 차이므로,

$\frac{v+c}{c}T_2 = T_4 \rightarrow T_2 < T_4$입니다. 따라서 $T_1 < T_2 < T_4 < T_3$임을 보일 수 있습니다.

1) 시공간 그래프. 이런 형태의 좌표축은 의외로 종종 쓰입니다. 예를 들어 컴퓨터 그래픽스에서의 좌표계는 화면의 왼쪽 위가 원점이며, 오른쪽으로 x축, 아래쪽으로 y축이 뻗어나가는 식입니다.
물론, 해설에서 이해를 돕기 위한 도식이지, 문제를 풀기 위한 도구로 쓰기에는 다소 불편할 수 있습니다.

2) 이 그래프를 A의 좌표계에 대해 그리면 $T_1 < T_3$을 얻을 수 있습니다. 물론 이것으로는 정답을 보장할 수 없기 때문에 결국 B의 좌표계를 그려야 합니다. 하지만 원리는 같습니다.