

# [개념끝내기] 기하와 벡터

# 목차

#### Chapter 01 평면곡선

개념1 포<u>물</u>선 4

개념2 타원 10

개념3 쌍곡선 18

개념4 음함수의 미분과 접선 25

개념5 매개변수로 나타낸 함수의 미분 28

개념6 이차곡선의 접선의 방정식(1) 30

개념7 이차곡선의 접선의 방정식(2) 34

개념8 이차곡선의 접선의 방정식(3) 41

#### Chapter 02 공간도형

개념1 공간도형의 기본 성질과 평면의 결정 조건 46

개념2 위치관계 48

개념3 직선과 직선, 직선과 평면이 이루는 각 52

개념4 삼수선의 정리 56

개념5 이면각 59

개념6 정사영 61

개념7 공간좌표(1) 72

개념8 공간좌표(2) 74

개념9 구의 방정식 82



# [개념끝내기] 기하와 벡터

# 목차

#### Chapter 03 벡터

개념1 벡터의 뜻 86

개념2 벡터의 연산 88

개념3 위치벡터 94

개념4 벡터의 성분 96

개념5 벡터의 내적 100

개념6 직선의 방정식 111

개념7 평면의 방정식 117

개념8 원과 구의 벡터방정식 128

### 정답 및 해설

 Chapter 01 평면곡선
 132

 Chapter 02 공간도형
 155

Chapter 03 벡터 170





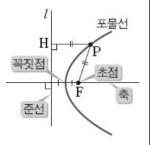
## ♡ 개념 1

#### 포물선

#### 1. 포물선의 정의

평면 위의 한 정점 F 와 이 점을 지나지 않는 한 정직선 l 이 주어질 때, 점 F 와 직선 l에 이르는 거리가 같은 점들의 집합을 **포물선**이라고 한다. 이때 정점 F를 포물선의 초점 이라고 하며 정직선 l을 포물선의 **준선**이라고 한다.

또 포물선의 초점 F를 지나고 준선 l 에 수직인 직선을 포물선의 축이라고 하며 포물선  $^{+}$ 과 그 축의 교점을 포물선의 꼭짓점이라고 한다.



#### 2. 포물선의 방정식

(1) 초점이 F(p, 0) 이고 준선이 x = -p 인 포물선의 방정식은

$$y^2 = 4px$$
 (단,  $p \neq 0$ )

① 초점 : F(p, 0) ② 꼭짓점 : (0, 0)

③ 준선 : x = -p ④ 축 : y = 0

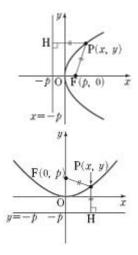
(2) 초점이 F(0, p) 이고 준선이 y=-p 인 포물선의 방정식은

$$x^2 = 4py$$
 (단,  $p \neq 0$ )

① 초점 : F(0, p)

② 꼭짓점: (0, 0)

③ 준선 : y = -p ④ 축 : x = 0



#### 3. 포물선의 평행이동

(1) 포물선  $y^2=4px$  를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 포물선의 방정식은

$$(y-n)^2 = 4p(x-m)$$

① 초점 : (m+p, n)

② 꼭짓점 : (m, n)

③ 준선: x = -p + m

④ 축 : y = n

(2) 포물선  $x^2 = 4py$  를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 포물선의 방정식은

$$(x-m)^2 = 4p(y-n)$$

① 초점: (m, n+p)

② 꼭짓점 : (m, n)

③ 준선: y = -p + n

④ 축 : x = m

4. 포물선의 방정식의 일반형

(1) x 축에 평행한 축을 가진 포물선의 방정식

$$\Rightarrow y^2 + Ax + By + C = 0$$
 (단,  $A \neq 0$ )

(2) y 축에 평행한 축을 가진 포물선의 방정식

$$\Rightarrow x^2 + Ax + By + C = 0$$
 (단,  $B \neq 0$ )

[원태샘의 TIP]

- 1. 포물선의 방정식을 다룰 때는 기본형을 기준으로 평행이동으로 생각하면 쉽다.
- 2. 이차곡선 문제의 대부분은 그림을 이용한 정의관련 문제가 출제가 된다.

따라서 문제에서 주어진 그림에서 부족한 부분들을 작도하여 이차곡선의 정의를 활용할 수 있도록 하는 것이 이차곡 선 문제를 해결하는 핵심이다.

3. 포물선  $y^2=4px$  의 초점 F를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을 각각  $P,\ Q$ 라 하고  $\overline{PF}=a,\ \overline{QF}=b$ 라 하면  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{p}$  이 성립한다.

필수유형 0 1

초점이 F(2, 1) 이고 준선이 x = 4 인 포물선이 있다. 이 포물선이 점 (a, 5)를 지날 때. 상수 a 의 값은?

① -1

③ 0

 $(4) \frac{1}{2}$ 

⑤ 1

유제 0 1

원  $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$  의 중심을 초점으로 하고 점 (2, 4)를 꼭짓점으로 하는 포물선이 점 (a, 6)을 지날 때. 상수 a의 값은?

 $\bigcirc$  2

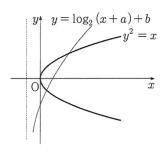
(2) **3** 

③ 4

**(4)** 5

(5) **6** 

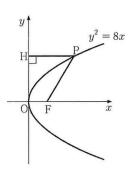
로그함수  $y = \log_2(x+a) + b$ 의 그래프가 포물선  $y^2 = x$ 의 초점을 지나고 이 로그함수 그래프의 점근선이 포물선  $y^2=x$ 의 준선과 일치할 때, 두 상수  $a,\ b$ 의 합 a+b의 값은? [2008학년도 수능기출]



- $4) \frac{21}{8}$

### 유제 0 2

그림과 같이 초점이 F인 포물선  $y^2=8x$  위의 제 1사분면에 있는 점 P 에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 하자.  $\overline{\rm PF}:\overline{\rm PH}=4:3$ 일 때, 점  ${\rm P}$ 의 x좌표는? [2016년 10월 교육청]

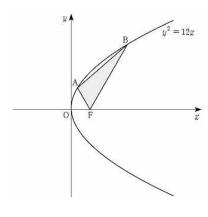


- ① 3
- 4 6

- 2 4
- ⑤ 7

3 5

그림과 같이 초점이  $\mathrm{F}$  인 포물선  $y^2=12x$  위에  $\angle\,\mathrm{OFA}=\angle\,\mathrm{AFB}=\frac{\pi}{3}$ 인 두 점  $\mathrm{A},\;\mathrm{B}$  가 있다. 삼각형  $\mathrm{AFB}$ 의 넓이는? (단, O는 원점이고 두 점 A, B는 제 1사분면 위의 점이다.) [2012년 10월 교육청]



- ①  $8\sqrt{3}$
- $4 14\sqrt{3}$

- ②  $10\sqrt{3}$
- ⑤  $16\sqrt{3}$

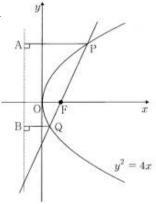
 $3 12\sqrt{3}$ 

### 유제 0 3

그림과 같이 포물선  $y^2=4x$ 의 초점  ${\mathbb F}$ 를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 하고 두 점 P, Q 에서 준선에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 하자. PF=5일 때, 사각형 ABQP의 넓이는? [2009학년도 사관기출]

- ③ 15

- $4 \frac{125}{8}$



포물선  $y^2=8x$ 의 초점 F를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을  $A,\ B$ 라 하자.  $\overline{AF}:\ \overline{BF}=3:1$ 일 때, 선분 AB의 길이는? [2013학년도 사관기출]

③ 10

 $\textcircled{4} \quad \frac{32}{3}$ 

### 유제 0 4

그림과 같이 포물선  $y^2=12x$ 의 초점  ${\mathbb F}$ 를 지나는 직선 l과 이 포물선이 만나는 두 점 을 A, B라 하자.  $\overline{AF}$  :  $\overline{BF} = 4$  : 1일 때, 직선 l의 방정식은 ax + by = 12이다. 이 때, 상수 a, b에 대하여 a-b의 값은? [2005학년도 사관기출]

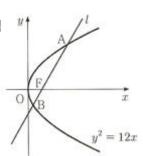
1 4

② 5

③ 6

4 7

⑤ 8



점 A(5, 4)에 대하여 포물선  $y^2 = 8x$  위의 임의의 점을 P, 초점을 F 라 할 때,  $\triangle APF$ 의 둘레의 길이의 최솟값은?

① 12

② 13

③ 14

4 15

⑤ 16

#### 유제 0 5

점 A(3, 1)에 대하여 포물선  $y^2=8x$  위의 임의의 점을 P, 초점을 F라 할 때,  $\overline{PA}+\overline{PF}$ 의 최솟값은?

① 5

② 6

③ 7

4 8

⑤ 9