

제 2 교시

수학 영역(A형)

출수형

5지선다형

1. $\log_3 24 - \log_3 \frac{8}{9}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & a \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 A^{-1} 의 역행렬이 존재하지 않을 때, a 의 값은? (단, E 는 단위행렬이다.) [2점]

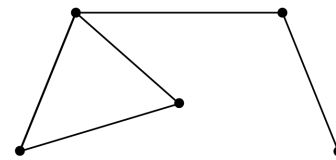
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x) = \frac{x-4}{x-1}$ 는 $x=a$ 에서 불연속이다. a 의 값은?

(단, a 는 상수이다.) [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬에서 행의 성분 중 0의 개수가 3인 행의 개수는? [3점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 에 대하여

$$a_1 = 2, \quad S_9 = 54$$

일 때, S_8 의 값은? [3점]

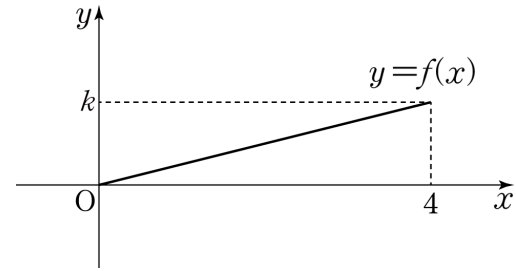
- ① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

6. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax+9}{x-3} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

[3점]

- ① -9 ② -8 ③ -7 ④ -6 ⑤ -5

7. 닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$P(1 \leq X \leq 2)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

8. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고,

$$P(B|A) = P(A|B) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{11}{16}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{13}{16}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

9. 어느 정미소에서 포장되는 현미 1봉지의 무게는 평균 m g,

표준편차가 40g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 정미소에서 현미 1봉지를 임의추출할 때, 현미 1봉지의 무게가 500g 이하일 확률이 0.9599이다. m 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.25	0.3944
1.50	0.4332
1.75	0.4599
2.00	0.4772

- ① 420 ② 430 ③ 440 ④ 450 ⑤ 460

10. 어느 회사에서 태블릿 PC와 스마트폰을 생산하고 있다.

태블릿 PC와 스마트폰을 각각 x, y 대씩 생산할 때 사용되는 부품 A와 부품 B의 개수를 각각 a, b 라 할 때, 다음 관계가 성립한다.

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 & 20 \\ 10 & 30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

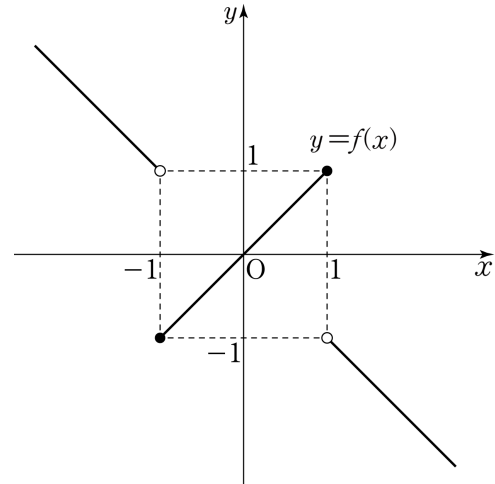
340개의 부품 A와 260개의 부품 B를 모두 사용하여 태블릿 PC p 대와 스마트폰 q 대를 생산할 수 있다고 한다. $p+q$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

11. 피부과 진료를 받은 사람 중에서 30%는 남성, 나머지 70%는 여성이었다. 남성의 60%, 여성의 80%는 예약을 하고 진료를 받았다. 진료를 받은 사람 중 임의로 선택한 1명이 예약을 하였을 때, 이 사람이 여성일 확률은? [3점]

- ① $\frac{26}{37}$ ② $\frac{28}{37}$ ③ $\frac{13}{17}$ ④ $\frac{30}{37}$ ⑤ $\frac{14}{17}$

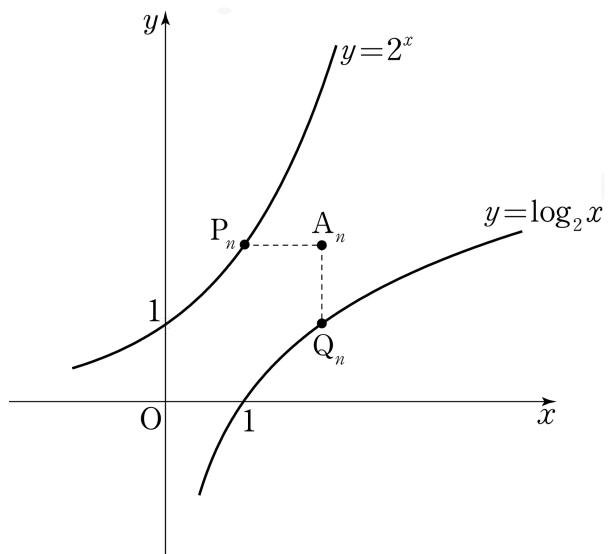
12. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1+0} \{f(x)\}^2 + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(f(x))$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

[13~14] 자연수 n 에 대하여 점 $A_n(n, n)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 P_n 이라 하고, 점 $A_n(n, n)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2 x$ 와 만나는 점을 Q_n 이라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. P_8 의 x 좌표를 k 라 할 때, 사각형 $P_8A_8Q_8A_k$ 의 넓이는? [3점]
- ① 9 ② 16 ③ 25 ④ 36 ⑤ 49

14. 선분 A_nP_n 과 선분 A_nQ_n 위의 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]
- ① 70 ② 72 ③ 74 ④ 76 ⑤ 78

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2, a_2 = 3$ 이고

$$a_{n+2} = 4a_{n+1} - 3a_n + 2^n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 $\{a_n\}$ 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n) + 2^n$$

이다. $b_n = a_{n+1} - a_n + 2^n$ 이라 하면

$$b_{n+1} = 3b_n \quad (n \geq 1)$$

이고, $b_1 = 3$ 이므로

$$b_n = \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 따라서,

$$a_{n+1} - a_n = \boxed{\text{(가)}} - 2^n \quad (n \geq 1)$$

이고, $a_1 = 2$ 이므로

모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(8) - 2g(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 501 ② 507 ③ 513 ④ 519 ⑤ 525

16. 샤프심의 굵기를 $x(\text{mm})$, 샤프심의 진하기에 의하여 정해지는 상수를 k 라 할 때, 샤프심의 강도 $s(\text{N/m}^2)$ 는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$s = (4^{5x} + a)(\log k + 0.1) \quad (\text{단, } a \text{ 는 상수이다.})$$

샤프심의 진하기에 의하여 정해지는 상수가 표와 같다.

진하기	k (상수)
B	1.26
HB	1.35

굵기가 0.3mm, 진하기가 B 인 샤프심의 강도가 2N/m^2 일 때, 굵기가 0.5mm, 진하기가 HB 인 샤프심의 강도(N/m^2) 는? (단, $\log 1.26 = 0.10, \log 1.35 = 0.13$ 으로 계산한다.) [4점]

- ① 7.73 ② 7.76 ③ 7.79 ④ 7.82 ⑤ 7.85

17. 이차정사각행렬 X 와 자연수 k 에 대하여 집합 S_k 가

$$S_k = \left\{ X^n \mid X = \begin{pmatrix} 0 & k \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, n \text{은 자연수} \right\}$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \in S_k$

ㄴ. $A \in S_4$ 이면 $A \in S_2$ 이다.

ㄷ. $3^{10}E \in S_k$ 를 만족시키는 k 의 개수는 4이다.
(단, E 는 단위행렬이다.)

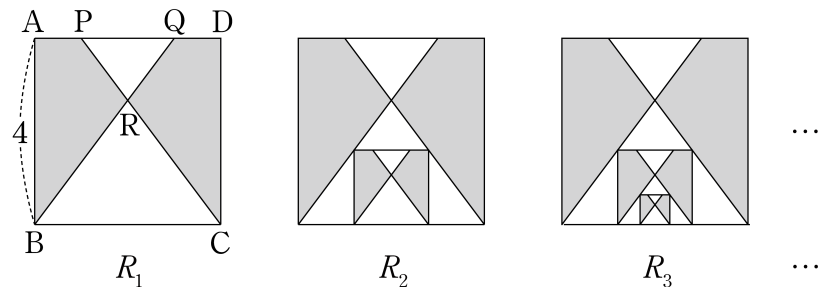
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD에 대하여 선분 AD를 1:3으로 내분하는 점을 P, 3:1로 내분하는 점을 Q라 하자. 선분 BQ와 선분 CP의 교점을 R이라 할 때, 사각형 ABRP와 사각형 CDQR을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 삼각형 BCR에 내접하는 정사각형에 대하여 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 사각형을 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 작은 정사각형 내부에 있는 두 삼각형 중 큰 삼각형에 내접하는 정사각형에 대하여 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 사각형을 색칠하여 얻은 그림을 R_3 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{100}{9}$ ② $\frac{103}{9}$ ③ $\frac{106}{9}$ ④ $\frac{109}{9}$ ⑤ $\frac{112}{9}$

19. 10 원, 50 원, 100 원, 500 원짜리 동전이 각각 4 개씩 있다.
이 16 개의 동전 중에서 5 개를 선택하여 만들 수 있는 금액의
경우의 수는? [4점]

- ① 46 ② 48 ③ 50 ④ 52 ⑤ 54

20. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_n = (-1)^{n+1} \left(\log \frac{n+4}{n} \right) \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a$ 이다. 10^a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $\frac{17}{3}$

21. 함수

$$f(x) = x^3 + ax^2 + a|x^2 - 9|$$

의 극값이 존재하지 않도록 하는 모든 정수 a 의 개수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형

22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n(2n+7) - 6n^2}{n+4}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. $\int_0^2 (3x^2 - 3x + 10) dx$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 9x^3 + 16x & (x < a) \\ 21x^2 + 4 & (x \geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $30a$ 의 값을 구하시오.

[3점]

25. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = x^4 - 2x^3 - \int_1^x f'(t) dt$$

를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 공장에서 생산된 K 제품의 무게는 표준편차가 1인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 K 제품 중 임의추출한 n 개의 표본평균이 15이었다. 이 결과를 이용하여 이 공장에서 생산된 K 제품의 무게의 평균을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간이 $[14.51, 15.49]$ 이다. n 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$ 이다.) [4점]

27. 곡선 $y = x^3 + x^2 + 1$ 위의 점 $(-1, 1)$ 에서의 접선이
 곡선 $y = x^3 + x^2 + a$ 에 접할 때, $27a$ 의 값을 구하시오.
 (단, a 는 1이 아닌 상수이다.) [4점]

28. 최고차항의 계수가 1인 두 사차함수 $f(x), g(x)$ 가
 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) = g(x)$ 를 만족시키는 x 의 값은 $-2, 0, 1$ 이다.

(나) $\int_0^2 f(x) dx = -\int_0^2 g(x) dx = 4$

두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를
 S 라 하자. $20S$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 7$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 1 & (a_n \geq 0) \\ a_n + k & (a_n < 0) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{16} = a_{23}$ 일 때, $\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값을 구하시오.

(단, k 는 자연수이다.) [4점]

30. 자연수 n 에 대하여 $\log n$ 의 지표를 m , 가수를 α 라 할 때,

좌표평면에서 점 P_n 을 $P_n(m, 10^\alpha)$ 이라 하자.

점 P_n 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 위의 점

중에서 점 $A(0, 1)$ 과의 거리가 최소인 점을 Q_n 이라 하자.

$\overline{AQ_n} \leq 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 개수를 구하시오.

(단, $1.41 < \sqrt{2} < 1.42$, $2.23 < \sqrt{5} < 2.24$ 이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하시오.