

## 수학의 명작 기하와 벡터 (2쇄) 정오표

학습에 불편을 드려 정말 죄송합니다. 불편하신 분이 없도록 최대한 사소한 부분도 모두 정오표에 담으려고 노력했습니다. 본문과 해설편을 분리해서 적어놓았습니다.

### (1) 본문

P 44



각형 ABC의 외접원을 정의하고 그 위의 점 E를 잡으면 원에 내접하는 사각형의 성질에  $\angle B + \angle D = 180^\circ$ 입니다. 그런데 문제의 조건에서  $\angle B + \angle D = 180^\circ$ 라는 조건을 준 것이니, 이는 직선 AC에 대하여 두 점 B, D가 같은 쪽에 있으므로 네 점 A, B, C, D가 같은 것이 됩니다. 따라서 다음 정리를 연습합니다.

#### 각형

각형이 존재하는 것과 사각형의 한 쌍의 대각의 합이 같은  $\rightarrow$  다른 다.

우 많이 등장하지만 앞에서 확~ 지나가버린 것이 각입니다. 각삼각형의 외심은 빗변의 중점이라는 것을 배웠. 각의 외접원, 빗변이 지름이 되고, 직각은 원주각이 되는 상황과 동일합니다. 이걸 다시 한 번 꼭!

Sticky Note 2018-06-05 06:08:19

letra 옵션

angle B + angle D = 180도라는 조건이 주어졌으니

2018-06-05 03:38:18

letra 옵션

같은  $\rightarrow$  다른

P52

좌표평면에 한 직선 위에 있지 않은 세 점 A, B, C가 있다. 다음 대하여 각 점 A, B, C와 평면  $\alpha$  사이의 거리 중에서 가장 작은

(가)  $d(\alpha)$ 이고, 선분 BC와도 만난다.

(나)  $d(\alpha)$ 가 가장 작고, 선분 BC와도 만나지 않는다.

좌표공간에

위의 조건에서  $d(\alpha)$ 가 최대가 되는 평면  $\alpha$ 를 구하시오.

P58

**포물선의 정의**

\* 평면에서 한 정점으로부터 이 점을 지나지 않는 한 정직선까지의 거리가 같은 점의 집합을 포물선이라 한다.

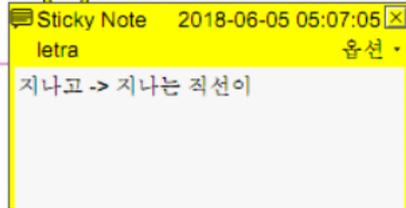
여기서 한 정점 F를 포물선의 초점, 정직선 l을 준선이라고 부릅니다.

포물선의 축과 포물선이 준선에 접하는 점을 원점으로 잡으면 포물선의 방정식은  $y^2 = 2px$ 가 됩니다.

평면에서 한 정점으로부터의 '거리와' 준선까지의 거리가 같은 점의 집합을 포물선이라 한다.

## P64

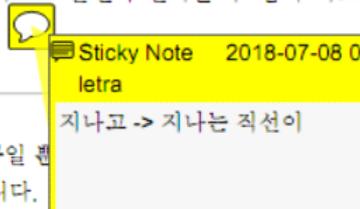
0)의 초점 F를 지나고 포물선과 만나는 두 점을 각각 P, Q  
이시오,



화평균

( $p > 0$ )의 초점 F를 지나고 포물선과 만나는 두 점의 좌표:  
 $\frac{1}{p}$ 를 만족시킨다.

이것은 그저 연습의 도구일 뿐  
이름을 따라가서 풀면 됩니다.



## P106

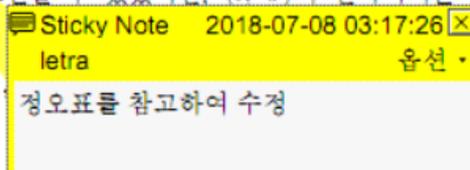
되면  $t$ 의 값도 유일하게 결정됩니다. 그런데  $t = f(s)$ 라고 했을 때,  $f(s)$ 를 구할 수가 있나요?

$$f(s) = ((s^3 + s)^{-1})^3 + 6$$

라고 하시려고 하셨나요? 물론 저렇게도 표현할 수 있겠지만,  $(t, s)$ 가 만족시키는 방정식이

$$t^3 - 3t = s^3 + 6k$$

였다면요? 이 경우는  $t$ 의 범위를  $t < -1$   
 $f(s)$ 를 굳이 구하실 건가요?



각각 대입

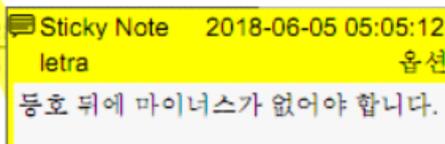
$g(t) = t^3 + t$ 라 할 때,  $f(s) = g^{-1}(s^3 + 6k)$   
로 수정

## P107

$$0 = -2\left(\frac{2}{3} - 1\right) + \frac{2\left(\frac{2}{3}\right)^2}{\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3 + 6k\right)^{\frac{1}{3}}}$$

정리하면

$$\therefore k = \frac{2}{8}$$





P351

$$\cos\theta = \cos(\theta_2 - \theta_1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{답이의 최댓값} = 6\cos\theta = 1 + 2\sqrt{6}$$

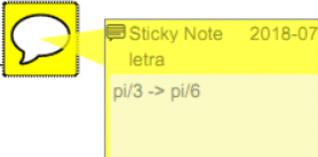
답 :  $1 + 2\sqrt{6}$



(2) 해설지

P29 Topic 4 9번

$\overline{HX} \times \cos \frac{\pi}{3} = \sqrt{6}$  입니다. 따라서

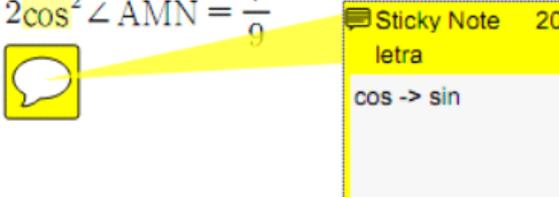
$$\cos \theta = \frac{\overline{BX}}{\overline{AX}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$$


P30 Topic 4 11번

$\overline{PN} = 1$ ,  $\sin \angle PMN = \frac{1}{3}$  가 성립합니다.  $\theta = 2 \angle PMN$  이므

$$\cos \theta = 1 - 2 \cos^2 \angle AMN = \frac{7}{9}$$

입니다.

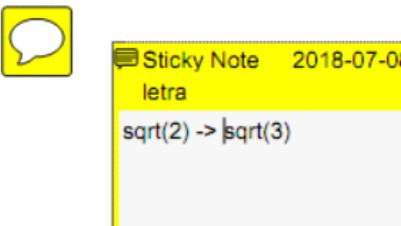


P34 Topic 4 18번

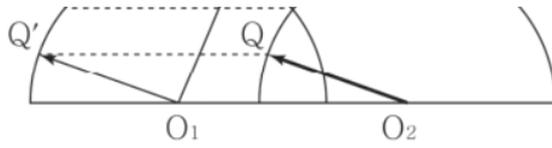
시 태양광선이 평면  $\alpha$  에 대해 이루는 각이  $30^\circ$  이  
부분은  $\alpha$  로,  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  이상인 부분은  $\beta$  로 사영됨을

$\frac{1}{2} \times 6^2 \sin \frac{2\pi}{3} = 24\pi + 9\sqrt{3}$  이고, 원판이 평면  $\beta$

$6\sqrt{3}\pi + 18$  입니다.



P40 Topic 5 10번



$$\vec{O_1Q}, \vec{O_2C} = \vec{O_2C'}$$

평행이동하면 점 Q'는 호 AC' 위를 움직이는 점입니다.

$$|\vec{O_1Q}| = |\vec{O_1P} + \vec{O_1Q'}|$$

Sticky Note 2018-07-08 03:00  
 letra  
 벡터 O2C' -> 벡터 O1C'

### P49 Topic6 8번

생기는 원의 법선벡터가 두 구의 중심을 이은 벡터, 즉  $y$ 축  
 라서 점 P의  $x$ 좌표와  $k$ 일 때  $z$ 좌표는  $\sqrt{56-k^2}$ 입니다.

$\vec{O_1P}$ 가  $\sqrt{56-k^2}$  이므로 면체의 부피는

$$\frac{1}{3}(\sqrt{56-k^2}) \leq 3 \times 28 = 84$$

Sticky Note 2018-07-08 04:00  
 letra  
 와 -> 가

### P51 Topic6 14번

를 만족하면 충분한데,

$$\left( \frac{2-k}{3\sqrt{1-k^2}} \right)' = \frac{-3\sqrt{1-k^2} + (2-k) \times \frac{3k}{\sqrt{1-k^2}}}{9(1-k^2)} = \frac{2k-1}{3(1-k^2)^{\frac{3}{2}}} \geq 0$$

이므로 구간 (0, 1)에서 식의 최소는  $k = \frac{1}{2}$ 일 때  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 으로 발생합니다. 따라서 위의 부등

$\cos\theta$ 의 최댓값은  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 입니다.

Sticky Note  
 letra  
 제거

### P58 Topic7 7번

세 점  $B_1, A_1, A_2$ 의 평면  $A_4A_3B$  위로의 정사영을 각각  $B_1', A_1', A_2'$ 라 하면,

Sticky Note 2018-06-05 05:15:23  
 letra 옵션  
 평면 A4A3B2

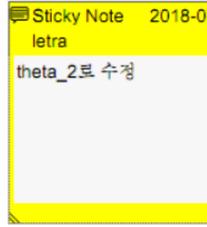
P64 Topic8 4번

$$\cos(\pi - \theta_1) = \frac{2}{3}, \quad \sin(\pi - \theta_1) = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

입니다. 또한,  $\angle Q'OB' = \theta_2$ 라 하면,

$$\cos\theta_2 = \frac{3}{\sqrt{10}}, \quad \sin(\theta_2) = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

입니다.



P68 Topic8 10번

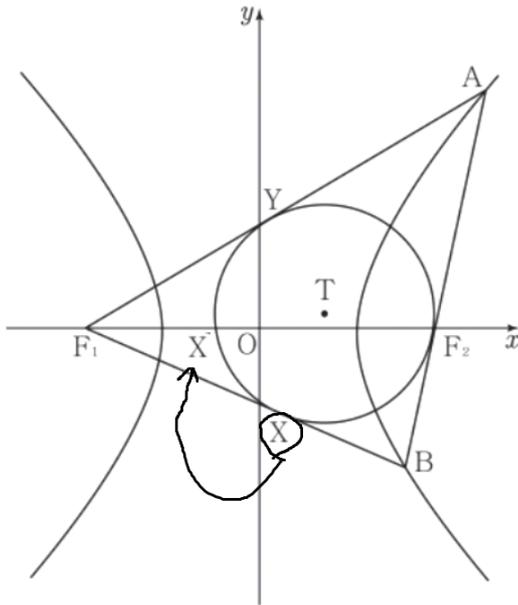
위에 있어야 하므로  $2t - t - 2t = 2$ 를 만족합니다. 즉, 점 P의 좌표는  $(-4, 2, 4)$ 입니다.

따라서 지름이 OA인 구의 중심은  $(-2, 1, 2)$ 이고, 이 구의 반지름은 3입니다. 구의 중심으로부터 평면  $x + y + z = 2$ 까지 이르는 거리가

$$\frac{|-2 + 1 + 2 - 2|}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



P81 Stage2 9번



(그림의 점 X 위치 수정)

P86 Stage2 16번

# 16.

단면을  $xy$  평면에 정사영한 도형의 넓이를 먼저 구해봅시다.

$$x - y = 2, z = 0$$

이고, 이 직선은 두 점  $(1, 0, 0)$ 과  $(2, 0, 0)$



## P88 Stage2 20번 주석2



2) 불연속인 지점이 생기면 불연속점 기준.

$\ln|x| + 1$  ( $x < 0$ )의 도함수도  $\frac{1}{x}$ 입니다.

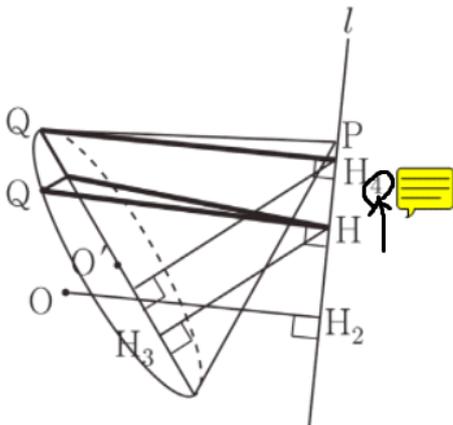


88

Stage.2

을 넘어서

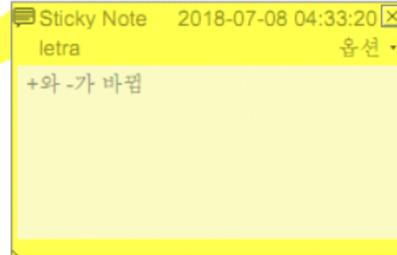
## P92 Stage2 23번



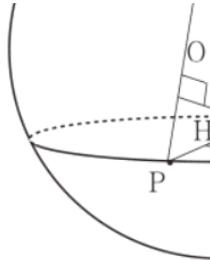
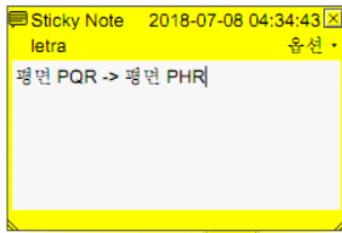
그림에서  $H_4$ 의 아랫첨자 4 생략

## P93 Stage2 23번

$\therefore |\vec{QH}| |\vec{H_1H}|$  의 최대  
 $\sqrt{17} (\sqrt{17} - \sqrt{10} (\cos\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2))$   
 $\therefore |\vec{QH}| |\vec{H_1H}|$  의 최소  
 $\sqrt{17} (\sqrt{17} - \sqrt{10} (\cos\theta_1 \cos\theta_2 - \sin\theta_1 \sin\theta_2))$



P94 Stage2 24번



$\overline{PR} = \overline{QR} = 2\sqrt{3}$  이고,  $\overline{PQ} = \sqrt{6}$  입니다. 따라서 점 Q에  
 $\overline{QH} \perp \triangle PQR, \overline{QH_1} \perp \overline{PR}$   
 이므로 삼수선의 정리에 의하여  $\angle PH_1H = 90^\circ$  입니다.

P100 Stage2 28번

직선 AB와 평면  $\alpha$ 가 평행하므로 직선  $m$ 과 직선  $H_1H_2$ , 직선 AB는 각각 서  
 정리에 의하여 위의 그림에 표시된 각이 우리가 구하려는 이면각의 크기임을 알

두 삼각형  $H_3EH_4, H_1EH_2$ 는 닮음비가 3:1인 닮음이므로



P102 Stage2 30번

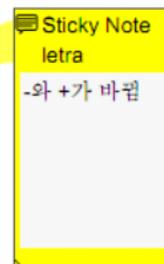
따라서 삼각함수의 덧셈정리를 적용할 수 있게 됩니다.

최대 :  $6\cos\theta = 6\cos(\beta - \alpha) = 6(\cos\beta \cos\alpha - \sin\beta \sin\alpha)$

최소 :  $6\cos\theta = 6\cos(\beta + \alpha) = 6(\cos\beta \cos\alpha + \sin\beta \sin\alpha)$

따라서 최댓값과 최솟값의 합은

$$12\cos\beta \cos\alpha = 12 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = 2$$



답 : 2



Sticky Note 2018-07-08 04:4

letra

답 : ④

### P121 Stage2 45번

어차피 이면각의 크기만 구하면 되니  $\overline{AB} = 4$ 라고 가정합니다. 점 D에서 밑면에 내린 수선: 직선 PM에 내린 수선의 발을 H'로 두면,  $\theta = \angle DM'H$ 입니다.

$$\cot\theta = \frac{\overline{HH'}}{\overline{HD}} = \frac{\overline{HH'}}{\sqrt{3}}$$



Sticky Note 2018-07-08 04:4

letra

DM'H -> DH'H

### P129 Stage2 55번

이고,  $d_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}|a|$ ,  $d_2 = \sqrt{5}|a|$ 입니다.



문항 comment

문제에서 평면의 법선벡터와 지나는 점

Sticky Note 2018-06-05

letra

$d_1 = |a|/3, d_2 = 5/3 |a|$

### P133 Stage2 60번

$\cos \angle PRH = \cos(\pi - \angle PRO) = \frac{1}{3}$  이므로  $\overline{RH} = \frac{1}{\sqrt{3}}$  이고,

$$\overline{HQ} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$



Sticky Note 2018-06-05

letra

PRO -> PRQ

P137 Stage2 68번

따라서 그림에서  $\overrightarrow{AH}$ 가 최대한  $\overrightarrow{CB}$ 와 **방향**이 되었을 때, 최대가 됨을 1  
최댓값은 0이 됩니다.

B ✓



Sticky Note 2018-07-08 04:44:22  
letra 옵션  
이루는 각이 작은 방향이  
로 수정

P165 Stage2 101번

Sticky Note 2018-06-05 03:36:27  
letra 옵션  
답 9

상은 익숙해져 있어야 합니다.

답 : 8