

제 2 교시

수학 영역(가형)

홀수형

5지선다형

1. ${}_6C_2$ 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x)}{\sin x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 좌표공간의 두 점 $A(2, a, 1)$, $B(4, -1, 3)$ 에 대하여
선분 AB 를 2:1로 외분하는 점의 좌표가 $(6, -3, b)$ 이다.
 $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고,

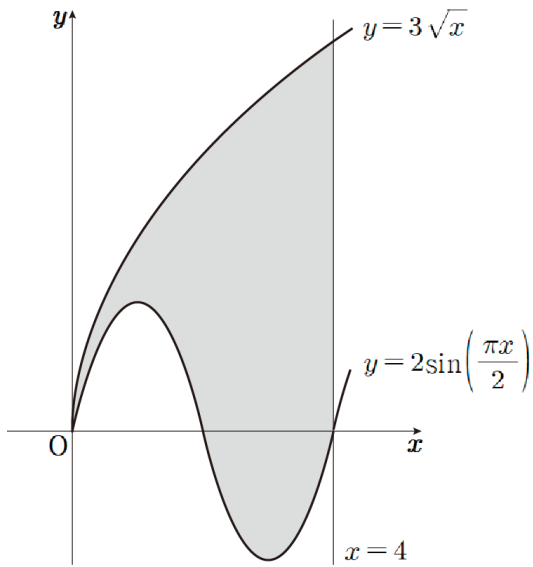
$P(A) = \frac{1}{5}, \quad P(A \cup B) = \frac{9}{20}$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{16}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{14}$ ④ $\frac{5}{13}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

15. 두 함수 $y=3\sqrt{x}$, $y=2\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ 의 그래프와 직선 $x=4$ 로 둘러싸인 영역의 넓이가 직선 $x=a$ 에 의하여 이등분될 때, 상수 a 의 값은? (단, $0 < a < 3$ 이다.) [4점]

- ① $4 - \frac{4}{\pi}$ ② $5 - \frac{8}{\pi}$ ③ $4 - \frac{6}{\pi}$
 ④ $3 - \frac{4}{\pi}$ ⑤ $3 - \frac{2}{\pi}$



16. $\overline{BC}=5$ 인 예각삼각형 ABC에 대하여 점 C를 지나고 평면 ABC에 수직인 직선 위에 $\overline{CD}=4$ 인 점 D가 있다. 두 삼각형 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ABD$ 의 넓이가 서로 같고, 두 평면 ABC와 ABD가 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{4}$ 일 때, 사면체 ABCD의 부피는? [4점]

- ① $\frac{80}{9}$ ② $\frac{85}{9}$ ③ 10 ④ $\frac{95}{9}$ ⑤ $\frac{100}{9}$

20. 자연수 $n (n \geq 5)$ 에 대하여 $2n+1$ 이하의 자연수 중에서 서로 다른 홀수와 짝수를 각각 2개씩 임의로 선택할 때, 선택한 수 중 어느 두 수도 연속하지 않을 확률을 a_n 이라 하자. 다음은 $a_6 \times a_7 \times a_8 \times a_9 \times a_{10}$ 의 값을 구하는 과정이다.

$2n+1$ 이하의 자연수 중에서 서로 다른 짝수 2개를 선택한 후 나머지 자연수 중에서 서로 다른 홀수 2개를 선택하는 경우의 수를 b_n 이라 하면 $b_n = {}_n C_2 \times {}_{n+1} C_2$ 이다. 이때 $1 \leq k_1 < k_2 \leq n$ 인 두 자연수 k_1, k_2 에 대하여 선택한 두 짝수를 $2k_1, 2k_2$ 라 하면 (1) $k_2 = k_1 + 1$ 인 사건과 (2) $k_2 \geq k_1 + 2$ 인 사건으로 나눌 수 있다.

(1) $k_2 = k_1 + 1$ 인 사건:

n 이하의 자연수 중에서 연속한 두 수를 선택하는 경우의 수는 $\boxed{(가)} C_1, 2k_1$ 또는 $2k_2$ 와 연속한 홀수 3개를 제외한 나머지 홀수 중에서 서로 다른 두 수를 선택하는 경우의 수는 ${}_{n-2} C_2$ 이므로 $k_2 = k_1 + 1$ 인 사건이 일어날 확률은 $\frac{\boxed{(가)} C_1 \times {}_{n-2} C_2}{b_n}$ 이다.

(2) $k_2 \geq k_1 + 2$ 인 사건:

n 이하의 자연수 중에서 연속하지 않는 서로 다른 두 수를 선택하는 경우의 수는 $\boxed{(나)} C_2 - \boxed{(가)} C_1 = {}_{n-1} C_2, 2k_1$ 또는 $2k_2$ 와 연속한 홀수 4개를 제외한 나머지 홀수 중에서 서로 다른 두 수를 선택하는 경우의 수는 ${}_{n-3} C_2$ 이므로 $k_2 \geq k_1 + 2$ 인 사건이 일어날 확률은 $\frac{{}_{n-1} C_2 \times {}_{n-3} C_2}{b_n}$ 이다.

(1), (2)에 의하여



이다. 따라서

$$a_6 \times a_7 \times a_8 \times a_9 \times a_{10} = \frac{2}{891}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n), h(n)$ 이라 할 때, $\frac{f(5)}{g(8)h(10)}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{1}{14}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 와 삼차함수 $g(x)$ 에 대하여

$$x < 0 \text{ 일 때, } g(x) = x^2 f(x) - \cos x$$

$$x > 0 \text{ 일 때, } g'(x) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$$

이다. 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \{f(x)\}^2$$

이라 하자. 일 때, $f(\pi - 2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\pi - 1$
 ② $\pi - \frac{1}{2}$
 ③ π
- ④ $\pi + \frac{1}{2}$
 ⑤ $\pi + 1$

단답형


22. 두 벡터 $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (1, -2)$ 에 대하여 벡터 $3\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ 에 대하여 $f'(2) = a$ 일 때, $30a$ 의 값을 구하시오. [3점]

29. 서로 다른 세 구 S , S_1 , S_2 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) S_1 의 반지름의 길이는 2이고, S_2 의 반지름의 길이는 5이다.
 (나) S , S_1 은 모두 S_2 에 외접한다.
 (다) S 는 S_1 의 중심을 지나고, S_1 은 S 의 중심을 지난다.

S 의 중심을 O 라 하자. S 와 S_1 이 만나서 생기는 원 위를 움직이는 점을 P , S_2 위를 움직이는 점을 Q 라 할 때,

의 최댓값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 정수 t 에 대하여

$$\int_t^{t+1} f(x)dx = \int_{t+2}^t x f'(x)dx$$

를 만족시킨다. 모든 자연수 n 에 대하여 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 을 각각

$$a_n = \int_0^n f(x)dx, \quad b_n = \sum_{k=1}^n k f(k)$$

라 하자. 일 때, $a_1 \times b_1$ 의 값을

구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.