미적분 I

요즘 수능 경향에 맞지 않거나 실험적인 문항에는 ★가 있습니다.

01 최고차항의 계수가 1이고, $f(2)=0$인 사차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)f(x)}{f(x)+f(-x)}=\frac{1}{2}$$

을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

02 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$2\int_0^x f(t)dt = x^5 - 2x^3\int_0^1 f(t)dt + x\int_{-1}^1 f(t)dt$$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? [4점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

03 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$를 만족시킨다. 두 함수 $y=f(x)$, $y=\frac{4}{x}$의 그래프가 만나는 점 $\mathrm{P}(a, f(a))(a>0)$에 대하여 방정식 $|f(x)|=f(a)$의 서로 다른 실근의 개수가 4일 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [4점]

04 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$와 실수 t에 대하여 점 $(t, f(t))$에서 직선 $y=x+2$ 사이의 거리를 $g(t)$라 하자.
함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(t)$의 극댓값은? [4점]

(가) $g(4)=0$
(나) 함수 $g(t)$는 오직 $t=-2$에서만 미분가능하지 않다.

① $8\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{2}$ ③ $16\sqrt{2}$ ④ $20\sqrt{2}$ ⑤ $24\sqrt{2}$

05 최고차항의 계수가 2인 사차함수 $f(x)$에 대하여 $g(x)$를

$$g(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{f(x)}{|x|^{n}+1}+3x+1$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $g(x)$의 극댓값은? [4점]

① $\frac{27}{8}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{29}{8}$

④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{31}{8}$

06 최고차항의 계수가 a인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1)=g(2)=0$
(나) $\lim_{x\to n}\frac{f(x)+2g(x)}{\lvert f(x)\rvert+g(x)}=3-n \quad (n=1,2,3)$

실수 a의 범위로 옳은 것은? [4점]

① $a>2$ ② $0<a<1$

③ $a<0$ ④ $-2<a<0$

⑤ $a<-1$

07 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$(x-k)\int_{k}^{x} f(t)dt \geq 0$$

를 만족시키도록 하는 실수 k의 범위는 $k \leq \alpha$ 또는 $k \geq \beta$이다. $\beta - \alpha = 8$일 때, 함수 $y = f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① 8 ② 16 ③ 24
④ 32 ⑤ 40

08 최고차항의 계수가 $\frac{1}{12}$인 삼차함수 $f(x)$가 있다. 두 실수 a, b에 대하여 함수 $y = |f(x) - f(a)|$가 극소가 되는 x의 개수를 $g(a)$라 하고, 방정식 $f'(|x|) = b$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(b)$라 하자. 모든 실수 t에 대하여 $g(t) + h(-g(t)) = 5$일 때, $f'(8)$의 값은? [4점]

① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$
④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

27 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq 4$를 만족시킨다. 실수 $t\,(-1<t<1)$에 대하여 두 원

$x^2+y^2=\left(\frac{5}{2}-\cos(\pi t)\right)^2$와

$(x-f(t))^2+y^2=\left(\frac{3}{2}+\cos(\pi t)\right)^2$에

동시에 접하는 모든 직선 중에서 일차함수인 직선의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$의 치역의 모든 원소의 합이 4일 때, $f\left(\frac{2}{3}\right)$의 값은? [4점]

① $\frac{31}{9}$ ② $\frac{34}{9}$ ③ $\frac{37}{9}$ ④ $\frac{40}{9}$ ⑤ $\frac{43}{9}$

28 실수 t에 대하여 점 $(t, 0)$에서 곡선 $y=e^{2x^2}$에 그은 두 접선의 기울기의 곱을 $g(t)$라 할 때, $\int_{-1}^{0} t\,g(t)dt$의 값은? [3점]

① $\frac{e^3-e^3}{2}$ ② $\frac{e^3+2e}{2}$ ③ e^3+2e ④ e^3-2e ⑤ e^3-e

29 삼차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=\{g(x)\}^3$를 만족시킨다. 함수 $g(x)$가 미분 가능하지 않은 점의 개수를 N이라 할 때, 다음 중 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보 기

ㄱ. $y=f(x)$의 그래프가 x축과 만나는 점의 개수가 3일 때, $N=3$이다.

ㄴ. $y=f(x)$의 그래프가 x축과 만나는 점의 개수가 2일 때, $N=2$이다.

ㄷ. $y=f(x)$의 그래프가 x축과 만나는 점의 개수가 1일 때, $N=1$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

30 두 양수 m, n에 대하여 함수 $f(x)$는 $f(x)=\left|\frac{mx+n}{x-1}\right|$이다.

방정식 $\log_2 f(x)+2\log_4\{3-f(x)\}=1$의 서로 다른 실근의 개수가 3이고 모든 실근의 합이 $\frac{7}{2}$일 때, $m+n$의 값은? [4점]

① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

31 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가

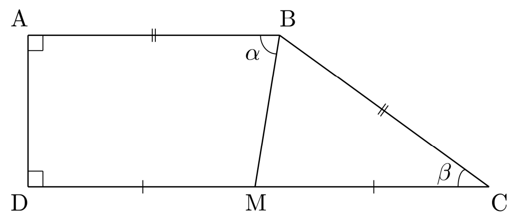
$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-\sin(x-a)}{f(x)+\sin(x-a)}=\frac{1}{2}$$

를 만족시킨다. $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선이 점 $(1, 6)$을 지날 때, 상수 a의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

32 $\angle\mathrm{DAB}=\angle\mathrm{ADC}=90^\circ$를 만족시키는 사각형 ABCD가 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}=9$이고, 선분 DC의 중점 M에 대하여 $\overline{\mathrm{MB}}=5$이다.
$\angle\mathrm{ABM}=\alpha$, $\angle\mathrm{BCM}=\beta$에 대하여
$\tan\alpha=7\tan\beta$일 때, 사각형 ABCD의 넓이는?

[3점]



① $25\sqrt{3}$ ② 50 ③ $25\sqrt{6}$
④ $50\sqrt{2}$ ⑤ $50\sqrt{3}$

33 실수 $t\left(0<t<\dfrac{\pi}{2}\right)$에 대하여 좌표평면에서 x, y에 대한 부등식

$$\begin{cases}(x-t)^2+y^2 \leq t^2 \\ y \leq mx\end{cases}$$

가 나타내는 영역의 넓이가 $t^3+\dfrac{\pi}{2}t^2$일 때, 직선 $y=mx$가 x축의 양의 방향과 이루는 예각의 크기를 $f(t)$라 하자. $f'(a)=\dfrac{2}{3}$를 만족시키는 실수 a의 값은? (단, $0<a<\dfrac{\pi}{2}$) [4점]

① $\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{1}{4}$ ② $\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{2}$ ④ $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

ex) 2014학년도 9월 28번=140928

문제 번호	관련 기출 문항	핵심 포인트
02번	140928 (A)	x의 값을 대입하여 상수 적분 소거하기
03번	121121 (나)	식보다는 그림을 통해 주어진 상황 파악하기
04번	140616 (B)	거리함수(=절댓값 함수)의 미분가능성
07번	171130 (가)	1. 구하는 값이 '두 값에 차'만으로도 결정될 수 있음을 파악하기 2. 주어진 식을 기울기 관점에서 해석해보기
08번	100624 (가)	$y=\|f(x)-f(a)\|$라는 함수 이해하기
09번	171130 (가)	1. 평행이동을 활용하여 계산 효율 높이기 2. 사차함수가 극댓값을 갖지 않는다는 의미를 파악하기
10번	170620 (가) 170929 (나)	주어진 정적분 값을 부정적분 관점에서 해석하기
11번	180929 (나)	가능한 함수의 조합에 따라 경우 나누기
12번	181130 (나)	차의 함수를 활용하여 계산 효율 높이기
13번	180921 (나)	역함수가 실수 전체의 집합에서 정의되었다는 의미를 파악하기
14번	171130 (가)	평균변화율과 순간변화율의 관계 파악하기
18번	181130 (가)	상수함수는 모든 점에서 극값임을 파악하기
19번	171120 (나)	제한된 범위에서의 항등식에 주의하기
29번	190621 (가)	루트함수의 미분가능성 (복습)
31번	171118 (나)	부정형인지 부정형이 아닌지 부터 파악하기
33번	150621 (B)	부등식 영역의 넓이로 함수 관계식 얻어내기
37번	170926 (가)	역함수 관계를 파악 후 적분까지 해보기 (심화)
40번	180616 (가)	주어진 조건을 만족시키는 상황 파악하기
41번	180621 (가) 170618 (나)	1. 주어진 함수의 실근이 갖는 의미를 파악하기 2. 조건에 맞는 범위 구하기
46번	171121 (가)	주어진 적분의 형태 파악하기
49번	180918 (가) 171121 (가)	문제의 흐름에 맞춰 식을 세운 후 알맞은 적분 형태 파악하기
50번	160930 (B) 150930 (B)	두 문자에 대한 식 처리 삼각형 넓이를 통한 조건 제시
51번	170921 (가)	직접 적분할 수 없는 함수에 대한 대응책
53번	120920 (가)	선대칭함수에 대한 일반화