제 2 교시

2020학년도 수능 대비 펜 모의평가 제1회

수학 영역 (가형)

홀수형

성명		수험번호					–				

○ 자신이 선택한 유형 ('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

나는 하늘 같은 바다 위를 연처럼 날아

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

smart is sexy
Orbi

제 2 교시

수학 영역 (가형)

가 형

성명 | 수험 번호 —

5지선다형

** 주의사항 **

- 아래 문항들은 [2020 펜 모의평가 - 4회]에 실제로 수록되어 있는 문항들입니다.
- 문항번호는 모의평가 내에서의 실제 문항번호가 아닙니다.
- 모의평가를 풀기 전 주요 문항들을 미리보기를 원치 않으시는 분들은 해당 문제들을 풀지 않으시는 것이 좋습니다.
- 오타 · 오류 및 기타 문의사항은 아래 이메일로 보내주세요.

(판매페이지 댓글보다 훨씬 상세하게 답변해 드릴 수 있어요.)

E-mail : team_ns15@naver.com

*답변 시 어느 정도 시간이 소요될 수 있습니다.

1. 어느 학원에서는 모의평가를 치를 때, 부정행위를 방지하기 위해 학생들을 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 둘러앉힌 후 인접한 사람들끼리는 서로 다른 종류의 시험지를 나눠준다고 한다. 4명의 학생을 둘러앉힌 후 3종류의 시험지 중 하나를 골라 한 장씩 나누어 주는 경우의 수는? (단, 회전하여 사람과 시험지의 종류가 모두 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.) [3점]

① 96 ② 100 ③ 104 ④ 108 ⑤ 112

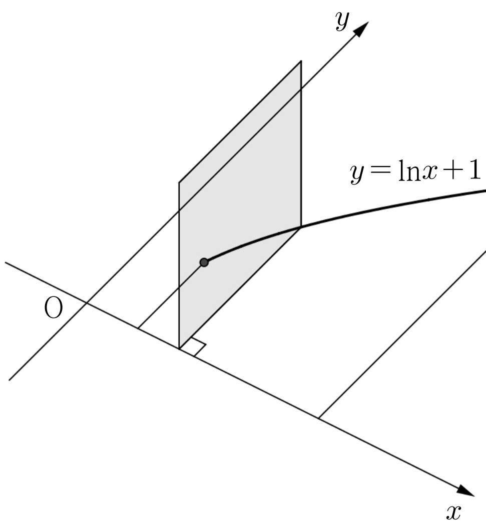
2. 두 확률변수 X, Y가 각각 정규분포 $\mathrm{N}(21, 1)$, $\mathrm{N}(m, 4)$을 따를 때, 양수 a, b가 다음 조건을 만족한다.

(가) $\mathrm{P}(18 \le X \le 20) = \mathrm{P}(a \le Y \le b)$.
(나) $b - a = 4$

$a+b$의 최댓값이 56일 때, $a+b$의 최솟값은? [3점]

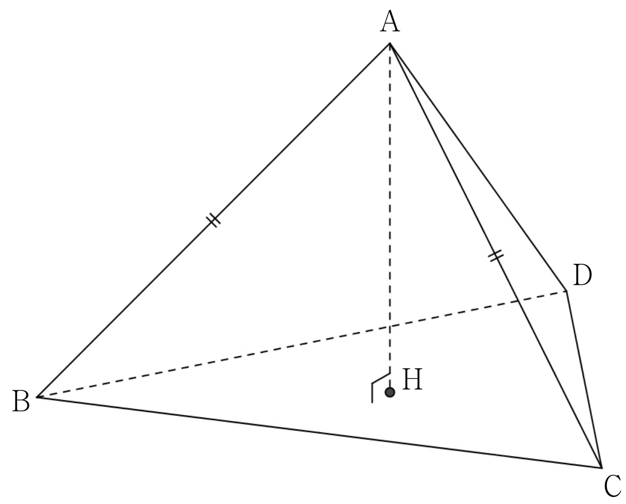
① 38 ② 40 ③ 42 ④ 44 ⑤ 46

3. 그림과 같이 곡선 $y=\ln x+1\ (1\le x\le e)$와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=e$로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 정사각형 일 때, 이 입체도형의 부피는? [4점]



① $2e-2$ ② $2e-1$ ③ $2e$ ④ $3e-2$ ⑤ $3e-1$

4. 그림과 같이 삼각뿔 A−BCD에 대하여 △ABC가 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=10$, $\overline{\mathrm{BC}}=16$인 이등변 삼각형이고 △ABC의 넓이를 S_1, △BCD의 넓이를 S_2라 할 때, $S_1:S_2=2:1$이다. 점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발 H가 △BCD의 무게중심일 때, $(\overline{\mathrm{AD}})^2$의 값은? [4점]



① 33 ② 35 ③ 37 ④ 39 ⑤ 41

5. 평면 위의 서로 다른 세 점 A, B, C 에 대하여
$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|^2=|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{AC}|^2$일 때, 동점 P 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}t\overrightarrow{AB}+(1-2t)\overrightarrow{AC}\quad\left(0\le t\le\frac{1}{2}\right)$
(나) $|\overrightarrow{AP}|$가 최소일 때, $(\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{CP})\cdot(\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{CP})=0$이다.

두 벡터 $\overrightarrow{CP}$와 $\overrightarrow{CB}$가 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $\cos^2\theta$의 값은? [4점]

① $\frac{25}{34}$ ② $\frac{13}{17}$ ③ $\frac{27}{34}$ ④ $\frac{14}{17}$ ⑤ $\frac{29}{34}$

6. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\begin{cases} x & (x\le m) \\ f(x) & (x>m) \end{cases}\quad(\text{단, } m\text{는 실수})$$

이고 $g(x)$의 역함수를 $h(x)$라 할 때, 세 함수 $f(x), g(x), h(x)$가 다음 조건을 만족한다.

(가) 함수 $f(x)$는 다항함수이다.
(나) $g'(x)>0$
(다) $x>m$인 x에 대하여 $g(x)h'(g(x))=\frac{1}{4}g'(x)$이다.

m의 값은? [4점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

7. 다음 조건을 만족시키는 정수 x, y, z의 모든 순서쌍 (x, y, z)의 개수는? [4점]

(가) $\lvert x\rvert + \lvert y\rvert + \lvert z\rvert = 8$
(나) $xyz \geq 0$

① 158 ② 162 ③ 166 ④ 170 ⑤ 174

8. 좌표공간에서 두 점 $\mathrm{A}(-1, 3, 2)$, $\mathrm{B}(2, 1, -4)$ 에 대하여 세 점 $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \mathrm{P}_3$가 다음 조건을 만족한다.

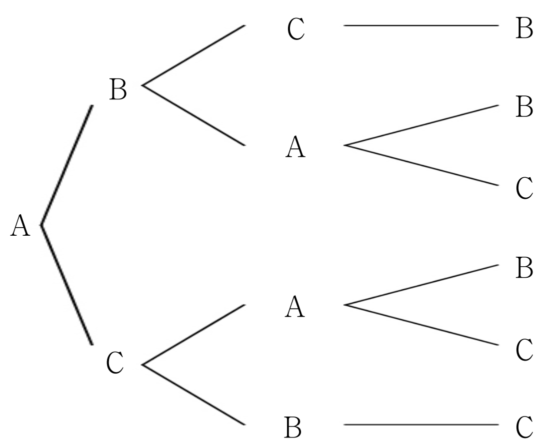
(가) 3 이하의 자연수 n에 대하여 삼각형 ABP_n은 정삼각형이다.
(나) 삼각형 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2\mathrm{P}_3$은 정삼각형이다.

삼각형 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2\mathrm{P}_3$의 둘레의 길이를 l이라 할 때, $10l$의 값을 구하시오. [4점]

1. 답 : ④

출제의도 : 원순열의 수를 구할 수 있다.

풀이 :
4명을 원형으로 나열하는 경우의 수는 원순열이므로
$(4-1)! = 3! = 6$
이 때, 시험지의 종류를 가각 A, B, C 라 하고 한 사람을 기준삼아 제일 처음으로 그 사람에게 A 시험지를 주었다고 가정했을 때, 인접한 사람이 받을 수 있는 시험지의 종류를 시계방향으로 순서대로 차례대로 적어보면 다음과 같습니다. (처음 시험지를 받은 사람과 마지막에 시험지를 받은 사람이 인접해 있으므로 마지막에 받은 사람은 A 시험지를 받을 수 없습니다.)



따라서 위와 같이 총 6 개의 경우가 있고, 처음 나누어준 시험지의 종류가 B 나 C 일 때 역시 마찬가지이므로
$6\times3=18$
결과적으로, 구하고자하는 경우의 수는 $6\times18=108$ 입니다.

2. 답 : ②

출제의도 : 표준정규분포곡선의 특징을 이해한다.

풀이 :
확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(21,1)$을 따르므로 조건 (가)에서

$$\mathrm{P}(18\le X\le 20)=\mathrm{P}\left(\frac{18-21}{1}\le Z\le\frac{20-21}{1}\right)$$
$$=\mathrm{P}(-3\le Z\le -1)$$

또, 확률변수 Y가 정규분포 $\mathrm{N}(m,4)$을 따르므로

$$\mathrm{P}(a\le Y\le b)=\mathrm{P}\left(\frac{a-m}{2}\le Z\le\frac{b-m}{2}\right)$$

이때, 조건 (나)에서 $b-a=4$이므로 $b=a+4$를 대입하면

$$\mathrm{P}(a\le Y\le b)=\mathrm{P}\left(\frac{a-m}{2}\le Z\le\frac{(a+4)-m}{2}\right)$$
$$=\mathrm{P}\left(\frac{a-m}{2}\le Z\le\frac{a-m}{2}+2\right)$$

이때, 표준정규분포곡선은 직선 $x=0$에 대하여 대칭이므로
$\mathrm{P}(18\le X\le 20)=\mathrm{P}(-3\le Z\le -1)=\mathrm{P}(1\le Z\le 3)$이 성립하고
조건 (가)에서 $\mathrm{P}(18\le X\le 20)=\mathrm{P}(a\le Y\le b)$이므로
$\mathrm{P}(a\le Y\le b)=\mathrm{P}\left(\frac{a-m}{2}\le Z\le\frac{a-m}{2}+2\right)$에서 $\frac{a-m}{2}=-3$또는 $\frac{a-m}{2}=1$입니다. 따라서 $a+b$의 최댓값은 $a=m+2$, $b=(m+2)+4$일 때 $a+b=2m+8$이고 이 값이 56이므로 $m=24$입니다.
결과적으로, $a+b$의 최솟값은 $a=m-2-4$, $b=m-2$이므로 $a+b=2m-8=40$입니다.

3. 답 : ②

출제의도 : 정적분을 활용하여 입체도형의 부피를 구할 수 있다.

풀이 :
입체도형을 x좌표가 $t\,(1\le t\le e)$인 점을 지나고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면은 한 변의 길이가 $\ln t+1$인 정사각형이므로 단면의 넓이를 $S(t)$라 하면
$S(t)=(\ln t+1)^2=(\ln t)^2+2\ln t+1$
따라서 구하는 입체도형의 부피를 V라 하면

$$V=\int_1^e\{(\ln t)^2+2\ln t+1\}dt$$

이때, $\int_1^e\{(\ln t)^2\}dt$에서 $u'=1, v=(\ln t)^2$라 하면

$u=t, v'=\frac{2\ln t}{t}$이므로 부분적분에 의하여

$$\int_1^e\{(\ln t)^2\}dt=\left[t(\ln t)^2\right]_1^e-\int_1^e 2\ln t\,dt$$
$$=e-\int_1^e 2\ln t\,dt$$

따라서 V의 값을 계산하면

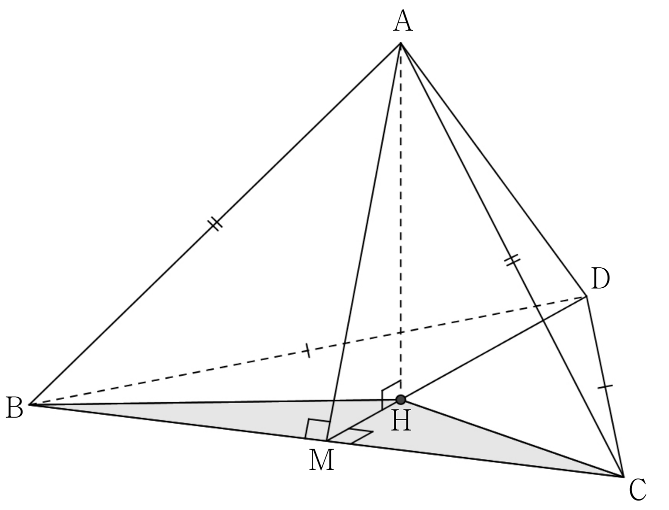
$$V=\int_1^e\{(\ln t)^2+2\ln t+1\}dt$$
$$=\int_1^e\{(\ln t)^2\}dt+\int_1^e 2\ln t\,dt+\int_1^e dt$$
$$=e-\int_1^e 2\ln t\,dt+\int_1^e 2\ln t\,dt+\int_1^e dt$$
$$=e+\int_1^e dt$$
$$=e+[x]_1^e=2e-1$$

4. 답 : ④

출제의도 : 정사영을 이용하여 두 평면이 이루는 각을 구할 수 있다.

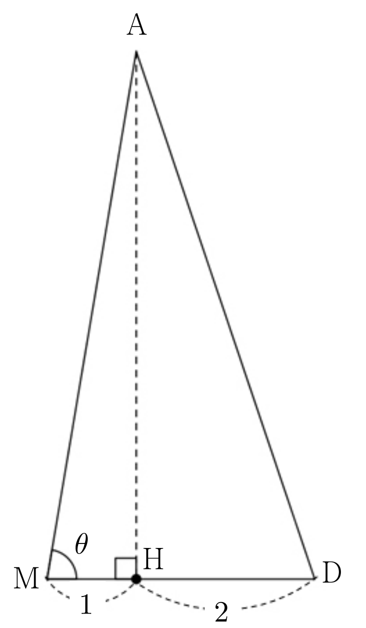
풀이 :

$\triangle$ABC가 이등변삼각형이므로 점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 M이라 할 때, 점 M은 두 점 B, C의 중점입니다.
또, $\overline{\mathrm{AH}}$가 평면 BCD와 수직이고, $\overline{\mathrm{AM}}$이 $\overline{\mathrm{BC}}$와 수직이므로
삼수선의 정리에 의하여 $\overline{\mathrm{BC}}$와 $\overline{\mathrm{MH}}$도 수직입니다.
또, 점 H가 삼각형 BCD의 무게중심이므로 점 H는 점 M과 점 D를 $1:2$로 내분하는 점입니다. 따라서 삼각형 BHC(무슨 치킨집 이름 같네요.)는 삼각형 BCD의 넓이의 $\frac{1}{3}$인 $\frac{S_2}{3}$입니다.



이제 평면 ABC와 평면 BCD가 이루는 각을 구해봅시다. '두 평면이 이루는 각의 정의'에 의하여 평면 ABC와 평면 BCD가 이루는 각은 $\angle$AMH이며, $\angle\mathrm{AMH}=\theta$라 할 때,
$S_1:S_2=2:1$이므로$S_1=2S_2$ 이고 따라서

$$\cos\theta=\frac{\left(\frac{S_2}{3}\right)}{S_1}=\frac{\left(\frac{S_2}{3}\right)}{(2S_2)}=\frac{1}{6}$$



또.

$\overline{\mathrm{AM}}=\sqrt{(\overline{\mathrm{AB}})^2-(\overline{\mathrm{BM}})^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

$\overline{\mathrm{MH}}=\overline{\mathrm{AM}}\cos\theta=6\times\frac{1}{6}=1$

$\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{(\overline{\mathrm{AM}})^2-(\overline{\mathrm{MH}})^2}=\sqrt{6^2-1^2}=\sqrt{35}$

$\overline{\mathrm{HD}}=2\overline{\mathrm{MH}}=2$

$\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{(\overline{\mathrm{AH}})^2+(\overline{\mathrm{HD}})^2}=\sqrt{35+4}=\sqrt{39}$

따라서 $(\overline{\mathrm{AD}})^2=39$입니다.

5. 답 : ①

출제의도 : 벡터의 내적을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

풀이 :

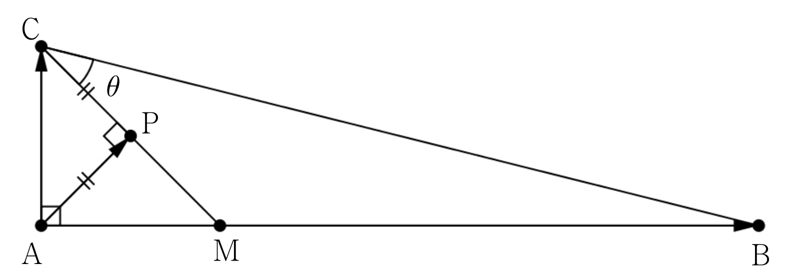
문제의 본문에서 $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2=|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2+|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2$이고 좌변을 전개하면 $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2=|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2+2(\overrightarrow{\mathrm{AB}}\bullet\overrightarrow{\mathrm{AC}})+|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2$이므로
$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2+2(\overrightarrow{\mathrm{AB}}\bullet\overrightarrow{\mathrm{AC}})+|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2=|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2+|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2$
을 만족해야 합니다. 따라서 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\bullet\overrightarrow{\mathrm{AC}}=0$이고 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$와 $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$는 서로 수직입니다.
또, 조건 (가)에서

$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{1}{2}t\overrightarrow{\mathrm{AB}}+(1-2t)\overrightarrow{\mathrm{AC}}\quad\left(0\le t\le\frac{1}{2}\right)$이고

$0\le t\le\frac{1}{2}\Leftrightarrow 0\le 2t\le 1$ 이므로 다음과 같이 식을 변형할 수 있습니다.

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{1}{2}t\overrightarrow{\mathrm{AB}}+(1-2t)\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$
$$=2t\left(\frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right)+(1-2t)\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

따라서 $\overrightarrow{\mathrm{AM}}=\frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$이라 하면 그림과 같이 점 P는 선분 CM위를 움직이는 점입니다.



이때, 조건 (나)에서 $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|$가 최소일 때,
$(\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{CP}})\bullet(\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{CP}})=0$입니다. 즉, $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|$가 최소일 때는 점 P가 점 A로부터 선분 CM에 내린 수선의 발일 때이고, 이때,
$(\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{CP}})\bullet(\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{CP}})=0$이므로
$(\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{CP}})\bullet(\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{CP}})=0\Leftrightarrow|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|^2-|\overrightarrow{\mathrm{CP}}|^2=0$
$\therefore|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|=|\overrightarrow{\mathrm{CP}}|$

따라서 P가 점 A로부터 선분 CM에 내린 수선의 발일 때,

삼각형 APC는 $\angle APC = \frac{\pi}{2}$ $|\overrightarrow{AP}| = |\overrightarrow{CP}|$인 직각

이등변삼각형이고, 삼각형 APC와 삼각형 CAM이 닮음이므로

삼각형 CAM역시 $\angle CAM = \frac{\pi}{2}$이고 $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AM}|$인 직각

이등변삼각형입니다.

따라서 $\angle ACM = \frac{\pi}{4}$이고 $\angle ACB = \alpha$라 하면

$\cos\theta = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$입니다. 또, $\overline{AB} = 4\overline{AM} = 4\overline{AC}$이므로

$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}, \sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{17}}$

따라서

$$\begin{aligned}\cos\theta = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) &= \cos\alpha\cos\frac{\pi}{4} + \sin\alpha\sin\frac{\pi}{4} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha + \sin\alpha) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{17}} + \frac{4}{\sqrt{17}}\right) \\ &= \frac{5\sqrt{34}}{34}\end{aligned}$$

$\therefore \cos^2\theta = \frac{25}{34}$

6. 답 : ③

출제의도 : 역함수가 존재할 조건을 이해하고, 원함수와 역함수의 도함수와의 관계를 이용하여 문제를 해결할 수 있다.

풀이 :

조건 (다)에서 $x > m$인 x에 대하여 $g(x)$는 $f(x)$이고 따라서

$g(x)h'(g(x)) = \frac{1}{4}g'(x)$는

$f(x)h'(f(x)) = \frac{1}{4}f'(x)$ …… ㉠

이때, 역함수의 미분법에 의해 $h'(f(x)) = \frac{1}{f'(x)}$이므로 ㉠에

대입하면

$f(x) \times \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{4}f'(x)$ …… ㉡

이때, 조건 (나)에서 $f(0) \neq 0, g'(x) > 0$ 이므로 $f'(x) > 0$이고

㉡의 양변에 $f'(x)$를 곱하면

$f(x) = \frac{1}{4}\{f'(x)\}^2$ …… ㉢

이때, 조건 (가)에 의하여 함수 $f(x)$는 다항함수이므로 $f(x)$의 최고차항의 차수를 n이라 할 때, ㉢의 좌변의 최고차항의 차수는 n이고, $f'(x)$의 최고차항의 차수는 $n-1$이므로 우변의 최고차항의 차수는 $2(n-1)$입니다. 좌변과 우변의 최고차항의 차수가 같아야 하므로

$n = 2(n-1)$ $\therefore n = 2$

따라서 함수 $f(x)$는 이차함수이고 $f(x) = ax^2 + bx + c$라 할 때,

㉢에 대입하면

$ax^2 + bx + c = \frac{1}{4}\{2ax + b\}^2$

$\Leftrightarrow ax^2 + bx + c = a^2x^2 + abx + \frac{1}{4}b^2$

$a \neq 0$이고 좌변과 우변의 최고차항의 계수 또한 같아야 하므로

$a = a^2$ $\therefore a = 1$

대입하면

$f(x) = x^2 + bx + \frac{b^2}{4}$

따라서

$f(x) = x^2 + bx + \frac{b^2}{4} = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$ …… ㉣

이때, 함수 $g(x) = \begin{cases} x & (x \le m) \\ f(x) & (x > m) \end{cases}$ 가 실수 전체에서

미분가능하므로 $x = m$에서의 함숫값이 존재하고 $x = m$에서의 미분값이 존재해야 합니다. 따라서

$m = f(m), 1 = f'(m)$

㉣에 대입하여 정리하면

$\left(m + \frac{b}{2}\right)^2 = m$ …… ㉤ , $2\left(m + \frac{b}{2}\right) = 1$

즉, $m + \frac{b}{2} = \frac{1}{2}$이므로 ㉤에 대입하면 $m = \frac{1}{4}$이고 $b = \frac{1}{2}$ 입니다.

7. 답 : ⑤

출제의도 : 중복조합을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
(※ 2020학년도 EBS 연계문항)

풀이 :

조건 (나)에서 크게 다음과 같이 나눌 수 있습니다.

Ⅰ) $xyz > 0$ 일 때 :

$|x| + |y| + |z| = 8$이고 $|x|, |y|, |z|$는 각각 1이상의 정수이므로

$|x| = x_1 + 1$, $|y| = y_1 + 1$, $|z| = z_1 + 1$(단, x_1, y_1, z_1는 음이 아닌 정수)로 놓으면

$(x_1 + 1) + (y_1 + 1) + (z_1 + 1) = 8$

즉,

$x_1 + y_1 + z_1 = 5$

따라서 $x_1 + y_1 + z_1 = 5$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, y_1, z_1의 순서쌍 (x_1, y_1, z_1)의 개수는 ${}_3H_5 = {}_7C_5 = 21$개입니다.

이때, 하나의 순서쌍 (x_1, y_1, z_1)에 대하여 다음과 같이

$\{x>0, y>0, z>0\}$
$\{x>0, y<0, z<0\}$
$\{x<0, y>0, z<0\}$
$\{x<0, y<0, z>0\}$
네 가지 경우에서 $|x|+|y|+|z|=8$가 성립하므로
${}_3\mathrm{H}_5\times 4=84$입니다.

Ⅱ) $xyz=0$ 일 때 :
$|x|+|y|+|z|=8$을 만족하면서 $xyz=0$인 경우는 크게 x,y,z중 하나만 0인 경우와 x,y,z중 2개가 0인 경우로 나눌 수 있습니다.

ⅰ) x,y,z중 하나가 0일 때 :
우선 x,y,z 중 x만 0이면, $|y|+|z|=8$이고
$|y|=y_2+1, |z|=z_2+1$(단, y_2, z_2는 음이 아닌 정수)로 놓으면
$(y_2+1)+(z_2+1)=8$
즉,
$y_2+z_2=6$
따라서 $y_2+z_2=6$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_2, y_2, z_2의
순서쌍 $(0, y_2, z_2)$의 개수는 ${}_2\mathrm{H}_6={}_7\mathrm{C}_6=7$개입니다.
이때, 하나의 순서쌍 $(0, y_1, z_1)$에 대하여 다음과 같이
$|y|=\pm(y_2+1), |z|=\pm(z_2+1)$일 때, 방정식 $|y|+|z|=8$가 성립하므로 순서쌍 $(0, y, z)$의 개수는
${}_7\mathrm{C}_6\times 2^2=28$
마찬가지로, x,y,z 중 y만 0일 때와, z만 0일 때도 동일하므로
${}_7\mathrm{C}_6\times 2^2\times 3=28\times 3=84$

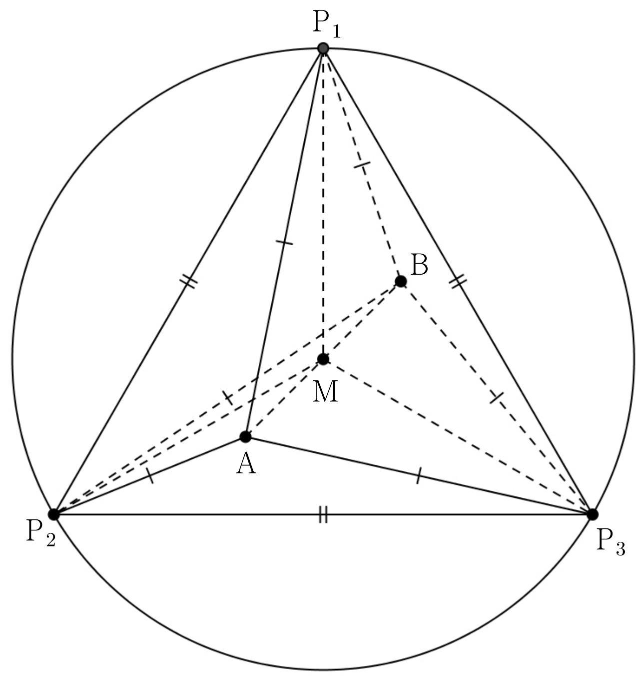
ⅱ) x,y,z중 두 개 가 0일 때 :
x, y, z중 0이 아닌 하나를 고르는 경우의 수는 3가지 이고,
x, y, z중 2개가 0이라면 0이 아닌 하나가 8또는 -8이어야 하므로
$3\times 2=6$

따라서 조건 (가), (나)를 모두 만족하는 (x, y, z)의 개수는
$84+84+6=174$입니다.

8. 답 : 315

출제의도 : 좌표공간에서 도형의 길이를 구할 수 있다.

풀이 :
두 점 $\mathrm{A}(-1,3,2), \mathrm{B}(2,1,-4)$ 사이의 거리는
$\sqrt{3^2+2^2+6^2}=7$이고 조건 (가)에 의하여 3 이하의 자연수 n에 대하여 삼각형 ABP_n이 정삼각형이므로 세 삼각형
$\mathrm{ABP}_1, \mathrm{ABP}_2, \mathrm{ABP}_3$모두 정삼각형입니다. 이때,
$\overline{\mathrm{AP}_n}=\overline{\mathrm{BP}_n}=\overline{\mathrm{AB}}=7$이므로 세 점 $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \mathrm{P}_3$은 모두 중심이
A이고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{AB}}$인 구와 중심이 B이고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{AB}}$인 구가 만나는 교선 위에 존재합니다.
이때, 두 구가 만나서 생기는 교선은 두 점 A, B의 중점을 M이라 할 때, 점 M을 중심으로 하고 반지름의 길이가 MP_n인 원입니다.



따라서 점 M은 정삼각형 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2\mathrm{P}_3$의 중심이고
$\overline{\mathrm{MP}_n}=\overline{\mathrm{AM}}\tan\frac{\pi}{3}=\frac{7}{2}\times\sqrt{3}=\frac{7\sqrt{3}}{2}$
$\overline{\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2}=\overline{\mathrm{P}_2\mathrm{P}_3}=\overline{\mathrm{P}_3\mathrm{P}_1}=\frac{7\sqrt{3}}{2}\times\cos\frac{\pi}{6}\times 2=\frac{21}{2}$
따라서 삼각형 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2\mathrm{P}_3$의 둘레길이 l은
$l=3\times\frac{21}{2}=\frac{63}{2}$이고 $10l=315$입니다.