

제 2 교시

수 학 영 역 (가 형)

5지 선 다 형

1. 두 벡터  $\vec{a}=(5, 4)$ ,  $\vec{b}=(3, -2)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a}+2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 11      ② 13      ③ 15      ④ 17      ⑤ 19

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x}-1}{\sin 2x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

3.  ${}_3H_2$ 의 값은? [2점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고

$$P(A)=\frac{2}{3}, P(A^c \cap B)=\frac{1}{12}$$

일 때,  $P(A \cap B)$ 의 값은? (단,  $A^c$ 은  $A$ 의 여사건이다.)

[3점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{3}{8}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{5}{8}$

5. 서로 다른 4 권의 책을 세 묶음으로 나누는 방법의 수를 구하면? [3점]

- ① 10      ② 9      ③ 8      ④ 7      ⑤ 6

6. 두 함수  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{2}{x}$ ,  $g(x) = x^2 - 2x + 9$ 에 대하여  $(f \circ g)(x)$ 의 최솟값을 구하면? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7. 좌표평면 위의 원  $C: x^2 + y^2 = 1$ 을 움직이는 점  $P$ 가  $(1, 0)$ 을 출발하여 시계 반대방향으로 매초 1씩 움직이고 있다. 위치  $(x, y)$ 의 속도와 가속도를 각각  $\vec{v}$ ,  $\vec{a}$ 라 할 때,  $\vec{v}$ 와  $\vec{a}$ 가 이루는 각의 크기를 구하면? [3점]

- ①  $\frac{\pi}{6}$       ②  $\frac{\pi}{4}$       ③  $\frac{\pi}{3}$       ④  $\frac{\pi}{2}$       ⑤  $\frac{2\pi}{3}$

8. 두 집합  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{a, b, c\}$ 에 대하여 함수  $f: A \rightarrow B$  중에서 치역이 공역과 일치하는 것의 개수는?

[3점]

- ① 12      ② 24      ③ 36      ④ 48      ⑤ 60

9. 함수  $f(x) = \begin{cases} ax+b & (-1 < x < 0) \\ \sin x & (0 \leq x < 1) \end{cases}$  가  $x=0$  에서 미분 가능하도록 하는 두 상수  $a, b$  에 대하여  $a+b$  의 값은?

[3점]

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

10. 어느 고등학교의 남학생과 여학생의 비율은 3:2이다. 이 학교 학생의 30%는 자전거로 등하교를 하고 있고, 자전거로 등하교를 하는 학생 중 80%가 남학생이라고 한다. 이 학교 학생 중 임의로 한 명을 선택했을 때, 이 학생이 자전거로 등하교를 하지 않는 여학생일 확률은?

[3점]

- ①  $\frac{13}{50}$       ②  $\frac{7}{25}$       ③  $\frac{3}{10}$   
 ④  $\frac{8}{25}$       ⑤  $\frac{17}{50}$

11. 좌표공간에서 구  $S$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 원점을 지나고 반지름의 길이는 4이다.  
 (나) 중심에서  $xy$ 평면에 내린 수선의 발의 좌표는  $(-3, 2, 0)$ 이다.

구  $S$ 의 중심의 좌표가  $(a, b, c)$ 일 때,  $a^2 - b^2 - c^2$ 의 값은?  
 (단,  $a, b, c$ 는 상수이다.)

[3점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

12. 함수  $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $g'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ②  $\frac{5}{4}$       ③  $\frac{4}{5}$       ④  $\frac{2}{5}$       ⑤  $\frac{1}{4}$

13. 곡선  $f(x) = \ln(x^2 + 1)^2$  의 두 변곡점 사이의 거리를 구하면? [3점]

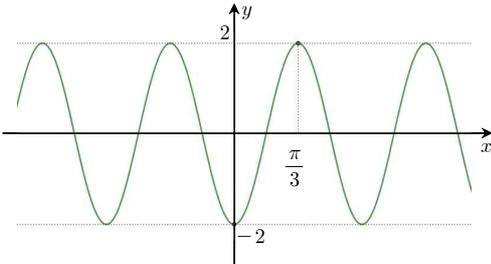
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

14.  $(t, 3)$ 에서 쌍곡선  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 에 그을 수 있는 접선의 개수가 2일 때,  $t$ 의 값 중 정수의 개수는? [4점]

- ① 9                      ② 10                      ③ 11  
④ 12                      ⑤ 13

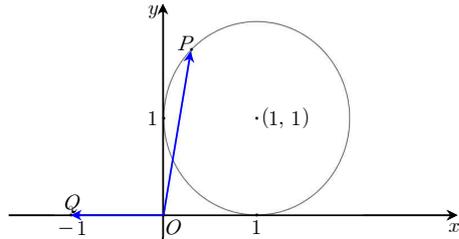
15.  $a > 0, b > 0, 0 < c < 6\pi$ 인 세 상수  $a, b, c$ 에 대하여 함수  $y = a \cos(bx - c)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

$a \sin\left(b\pi - \frac{c}{3}\right) = -\sqrt{3}$ 일 때,  $a, b, c$ 를 구한 것은? [4점]



- ①  $a = 2, b = 3, c = 3\pi$
- ②  $a = 2, b = 1, c = 3\pi$
- ③  $a = 2, b = 3, c = 5\pi$
- ④  $a = 4, b = 3, c = 5\pi$
- ⑤  $a = 2, b = 5, c = 5\pi$

16. 다음 그림과 같이 중심이  $(1, 1)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원 위에 점  $P$ 가 있다. 점  $Q$ 의 좌표는  $(-1, 0)$ 이다.  $|\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}|$ 의 최댓값은? [4점]



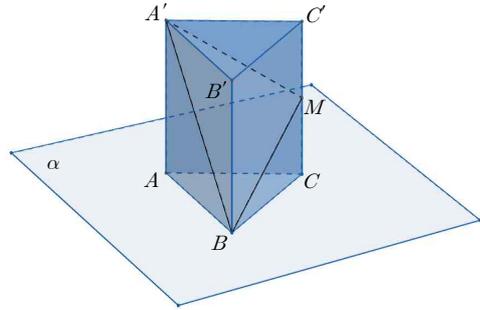
- ① 1      ②  $\sqrt{2}$       ③  $\sqrt{3}$       ④ 2      ⑤  $\sqrt{5}$

17. 함수  $f(x) = \int_1^x e^{t^2} dt$ 에 대하여,  $\int_0^1 f(x) dx$ 의 값을 구하면?

[4점]

- ①  $-\frac{1}{2}e$                       ②  $\frac{1}{2}(1-e)$                       ③  $-\frac{1}{2}$   
 ④  $\frac{1}{4}(1-e)$                       ⑤  $\frac{1}{2}(2-e)$

18. 그림과 같이 평면  $\alpha$ 위에 밑면이 정삼각형  $ABC$ 인 삼각기둥이 있다. 삼각기둥  $ABC-A'B'C'$ 의 높이  $\overline{AA'}$ ,  $\overline{BB'}$ ,  $\overline{CC'}$ 는 길이가 4이고 모두 평면  $\alpha$ 에 수직이다. 선분  $C'C$ 의 중점을  $M$ 이라 할 때 삼각형  $A'MB$ 와 평면  $\alpha$ 가 이루는 각을  $\theta$ 라 하자.  $\tan\theta = \frac{2}{3}$ 일 때, 정삼각형  $ABC$ 의 넓이를 구하면? [4점]



- ①  $6\sqrt{3}$                       ②  $8\sqrt{2}$                       ③  $8\sqrt{3}$   
 ④  $9\sqrt{2}$                       ⑤  $9\sqrt{3}$

19. 확률변수  $X$ 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

$X$	0.432	0.332	0.232	합계
$P(X=x)$	$a$	$\frac{1}{4}$	$b$	1

다음은  $E(X)=0.357$ 일 때,  $V(X)$ 를 구하는 과정이다.

$Y=10X-3.32$ 이라 하자.  
 확률변수  $Y$ 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

$Y$	1	0	-1	합계
$P(Y=y)$	$a$	$\frac{1}{4}$	$b$	1

$E(Y)=10E(X)-3.32=0.25$ 이므로  
 $a = \boxed{\text{가}}$ ,  $b = \boxed{\text{나}}$   
 이고  $V(Y)=\boxed{\text{다}}$ 이다.  
 한편,  $Y=10X-3.32$ 이므로  
 $\boxed{\text{다}} = 100 \times V(X)$ 이다.  
 따라서  $V(X)=\frac{\boxed{\text{다}}}{100}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q, r$ 라 할 때,  $\frac{pq}{r}$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

- ①  $\frac{2}{13}$     ②  $\frac{1}{8}$     ③  $\frac{2}{19}$     ④  $\frac{2}{11}$     ⑤  $\frac{2}{25}$

20. 자연수  $n$ 에 대하여 좌표 공간 위의 두 점  $A_n, B_n$ 의 좌표가 각각

$$A_n \left( \frac{1}{2} \cos \frac{n}{4} \pi, \sqrt{2} \cos \frac{n}{4} \pi \sin \frac{n}{2} \pi, \sin \frac{n}{2} \pi \right)$$

$$B_n \left( \cos \frac{n}{2} \pi, \sqrt{2} \sin \frac{n}{4} \pi \cos \frac{n}{2} \pi, \frac{1}{2} \sin \frac{n}{4} \pi \right)$$

이다. 두 점  $A_n$ 과  $B_n$  사이의 거리를  $d_n$ 이라 할 때,

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— 보기 —

ㄱ.  $d_4 = \frac{3}{2}$   
 ㄴ.  $d_n = d_{n+8}$ 을 만족한다.  
 ㄷ.  $\sum_{n=1}^{100} (d_n)^2 = 37$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 실수 전체 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $x \neq a$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $(x-a)f(x) = \sin x$ 이다.  
 (나) 함수  $f(x)$ 의  $x > 0$ 에서의 첫 번째 극값을  $m$ 이라 할 때, 방정식  $f(x) - m = 0$ 의 실근의 개수는 12개다.

$\int_0^a |\sin x| dx = k$ 일 때,  $k^2$ 의 최솟값은? [4점]

(단, 중근은 1개의 근이다.)

- ① 100                      ② 121                      ③ 144  
 ④ 169                      ⑤ 196

단답형

22. 4명의 학생을 원형 모양의 탁자에 앉히는 경우의 수를 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = 5\ln(3x+2)$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

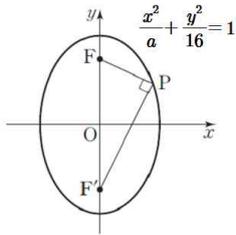
24. 그림과 같이 두 초점이  $F(0, c), F'(0, -c) (c > 0)$ 인 타원

$$\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{16} = 1 \quad (0 < a < 16)$$

가 있다. 이 타원 위의 점  $P$ 에 대하여

$\overline{PF} = 2$ 이고  $\angle FPF' = \frac{\pi}{2}$ 일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

[3점]



25. 매개변수  $t (t > 0)$ 으로 나타낸 곡선  $x = e^t, y = 2t - \ln t$ 에 대하여  $t = 1$ 에 대응하는 점에서의 접선의  $y$ 절편을 구하시오.

[3점]

26. 비엔나 커피 하우스 대구 오페라

삼정점(☎053.954.0807)에서 판매하는 커피의 원두 1개의 무게는 모평균이  $m$ 이고 표준편차가  $\sigma$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 커피 하우스에서 판매하는 원두 중 100개를 임의추출하여 구한 무게의 표본평균의 값이  $\bar{x}$ 이고, 이를 이용하여 구한 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $\bar{x} - c \leq m \leq \bar{x} + c$ 이다.

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 이 커피 하우스에서 판매하는 원두 중 임의추출한 400개의 원두 무게의 평균이  $m + \frac{1}{4}c$  이상일 확률을  $P$ 라 할 때,  $2000P$ 의 값을 구하시오.

(단, 무게의 단위는 mg이다.)

[4점]

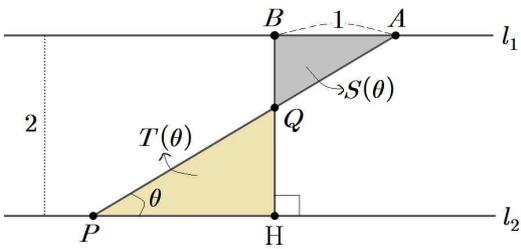
표준정규분포표

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.98	0.3365
1.29	0.4015
1.72	0.4573
1.96	0.4750
2.58	0.4950

27. 그림과 같이 서로 평행한 두 직선  $l_1$ 과  $l_2$  사이의 거리가 2이다. 직선  $l_1$ 위에 두 점 A, B를  $\overline{AB}=1$ 이 되도록 잡고, 점 B에서 직선  $l_2$ 에 내린 수선의 발을 H라 하고, 직선  $l_2$  위에 점 P를  $\angle APH=\theta$ 가 되도록 잡는다. 두 선분 AP와 BH의 교점을 Q라 할 때, 삼각형 AQB의 넓이를  $S(\theta)$ , 삼각형 PQH의 넓이를  $T(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{T(\theta)-S(\theta)}{\frac{\pi}{4}-\theta}$ 의 값을 구하시오.

(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ )

[4점]



28. 숫자 1, 2, 3, 4가 무작위로 반복되어 일렬로 나열되어 있다. 이때 4개의 숫자는 같은 확률로 나타난다. 여기서 5개의 숫자로 구성된 하나의 조각을 총  $n$ 개 뽑아서 다시 일렬로 배열하였다. 총  $n$ 개의 조각에서 하나의 조각 안에 같은 숫자가 3개 이상 나타나는 조각의 수를 확률변수  $X$ 라 할 때,  $E(X) \geq 106$ 을 만족하는  $n$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

23141
13441
43143
...
22321

29. 좌표공간에 중심이 원점이고 반지름의 길이가 3인 구 S와 어떤 평면이 만나서 생기는 원을 C라 하자. 원 C의 중심의 좌표가  $(\sqrt{3}, 1, k)$ 일 때, z축을 포함하는 평면  $\alpha$ 위로의 원 C의 정사영의 최대값은  $\frac{8\pi}{\sqrt{5}}$ 이다. 이때 원 C의 x축을 포함하는 평면  $\beta$ 위로의 정사영의 최대값은  $\frac{q}{p}\sqrt{10}\pi$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 양수인 사차 함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x), h(x), p(x), q(x)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ -h(x) & (x < 0) \end{cases}, \quad h(x) = \begin{cases} g(x-1) & (x \geq 0) \\ -g(-x) & (x < 0) \end{cases}$$

$$p(x) = \begin{cases} f(x) & (f'(x) \geq 0) \\ q(x) & (f'(x) < 0) \end{cases}, \quad q(x) = \begin{cases} f(x) & (f'(x) \geq 0) \\ \{p(x)\}^2 + p(x) - 4 & (f'(x) < 0) \end{cases}$$

함수  $h(x)$ 는 실수 전체 집합에서 미분 가능하고 함수  $p(x)$ 는 실수 전체 집합에서 연속이다. 이때,  $f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항  
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.