

제 2 교시

수 학 영 역 (가 형)

5지 선 다 형

1. 두 벡터  $\vec{a}=(4, 2)$ ,  $\vec{b}=(0, -4)$  에 대하여 벡터  $2\vec{a}+\vec{b}$  의 모든 성분의 합은? [2점]  
 ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 12x}{5x}$  의 값은? [2점]  
 ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{12}{5}$       ⑤  $\frac{5}{2}$

3. 좌표공간의 두 점  $A(2, 0, 3)$ ,  $B(7, 0, a)$  에 대하여 선분 AB 를 1:2 로 내분하는 점이  $x$  축 위에 있을 때,  $a$  의 값은? [2점]  
 ① -2      ② -3      ③ -4      ④ -5      ⑤ -6

4. 두 사건  $A, B$  에 대하여  
 $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$   
 일 때,  $P(B|A)$  의 값은? [3점]  
 ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{3}{5}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④  $\frac{5}{6}$       ⑤  $\frac{1}{15}$

5. 곡선  $y = \log_2(x+4)$  의 점근선과 곡선  $y = 2^{-x} + 3$  의 교점의  $y$ 좌표는? [3점]

- ① 13      ② 16      ③ 19      ④ 22      ⑤ 25

6.  $0 \leq x \leq \pi$  일 때, 방정식

$$1 + 2 \cos 2x = 0$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}\pi$       ②  $\frac{2}{3}\pi$       ③  $\frac{5}{6}\pi$       ④  $\pi$       ⑤  $\frac{7}{6}\pi$

7.  $0 < a < 1$  인 실수  $a$  에 대하여 함수  $f(x) = \log_a x$  은 닫힌구간  $[2, 8]$  에서 최솟값  $-3$ , 최댓값  $M$  을 갖는다.  $a - M$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{3}{2}$       ② 1      ③  $\frac{1}{2}$       ④ 0      ⑤  $-\frac{1}{2}$

8.  $\int_e^{e^3} \frac{(\ln x)^3}{x} dx$  의 값은?

[3점]

- ① 20      ②  $6e$       ③ 15      ④  $5e$       ⑤ 10

9. 다음 조건을 만족시키는 타원의 장축의 길이는? [3점]

(가) 두 초점의 좌표는  $(3, 0)$ ,  $(-3, 0)$  이다.  
 (나) 장축의 길이와 단축의 길이의 차이는 2이다.

- ①  $\frac{17}{2}$       ② 9      ③  $\frac{19}{2}$       ④ 10      ⑤  $\frac{21}{2}$

10. 흰 공 5개, 검은 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 4개의 공을 꺼낼 때, 흰 공을 2개 이상 꺼낼 확률은?

[3점]

- ①  $\frac{13}{14}$       ②  $\frac{6}{7}$       ③  $\frac{11}{14}$       ④  $\frac{5}{7}$       ⑤  $\frac{9}{14}$

11. 함수  $f(x) = x^3 + x + 1$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{2}{3}$     ③ 1    ④  $\frac{3}{2}$     ⑤  $\frac{4}{3}$

12. 확률변수  $X$ 는 평균이  $m$ , 표준편차가 4인 정규분포를 따른다.

$P(18 \leq X \leq 26) = P(22 \leq X \leq 30)$ 일 때  $P(18 \leq X \leq 30)$ 의 값을 오른쪽

표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

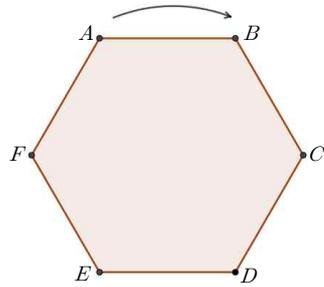
- ① 0.6826    ② 0.7745    ③ 0.8664    ④ 0.9542    ⑤ 0.9710

- 13.** 좌표공간에서 직선  $\frac{x+2}{3}=y-1=\frac{z}{2}$  와 직선  $l$  이  
 점  $(-2, a, 0)$  에서 수직으로 만난다. 직선  $l$  이 점  $(1, b, 2)$  를  
 지날 때,  $a-b$  의 값은? [3점]
- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

- 14.** 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형  $ABCDEF$ 의  
 꼭짓점 위의 점  $P$ 를 다음 규칙에 따라 이동시킨다.

(가) 꼭짓점  $A$ 에서 출발한다.  
 (나) 주사위 1개를 던져서 짝수의 눈이 나오면 정육각형의  
 변을 따라 시계 방향으로(화살표 방향) 3만큼 이동시킨다.  
 (다) 주사위 1개를 던져서 홀수의 눈이 나오면 정육각형의  
 변을 따라 시계 방향으로 1만큼 이동시킨다.

- 1개의 주사위를 10번 던져서 꼭짓점  $A$ 를 출발한 점  $P$ 가 다시  
 꼭짓점  $A$ 로 도착할 확률은? [4점]

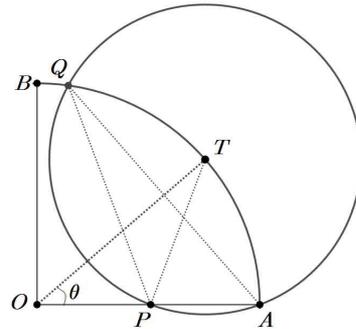


- ①  $\frac{29}{128}$       ②  $\frac{125}{512}$       ③  $\frac{161}{512}$       ④  $\frac{331}{1024}$       ⑤  $\frac{341}{1024}$

15. 좌표평면에서 점  $A(1, -1)$ 과 원  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ 의 점  $P$ 에 대하여  $|\overline{OP} + 2\overline{OA}|$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

16. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴  $OAB$ 가 있다. 호  $AB$  위의 점  $T$ 를 중심으로 하고 점  $A$ 를 지나는 원이 선분  $OA$ , 호  $AB$ 와 만나는 점을 각각  $P, Q$ 라 하고  $\angle TOA = \theta$ 라 하자. 삼각형  $PAQ$ 의 넓이를  $f(\theta)$ , 삼각형  $POT$ 의 넓이를  $g(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta^2 \times g(\theta)}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) [4점]



- ①  $\sqrt{2}$       ② 2      ③ 3      ④  $3\sqrt{2}$       ⑤  $4\sqrt{2}$

17. 이산확률변수  $X$ 가 갖는 값은  $1, \frac{1}{r}, \frac{1}{r^2}, \frac{1}{r^3}, \frac{1}{r^4}$ 이고  $X$ 의 확률 질량함수가

$$P\left(X = \frac{1}{r^{i-1}}\right) = p_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 5)$$

이다.  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_5$ 이 이 순서대로 공비가  $r$ 인 등비수열을 이룬다고 한다. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?  
(단,  $r > 0$ ) [4점]

**| 보기 |**

㉠.  $p_1 = \frac{1}{1+r+r^2+r^3+r^4}$

㉡.  $p_1 = \frac{1}{1+r+2r^2}$  일 때,  $P(X > 1) = \frac{5-\sqrt{5}}{7-\sqrt{5}}$

㉢.  $E(X^2) = 16$ 이면  $E(X) = \frac{155}{16}$

- ① ㉠                      ② ㉡                      ③ ㉠, ㉡  
 ④ ㉠, ㉢                ⑤ ㉡, ㉢

18. 좌표평면 위를 움직이는 점  $P$ 의 시각  $t$  ( $0 < t < 2\pi$ )에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = -\cos t, \quad y = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin t - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos t$$

이다. 점  $P$ 의 시각  $t$ 에서의 속도와 가속도를 각각  $\vec{v}, \vec{a}$ 라 할 때, 시각  $t = t_1, t = t_2$  ( $0 < t_1 < t_2 < \pi$ )에서  $\vec{v}$ 와  $\vec{a}$ 는 수직이다. 시각  $t_1 + t_2$ 일 때 속력과 가속도의 크기의 합은? [4점]

- ①  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{8}$               ②  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{6}$               ③  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$   
 ④  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$                 ⑤  $\sqrt{6} + \sqrt{2}$

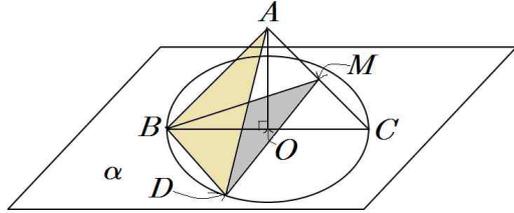
19. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로  $a, b$  라 하자. 다음은 이차함수  $f(x)=x^2-10x+21$ 에 대하여  $f(a)f(b)=0$ 이 성립할 확률을 구하는 과정이다.

첫 번째 던져서 나오는 주사위의 눈의 수를  $a$ 라 할 때  $f(a)=0$ 이 되는 사건을  $A$ 라 하고, 두 번째 던져서 나오는 주사위의 눈의 수를  $b$ 라 할 때,  $f(b)=0$ 이 되는 사건을  $B$ 라 하자.  
 이차방정식  $f(x)=0$ 의 해는  $x=3$  또는  $x=7$ 이므로  
 $P(A)=\boxed{\text{(가)}}$ ,  $P(B)=\boxed{\text{(가)}}$ 이다.  
 구하는 확률  $P(A \cup B)$ 는  
 $P(A \cup B)=P(A)+(B)-P(A \cap B)$   
 이고, 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이므로  
 $P(A \cap B)=\boxed{\text{(나)}}$ 이다.  
 그러므로  
 $P(A \cup B)=\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $m, n, k$ 라 할 때,  $m+n+k$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{19}{36}$     ③  $\frac{5}{9}$     ④  $\frac{7}{12}$     ⑤  $\frac{11}{18}$

20. 그림과 같이 평면  $\alpha$ 와 평면 위에 있지 않는 점  $A$ 가 있다. 점  $A$ 에서 평면  $\alpha$ 에 내린 수선의 발을  $O$ 라 할 때,  $\overline{AO}=3$ 이고 점  $O$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 4인 원이 평면  $\alpha$ 위에 있다. 원의 중심  $O$ 를 지나는 한 직선이 원과 만나는 점을  $B, C$ 라 하고 원 위의 점  $D$ 에 대하여  $\overline{BD}=4$ 이다.  $\overline{AC}$ 의 중점을 점  $M$ 이라 할 때, 삼각형  $MBD$ 의 삼각형  $ABD$ 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



- ①  $\frac{9}{7}$     ②  $\frac{9}{7}\sqrt{7}$     ③  $\frac{15}{7}\sqrt{7}$     ④  $\frac{9}{7}\sqrt{21}$     ⑤  $\frac{15}{7}\sqrt{21}$

21. 함수  $p(x) = \ln(ax+2)$ 와 함수  $q(x) = b\left(x + \frac{1}{a}\right)^2 + c$ 에 대하여

열린구간  $\left(-\frac{2}{a}, \infty\right)$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 는

$f(x) = \begin{cases} p(x) & (p(x) \geq q(x)) \\ q(x) & (p(x) < q(x)) \end{cases}$  이고 정의된 구간에서 연속이다.

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(k+h) - f(k-h)}{h} = 0$ 을 만족시키는 모든 실수  $k$ 의 값의 합

이 0일 때,  $c$ 의 값은? (단,  $a > 0, b < 0$ 이다.) [4점]

- ①  $\ln 3$                       ②  $\ln 3 + \frac{1}{6}$                       ③  $\ln 3 + \frac{1}{3}$   
 ④  $\ln 3 + \frac{1}{2}$                       ⑤  $\ln 3 + 1$

단답형

22.  ${}_6C_4$ 의 값을 구하시오.

[3점]

23. 함수  $f(x) = \sec x$ 에 대하여  $\left\{f'\left(\frac{\pi}{4}\right)\right\}^2$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 곡선  $x+2xy+y^2=4$  위의 점  $(1, 1)$ 에서의 접선의 방정식은  $y=mx+n$ 이다.  $m+5n$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 좌표공간에 있는 점  $A(2, 4, 1)$ 를  $x$ 축과  $y$ 축 위로 내린 수선의 발을 각각 B, C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이는  $s$ 이다.  $s^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수  $f(x)=\sin\pi x+\ln\left|\frac{x}{x+1}\right|$ 에 대하여 수열  $\{a_n\}$ 을

$$a_n = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(n+3h)-f(n-2h)}{h}$$

이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{99} a_n = k\pi + \frac{q}{p}$ 이다.  $k+p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $n$ 은 자연수,  $k$ 는 정수이고  $p, q$ 는 서로소인 자연수다.)

[4점]

27. 좌표공간의 직선  $l$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선  $l$ 의  $xy$ 평면 위로의 정사영의 방정식은  $2x+y-1=0, z=0$ 이다.  
 (나) 직선  $l$ 의  $zx$ 평면 위로의 정사영의 방정식은  $x-2z+1=0, y=0$ 이다.

직선  $l$ 과  $x$ 축이 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos^2\theta = \frac{q}{p}$ 이다.  
 $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]  
 (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)

28. H씨는 9박 10일 유럽 여행을 떠나기로 하였다. 호텔에서 잠을 자는 9일 동안 빨간색, 파란색 두 벌의 잠옷을 입을 계획을 세우려고 한다. 빨간색 잠옷을 4일 이상 연속으로 입도록 계획을 세우는 경우의 수를 구하시오. (단, 여행하는 동안 적어도 하루는 파란색 잠옷을 반드시 입는다.) [4점]

29. 좌표평면 위의 두 점  $A(-1, \sqrt{3})$ ,  $B(-2, 0)$ 에 대하여 두 점  $P, Q$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $|\overrightarrow{AP}|=2$
- (나)  $\overrightarrow{OP}=k\overrightarrow{OQ}$ 인 실수  $k$ 가 존재한다.
- (다)  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}=-4$

점  $Q$ 가 나타내는 도형 위의 점  $X$ 가  $|\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OX}| \leq 4$ 을 만족시킬 때, 점  $X$ 가 나타내는 도형의 길이를  $l$ 이라 하자.  $3l^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이고  $k \neq 0$ ,  $k \neq 1$ 인 상수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 의 그래프는  $(1, 2)$ 을 지나고 다음 조건을 만족하는 함수  $g(x)$ 와  $h(x)$ 에 대하여 함수  $f(|g(x)|)$ 와 함수  $|h(f(x))|$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

- (가)  $-1 \leq x \leq 1$ 일 때  $g(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$
- (나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\int_{x-1}^{x+1} g(t) dt = 2x$ 이다.
- (다)  $h(x) = \int_{-2}^x g(t) dt$

$f(-1)$ 의 최댓값을  $M$ 이라 할 때,  $g(M) \times h(M)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- ※ 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.