

제 2 교시

수 학 영 역 (나 형)

5지 선 다 형

1. $\log_2 3 + \log_2 \left(\frac{4}{3}\right)$ 의 값은? [2점]
 ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7-2n^2}{n^2+3n}$ 의 값은? [2점]
 ① -1 ② -2 ③ 1 ④ 7 ⑤ $\frac{7}{3}$

3. ${}_3H_2$ 의 값은? [2점]
 ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고
 $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(A^c \cap B) = \frac{1}{12}$
 일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]
 ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

5. 서로 다른 4 권의 책을 세 묶음으로 나누는 방법의 수를 구하면? [3점]

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

6. 공비가 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 + a_3 = 6$, $a_4 + a_5 + a_6 = 48$ 이 성립할 때, $a_2 + a_4 + a_6$ 의 값을 구하면? [3점]

- ① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

7. 함수 $f(x) = |x-1|(x+a)$ 가 $x=1$ 에서 미분 가능하도록 하는 a 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b, c\}$ 에 대하여 함수 $f: A \rightarrow B$ 중에서 치역이 공역과 일치하는 것의 개수는? [3점]

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

9. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{f(x-2)} = \frac{5}{3}$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x-3}{f(x-1)}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{20}{3}$ ② 6 ③ $\frac{16}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 4

10. 어느 고등학교의 남학생과 여학생의 비율은 3:2이다. 이 학교 학생의 30%는 자전거로 등하교를 하고 있고, 자전거로 등하교를 하는 학생 중 80%가 남학생이라고 한다. 이 학교 학생 중 임의로 한 명을 선택했을 때, 이 학생이 자전거로 등하교를 하지 않는 여학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{13}{50}$ ② $\frac{7}{25}$ ③ $\frac{3}{10}$
 ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{17}{50}$

11. 자연수 전체의 집합에서 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 10) \\ f(f(x-4)) & (x > 10) \end{cases}$$

로 정의할 때 $f(26)$ 의 값은?

[3점]

- ① 18 ② 16 ③ 14 ④ 12 ⑤ 10

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중

$$\{A - (B - A)^c\} \cup (A \cup B)^c$$

와 같은 집합은? (단, X^c 는 X 의 여집합이다.) [3점]

- ① A ② B ③ \emptyset ④ $A \cup B$ ⑤ $A \cap B$

13. 7개의 양의 부호 +와 9개의 음의 부호 -를 임의로 일렬로 나열할 때, 부호가 4번 바뀌고 양 끝이 모두 음의 부호 -인 경우의 수는? [3점]

- ① 124 ② 140 ③ 168 ④ 182 ⑤ 200

14. 자연수 n 에 대하여 $a_n = \log_{2^n} \sqrt[n+1]{2}$ 이라 하자. $\sum_{k=1}^{99} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{101}{100}$ ② $\frac{99}{100}$ ③ $\frac{51}{50}$ ④ $\frac{49}{50}$ ⑤ $\frac{26}{25}$

15. $x^{\frac{1}{2}} = e^{\frac{1}{2}} - e^{-\frac{1}{2}}$ 일 때,

$$E^3 = \frac{x+2+\sqrt{x^2+4x}}{x+2-\sqrt{x^2+4x}}$$

을 만족할 때, E 가 어떤 자연수의 n 제곱근이 되도록 하는 두 자리 자연수 n 의 개수를 구하면? [4점]

(단, e 는 2이상의 자연수)

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

16. 실수 전체의 집합에서 세 조건

$$p: -2 < x < 6 \text{ 또는 } x > 8$$

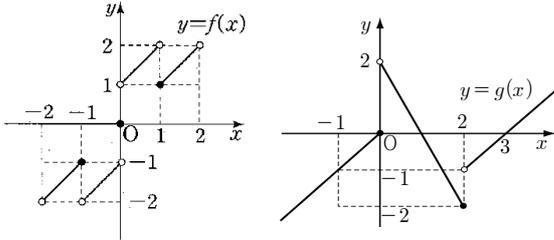
$$q: x > a$$

$$r: x > b$$

에 대하여 q 는 p 이기 위한 필요조건이고, r 은 p 이기 위한 충분조건이다. 이때, $b-a$ 의 최솟값은? (단, a, b 는 실수이다.) [4점]

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

17. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
다음 보기에서 옳은 것은? [4점]



| 보기 |

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(f(2x)) = -2$
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x)f(x^2) = -2$
 ㄷ. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(g\left(-\frac{1}{x}\right)\right) = -1$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0.432	0.332	0.232	합계
$P(X=x)$	a	$\frac{1}{4}$	b	1

다음은 $E(X)=0.357$ 일 때, $V(X)$ 를 구하는 과정이다.

$Y=10X-3.32$ 이라 하자.
 확률변수 Y 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

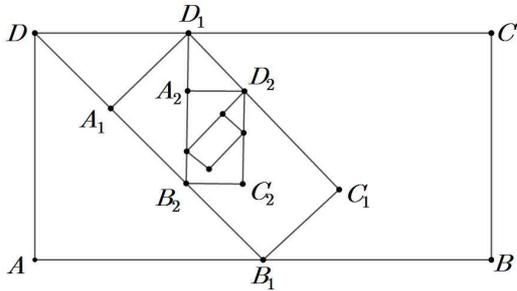
Y	1	0	-1	합계
$P(Y=y)$	a	$\frac{1}{4}$	b	1

$E(Y)=10E(X)-3.32=0.25$ 이므로
 $a = \text{㉠(가)}$, $b = \text{㉡(나)}$
 이고 $V(Y) = \text{㉢(다)}$ 이다.
 한편, $Y=10X-3.32$ 이므로
 $\text{㉣(다)} = 100 \times V(X)$ 이다.
 따라서 $V(X) = \frac{\text{㉣(다)}}{100}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q , r 라 할 때, $\frac{pq}{r}$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{2}{13}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{2}{19}$ ④ $\frac{2}{11}$ ⑤ $\frac{2}{25}$

19. $\overline{AB} = 2\overline{AD}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 그림과 같이 이 직사각형 ABCD의 한 변 AB의 중점을 B_1 이라 하고, 선분 DB_1 위의 점 A_1 , 변 DC 위의 점 D_1 , 직사각형 ABCD 내부의 한 점 C_1 을 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 직사각형 ABCD와 닮은 도형이 되도록 잡는다.
 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 한 변 A_1B_1 의 중점을 B_2 라 하고, 선분 D_1B_2 위의 점 A_2 , 변 D_1C_1 위의 점 D_2 , 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 내부의 한 점 C_2 를 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 가 직사각형 ABCD와 닮은 도형이 되도록 잡는다.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 직사각형 $A_nB_nC_nD_n$ 의 둘레의 길이를 l_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n = 3 + \sqrt{2}$ 이다. 이때, 선분 AD의 길이는? [4점]
 (단, 모든 자연수 n 에 대하여 $\overline{A_nB_n} > \overline{A_nD_n}$ 이다.)



- ① $\frac{7}{15} \sqrt{2}$ ② $\frac{1}{2} \sqrt{2}$ ③ $\frac{7}{13} \sqrt{2}$
- ④ $\frac{7}{12} \sqrt{2}$ ⑤ $\frac{7}{11} \sqrt{2}$

20. 함수

$$f(x) = x^3 - 3kx^2 - 9k^2x + 27 \quad (k > 0 \text{인 상수})$$

의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선 l, m 의 기울기가 모두 $36k^2$ 이다. 곡선 $y=f(x)$ 에 접하고 x 축에 평행한 두 직선과 접선 l, m 으로 둘러싸인 도형의 넓이가 128일 때, k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \left\lfloor \frac{1}{2}x \right\rfloor & (x \geq 0) \\ \left\lfloor \frac{1}{3}x \right\rfloor & (x < 0) \end{cases}$$

와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}n + \frac{x}{2|x|} & (x \neq 0) \\ \frac{1}{2}n & (x = 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $(f \circ g)(x)$ 가 상수함수가 되도록 하는 $-30 \leq n \leq 30$ 의 범위의 정수 n 의 개수는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수이다.) [4점]

- ① 34 ② 35 ③ 36 ④ 37 ⑤ 38

단답형

22. 4명의 학생을 원형 모양의 탁자에 앉히는 경우의 수를 구하시오. [3점]

23. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n + 6n - 5}{a_n + 3n - 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\frac{15}{3n^2+2n} < a_n < \frac{15}{3n^2+n}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n$ 의 값을 구하시오.

[3점]

25. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_a^x f(t)dt = \frac{1}{4}x^4 - 4$$

를 만족시킬 때, $f(a)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 양수이다.)

[3점]

26. 비엔나 커피 하우스 대구 오페라

삼정점(☎053.954.0807)에서 판매하는 커피의 원두 1개의 무게는 모평균이 m 이고 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 커피 하우스에서 판매하는 원두 중 100개를 임의추출하여 구한 무게의 표본평균의 값이 \bar{x} 이고, 이를 이용하여 구한 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\bar{x}-c \leq m \leq \bar{x}+c$ 이다.

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 이 커피 하우스에서 판매하는 원두 중 임의추출한 400개의 원두 무게의 평균이

$m + \frac{1}{4}c$ 이상일 확률을 P 라 할 때, $2000P$ 의 값을 구하시오.

(단, 무게의 단위는 mg이다.)

[4점]

표준정규분포표

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.98	0.3365
1.29	0.4015
1.72	0.4573
1.96	0.4750
2.58	0.4950

27. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 서로 다른 모든 부분집합을

$A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 이라 하자.

집합 $A_k (k = 1, 2, 3, \dots, n)$ 의 모든 원소의 합을 $S(A_k)$ 라 할 때,
 $S(A_1) + S(A_2) + S(A_3) + \dots + S(A_n)$ 의 값을 구하시오. [4점]
 (단, $S(\emptyset) = 0$ 으로 계산한다.)

28. 숫자 1, 2, 3, 4가 무작위로 반복되어 일렬로 나열되어 있다.

이때 4개의 숫자는 같은 확률로 나타난다. 여기서 5개의 숫자로 구성된 하나의 조각을 총 n 개 뽑아서 다시 일렬로 배열하였다. 총 n 개의 조각에서 하나의 조각 안에 같은 숫자가 3개 이상 나타나는 조각의 수를 확률변수 X 라 할 때, $E(X) \geq 106$ 을 만족하는 n 의 최솟값을 구하시오. [4점]

23141
13441
43143
...
22321

29. 집합 $A = \{x \mid 3x^2 - 8x - 16 \leq 0\}$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{ax}{2x+2a} & (x \in A) \\ \frac{2x+2a}{ax} & (x \notin A) \end{cases} \text{로 정의하자. 함수 } g(x) \text{가 실수 전체의}$$

집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. (단, $a \neq 0$)

[4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 가 상수 a ($a > 0$)와 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad f(x) = f(-x)$$

$$(나) \quad \int_x^{x+a} f(t) dt = -3x^2 - 6x$$

단힌구간 $\left[0, \frac{a}{2}\right]$ 에서 두 실수 b, c 에 대하여 $f(x) = bx^2 + c$

일 때, $f(x)$ 의 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 최댓값을 M 이라 하자.

$M - abc$ 의 값을 구하시오.

[4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.