

제 2 교시

수 학 영 역 (가 형)

5지 선 다 형

1. 두 벡터 $\vec{a}=(5, -3)$, $\vec{b}=(1, -2)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a}-\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
 ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-1}{x(x+3)}$ 의 값은? [2점]
 ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{13}{6}$ ⑤ 3

3. 좌표공간에서 직선 $x+a=\frac{z+4}{2}$, $y=b$ 가 원점을 지날 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [2점]
 ① 4 ② 3 ③ 2 ④ 1 ⑤ 0

4. 두 사건 A, B 가 서로 배반사건이고,
 $P(A)=\frac{1}{5}$, $P(A \cup B)=\frac{3}{4}$
 일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]
 ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{11}{20}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{9}{20}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

5. 곡선 $y = x\sqrt{x}$ 위의 점 $(8, 16)$ 에서의 접선의 기울기는?

[3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

6. 한 개의 주사위를 45번 던질 때, 6의 약수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하자. $V(X)$ 의 값은?

[3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

7. $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, $\cos\beta = \frac{5}{13}$ 일 때, $\cos(\beta - \alpha)$ 의 값은? (단, α , β 는 예각이다.) [3점]

- ① $\frac{11}{13}$ ② $\frac{57}{65}$ ③ $\frac{59}{65}$ ④ $\frac{61}{65}$ ⑤ $\frac{63}{65}$

수학 영역(가형)

3

8. 자연수 9의 분할 중 짝수인 자연수가 오직 하나만 포함된 분할의 수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 9 ⑤ 11

9. $\int_1^e (2x + \ln x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① e ② $e+1$ ③ $e+2$ ④ e^2 ⑤ $2e^2+1$

10. $\vec{a}=(1, 2, 3)$, $\vec{b}=(-3, 1, -2)$ 일 때 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 가 이루는 각 θ 의 크기를 구하면? [3점]

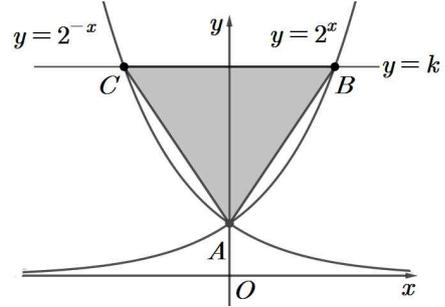
- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{4}\pi$

11. 평면 위에 길이가 2인 선분 AB와 점 C가 있다.

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ 이고 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 8$ 일 때, $|\overrightarrow{BC}|$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

12. 그림과 같이 두 곡선 $y=2^x$, $y=2^{-x}$ 가 만나는 점을 A라 하고, 직선 $y=k$ ($k>1$)이 두 곡선과 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 (0, 3)일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [3점]



- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

13. 매개변수 $t (t > 0)$ 으로 나타내어진 함수

$$x = \ln t, \quad y = \ln(t^4 + t^2)$$

에 대하여 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dy}{dx}$ 의 값은?

[3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

14. 어느 도시에서 방학 기간에 PC방을 이용한 경험이 있는

고등학생의 비율을 알아보기 위하여 이 도시의 고등학생 중 400명을 임의추출하여 조사한 결과 80%의 학생이 방학 기간에 PC방을 이용한 한 경험이 있는 것으로 나타났다. 이 결과를 이용하여 이 도시 전체 고등학생 중 방학 기간에 PC방을 이용한 경험이 있는 고등학생의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \leq p \leq b$ 이다. $b-a$ 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

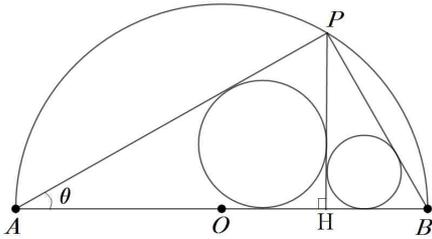
- ① 0.0980 ② 0.0784 ③ 0.0588 ④ 0.0392 ⑤ 0.0196

15. 함수 $f(x) = a + \frac{b}{x^2 + 1}$ 가 있다. $|f(x)|$ 의 최댓값과 최솟값의 차가 10이 되도록 하는 모든 순서쌍 (a, b) 에서 $a \times b$ 의 최솟값은? [4점]
- ① 10 ② -10 ③ 100 ④ -100 ⑤ -200

16. 두 벡터 \vec{a} 와 \vec{b} 에 대하여 $|\vec{a}| = |\vec{b}| \neq 0$ 이고 $|\vec{a} + \vec{b}| - |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{3}|\vec{a}|$ 이 성립할 때, 두 벡터 \vec{a} 와 \vec{b} 가 이루는 각의 크기 θ 에 대하여 $\sin^2 \theta$ 의 값은? [4점]
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{7}{8}$ ④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{15}{16}$

17. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반 원 위의 한 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\angle PAB = \theta$ 라 하고, 삼각형 PAH에 내접하는 원의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PBH에 내접하는 원의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^2 \times f(\theta)}{g(\theta)}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 4

18. 좌표평면 위를 움직이는 두 점 $A(2+2\sqrt{3}\cos\theta, 3-\cos\theta)$, $B(4+2\sin\theta, -1+\sqrt{3}\sin\theta)$ 와 점 $C(0, 1)$ 에 대하여 선분 AB의 중점을 M이라 하고, \overline{CM} 이 최대일 때, 점 M을 D, \overline{CM} 이 최소일 때, 점 M을 E라 하자. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, O는 원점이고 $0 \leq \theta < 2\pi$) [4점]

— 보기 —

ㄱ. 점 M이 그리는 도형은 타원이다.
 ㄴ. $\overline{CD} + \overline{CE} = 6$
 ㄷ. $\angle DOE = \alpha$ 라 하면 $\tan\alpha = \frac{2}{3}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 무게가 1인 추 8개, 무게가 2인 추 4개와 비어 있는 주머니 1개가 있다. 주사위 한 개를 사용하여 다음의 시행을 한다. (단, 무게의 단위는 g 이다.)

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 6의 약수이면 무게가 1인 추 1개를 주머니에 넣고, 눈의 수가 6의 약수가 아니면 무게가 2인 추 1개를 주머니에 넣는다.

위의 시행을 반복하여 주머니에 들어 있는 추의 총무게가 처음으로 8보다 크거나 같을 때, 주머니에 들어 있는 추의 개수를 확률 변수 X 라 하자. 다음은 X 의 확률질량함수 $P(X=x)$ ($x=4, 5, 6, 7, 8$)을 구하는 과정이다.

(i) $X=4$ 인 사건은 주머니에 무게가 2인 추 4개가 들어 있는 경우이므로 $P(X=4)=\boxed{(가)}$

(ii) $X=5$ 인 사건은 네 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 6이고 다섯 번째 시행에서 무게가 2인 추를 넣는 경우와 네 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 7인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$$P(X=5)=\boxed{(나)}+{}_4C_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^3$$

(iii) $X=6$ 인 사건은 다섯 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 6이고 여섯 번째 시행에서 무게가 2인 추를 넣는 경우와 다섯 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 7인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$$P(X=6)={}_5C_4\left(\frac{2}{3}\right)^4\left(\frac{1}{3}\right)^1\times\frac{1}{3}+\boxed{(다)}$$

(iv) $X=7$ 인 사건은 여섯 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 6이고 일곱 번째 시행에서 무게가 2인 추를 넣는 경우와 여섯 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 7인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$$P(X=7)={}_6C_6\left(\frac{2}{3}\right)^6\left(\frac{1}{3}\right)^0\times\frac{1}{3}+\boxed{(라)}$$

(v) $X=8$ 인 사건은 일곱 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 7인 경우이므로

$$P(X=8)=\left(\frac{2}{3}\right)^7$$

위의 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 수를 각각 a, b, c, d 라 할 때, $\frac{c-d}{b-a}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{6}{7}$ ② $\frac{7}{21}$ ③ $\frac{16}{21}$ ④ $\frac{19}{21}$ ⑤ $\frac{10}{7}$

20. 곡선 $y=e^x$ ($0\leq x\leq 2$)위의 임의의 두 점 P, Q 에 대하여 선분 PQ 의 중점 R 이 움직이는 영역의 넓이는? (단, 두 점 P, Q 가 일치할 때 점 R 는 점 P 또는 점 Q 로 생각한다.)

[4점]

- ① 1 ② 2 ③ e ④ 3 ⑤ $e+1$

21. 자연수 n 에 대하여 열린구간 $(3n-3, 3n)$ 에서 함수

$$f(x) = (2x-3n)\cos 2x + (2x^2-6nx+4n^2-1)\sin 2x$$

가 $x = \alpha$ 에서 극대 또는 극소가 되는 모든 α 의 개수를 a_n 이라 하자.

$a_m = 1$ 이 되도록 하는 자연수 m 을 작은 수부터 크기순으로 나열

한 것을 m_1, m_2, m_3, \dots 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{m_2} a_k$ 의 값은? [4점]

(단, $\pi \approx 3.14$)

- ① 29 ② 31 ③ 33 ④ 35 ⑤ 37

단답형

22. 5명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수를 구하시오.

[3점]

23. 함수 $f(x) = \sin 2x$ 에 대하여 $f'(\pi)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 열린 구간 $(0, \pi)$ 에서 부등식

$$(3^x - 9)\left(\sin x - \frac{1}{2}\right) < 0$$

의 해가 $a < x < b$ 또는 $c < x < d$ 일 때, $\frac{bc}{d-a}$ 의 값을
구하시오. (단, $b < c$, $\pi \approx 3.14$) [3점]

25. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \int_0^x \frac{t-1}{t^2-2t+3} dt$$

의 최솟값은 $a \ln b$ 이다. $\frac{1}{ab}$ 의 값을 구하시오. [3점]
(단, a, b 는 유리수이다.)

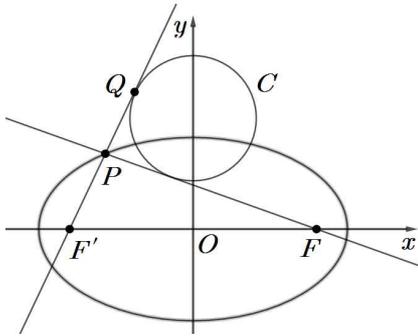
26. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & (x > a) \\ ax - 16 & (x \leq a) \end{cases}$ 에 대하여 $g(x) = \frac{x-a}{f(x)}$ 가 실수

전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 정수 a 의 값을
구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{9} = 1$ ($a > 3$)

위의 점 P 에 대하여 직선 FP 과 직선 $F'P$ 에 동시에 접하고 중심이 y 축 위에 있는 원 C 가 있다. 직선 $F'P$ 과 원 C 의 접점 Q 에 대하여 $\overline{F'Q} = 5$ 일 때, $a + \overline{F'F}$ 의 값을 구하시오.

[4점]

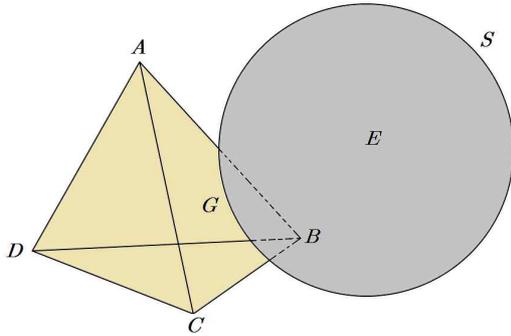


28. 1부터 20까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 20개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수에 따라 A 와 B 가 다음과 같은 규칙으로 점수를 얻는 게임을 한다.

- (가) 5의 배수가 적힌 공이 나오면 A 는 4점을 얻고 B 는 0점을 얻는다.
- (나) 5의 배수가 적힌 공이 나오지 않으면 A 는 0점을 얻고 B 는 1점을 얻는다.

한 번 꺼낸 공은 주머니에 다시 넣지 않고 주머니에서 공을 임의로 하나씩 꺼낼 때, 16점을 먼저 얻는 사람이 이기는 게임을 한다. B 가 이 게임에서 이길 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 그림과 같이 좌표공간에서 정사면체 $A-BCD$ 와 구 S 는 xy 평면 위에 있다. 삼각형 ABC 의 무게중심을 G 라 할 때, 구 S 는 정사면체 $A-BCD$ 의 면 ABC 와 점 G 에서 접한다. 두 점 A, B 의 좌표는 각각 $(3, \sqrt{3}, 2\sqrt{6}), (3, 3\sqrt{3}, 0)$ 이고 점 C 의 x 좌표가 양수일 때, 구 S 의 중심 E 의 좌표는 (a, b, c) 이다. $\frac{abc}{\sqrt{2}}$ 의 값을 구하시오. (단, 삼각형 BCD 가 xy 평면에 포함되고 점 E 는 정사면체 $A-BCD$ 의 외부에 있다.) [4점]



30. $g(x) = ae^x - e^{bx}$ ($-\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{4}$)인 함수 $g(x)$ 가 $g(x+1) = g(x) + \frac{18}{2 + \cos x}$ 을 만족한다. 함수 $f(x) = \frac{|x-1|}{e^{|x|}}$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 가 $h(x) = (g \circ f)(x)$ 일 때, 함수 $h''(x)$ 는 실수 전체 집합에서 연속이다. 이때, $a \times b \times g(1)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 양의 실수이다.) [4점]

※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.