

제 2 교시

수 학 영 역 ( 나 형 )

5지 선 다 형

1.  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A = \{1, 5, 6\}$ 일 때  $A^c$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 9      ② 8      ③ 7      ④ 6      ⑤ 5

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n-2)}{2n-3n^2}$ 은 값은? [2점]

- ①  $-\frac{1}{3}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $-1$     ④  $-\frac{2}{3}$     ⑤ 1

3. 5명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수는? [2점]

- ① 24      ② 48      ③ 72      ④ 108      ⑤ 120

4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ 일 때,  $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{3}{4}$       ③  $\frac{3}{8}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{5}{8}$

5. 두 점근선의 교점의 좌표가  $(-1, 3)$ 이고 원점  $O$ 를 지나는

함수  $y = \frac{b}{x+a} + c$ 에서  $a+b+c$ 의 값은? (단,  $a, b, c$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 4      ② 3      ③ 2      ④ 1      ⑤ 0

6. 방정식  $x+y+z+w=4$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수해의 순서쌍  $(x, y, z, w)$ 의 개수를 구하면? [3점]

- ① 35      ② 36      ③ 37      ④ 38      ⑤ 39

7. 확률변수  $X$ 의 확률분포가 다음 표와 같다.

$X$	0	2	3	합계
$P(X=x)$	$a$	$\frac{1}{4}$	$b$	1

$E(X) = \frac{1}{2}$ 일 때,  $40a$ 의 값을 구하면? [3점]

- ① 20      ② 30      ③ 40      ④ 50      ⑤ 60

8.  $x > 1$ 일 때,  $2x + \frac{8}{x-1}$ 의 최솟값을 구하면? [3점]

- ① 11      ② 10      ③ 9      ④ 8      ⑤ 7

9. 한 개의 주사위를 6번 던질 때, 홀수의 눈이 4번 나올 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{1}{16}$       ③  $\frac{5}{32}$       ④  $\frac{3}{32}$       ⑤  $\frac{15}{64}$

10. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n - \frac{5n}{2n+1} \right)$ 과

$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + 2b_n)$ 이 모두 수렴할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-b_n}{a_n}$ 의 값은?

[3점]

- ①  $\frac{9}{5}$       ②  $\frac{5}{9}$       ③  $\frac{9}{10}$       ④  $-\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{11}{10}$

11. 세 집합  $A, B, C$ 에 대하여

$$n(A) = 7, n(B) = 10, n(C) = 6, n(A \cup B) = 12,$$

$$n(B \cup C) = 16, n(C \cup A) = 11 \text{ 일 때,}$$

$n(A \cup B \cup C)$ 의 값은?

[3점]

- ① 4      ② 8      ③ 12      ④ 16      ⑤ 20

12. 등식  $\sum_{k=1}^n \frac{2}{k^2 + 3k + 2} = \frac{33}{35}$  을 만족하는 자연수  $n$ 의

값은?

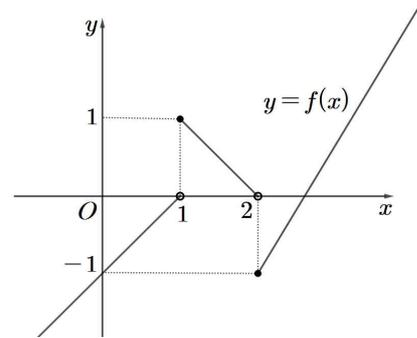
[3점]

- ① 31      ② 33      ③ 35      ④ 37      ⑤ 39

13. 공차가 4인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 세 항  $a_3, a_k, a_{15}$ 은 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 항  $a_1, a_2, a_k$ 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.  $k \times a_1$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

14. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $g(x)$ 에 대하여 함수  $h(x)=f(x)g(x)$ 가 모든 실수에서 연속일 때,  $g(-1)$ 의 값은? [4점]



- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

15. 함수  $f(x) = -98 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{100}$ 에 대하여 합성함수  $(f \circ f)(x)$ 에서 상수항을 포함한 모든 계수의 합은?

[4점]

- ①  $2^{100} - 98$       ②  $2^{100} - 100$       ③  $2^{101} - 100$   
 ④  $2^{102} - 98$       ⑤  $2^{102} - 100$

16. 어느 도시의 시민 중에서 400 명을 임의추출하여 조사한 결과, 최근 1년 이내에 봉사활동을 한 시민이 100명이었다. 이 결과를 이용하여, 이 지역 전체 시민 중 최근 1년 이내에 봉사활동을 한 시민의 비율  $p$ 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간을 구하면

$$0.25 - 2.58 \times \frac{\sqrt{a}}{20} \leq p \leq 0.25 + 2.58 \times \frac{\sqrt{a}}{20}$$

이다. 상수  $a$ 의 값은?

[4점]

(단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  
 $P(0 \leq Z \leq 2.58) = 0.495$ 로 계산한다.)

- ① 0.0625      ② 0.1025      ③ 0.1875  
 ④ 0.25      ⑤ 0.5625

17. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 와 두 실수  $\alpha, \beta$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f'(-1)$ 의 값은? [4점]

- (가)  $f'(1) = -4$   
 (나) 함수  $f(x)$ 는  $x=0$ 에서 극대이고,  $x=\alpha$ 와  $x=\beta$ 에서 극소이다.  
 (다)  $\beta - \alpha = 2\sqrt{2}$

- ① 4      ② 2      ③ 1      ④ -2      ⑤ -4

18. [상자1]에는 1부터  $6n$ 까지의 자연수가 적힌  $6n$ 장의 카드가 있고, [상자2]에는 2부터  $6n$ 까지 짝수가 적힌  $3n$ 장의 카드가 있다. 임의로 한 상자를 골라 그 안에서 뽑은 두 카드에 적힌 수를 곱했더니 6의 배수가 되었다. 이때 카드를 뽑은 상자가 [상자1]일 확률을  $P(n)$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(n)$ 의 값을 구하는 과정이다.

[상자1]을 고르는 사건을  $A$ 라 하고 임의로 고른 상자에서 뽑은 두 카드에 적힌 수의 곱이 6의 배수인 사건을  $B$ 라 하자.

$$P(n) = P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B) + P(A^c \cap B)}$$

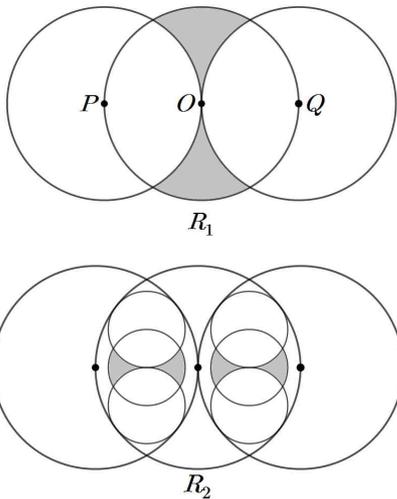
(i)  $P(A \cap B)$ 는 [상자1]에서 뽑은 두 수의 곱이 6의 배수가 되는 확률이다.  
 따라서 두 수의 곱이 6의 배수하려면 적어도 하나가 6의 배수이거나, 둘 다 6의 배수가 아니고 하나는 2의 배수이고 다른 하나는 3의 배수가 되어야 한다.  
 첫 번째 사건의 경우의 수는  $\boxed{f(n)}$   
 두 번째 사건의 경우의 수는  $\boxed{g(n)}$   
 따라서  $P(A \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{f(n) + g(n)}{{}_{6n}C_2}$

(ii)  $P(A^c \cap B)$ 는 [상자2]에서 뽑은 두 수의 곱이 6의 배수가 되는 확률이다.  
 따라서 두 수의 곱이 6의 배수려면 적어도 하나가 3의 배수이면 된다.  
 따라서 경우의 수는  $\boxed{h(n)}$   
 따라서  $P(A^c \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{h(n)}{{}_{3n}C_2}$   
 따라서  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(n) = \boxed{p}$

$p \times \{f(2) + g(3) + h(4)\}$ 의 값을 구하면? [4점]

- ① 27      ② 33      ③ 39      ④ 45      ⑤ 51

19.  $\overline{PQ}=2$ 이고 점  $P$ 와 점  $Q$ 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 두 원이 선분  $PQ$ 의 중점  $O$ 에서 외접한다. 점  $O$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원을 그린 후 원  $O$ 의 내부와 두 원  $P, Q$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에서 원  $O$ 의 내부에 색칠되지 않은 부분에 두 원  $O, P$ , 두 원  $O, Q$ 에 내접하고 서로 외접하는 두 원을 각각 그린 후 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 하여 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 그림  $R_n$ 에 색칠된 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{32}{23}\sqrt{3} - \frac{64}{69}\pi$       ②  $\frac{32}{23}\sqrt{3} - \frac{32}{69}\pi$       ③  $\frac{64}{9}\sqrt{3} - \frac{64}{27}\pi$
- ④  $\frac{16}{7}\sqrt{3} - \frac{32}{21}\pi$       ⑤  $\frac{32}{7}\sqrt{3} - \frac{16}{21}\pi$

20. 수직선 위를 움직이는 점  $P$ 의 시간  $t$ 에서의 속도  $v(t)$ 가  $v(t) = 4t(t-1)(t-2)$

이고, 시간  $t=0$ 에서의 점  $P$ 의 위치는 원점이다. 임의의 양수  $x$ 에 대하여 시간  $t=x$ 에서의 점  $P$ 의 위치를  $f(x)$ 라 하고, 시간  $t=0$ 에서  $t=x$ 까지 점  $P$ 가 움직인 거리를  $g(x)$ 라 할 때,  $h(x) = g(x) - f(x)$ 라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

- ㄱ.  $h(2) = 2$
- ㄴ.  $x > 0$ 인 모든 실수에서  $h'(x) \leq h'(\frac{3}{2})$ 이다.
- ㄷ. 함수  $h(x)$ 는  $x > 0$ 인 모든 실수에서 미분가능하다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 최고차항의 계수가  $a$  ( $a > 0$ )인 다항함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $3f(x) = xf'(x) + 3x^2 + k$ 이다.  
(단,  $k$ 는 상수이다.)
- (나) 구간  $\left[-\frac{2}{a}, 0\right]$ 에서  $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 차는 4이다.
- (다)  $\int_{-1}^1 f(x)dx = 10 \int_{-1}^1 xf(x)dx$

$f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- ① 6      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5

단답형

22.  $S(5, 4) = S(4, 3) + k$ 가 성립한다고 할 때, 상수  $k$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 실수  $a, b$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^{10} + x^9 + a}{x + 1} = b$  일 때,  $a - b$ 의 값을 구하시오. [3점]

24.  $-25$ 의 제제곱근 중 실수인 것의 개수를  $a$ ,  $\sqrt{23}$ 의 제제곱근 중 실수인 것의 개수를  $b$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오.

[3점]

26.  $x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}} = \sqrt{3}$ 일 때,  $(5 - x^{\frac{2}{3}})(5 - x^{-\frac{2}{3}}) + (x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}})^2$ 의 값을 구하시오.

[4점]

25. 사건  $A$ 가 일어날 확률이  $p$ 로 일정한 독립시행을  $n$ 번 반복할 때, 사건  $A$ 가 일어나는 횟수를 확률변수  $X$ 라 한다. 평균이  $\frac{24}{25}$ , 분산이  $\left(\frac{24}{25}\right)^2$ 일 때, 시행 횟수  $n$ 을 구하시오.

[3점]

27. 최고차항의 계수가 모두 1인 사차함수  $f(x)$ 와 삼차함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(0)=0, g(1)=0$
- (나) 두 극한값  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)}, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x-1)}{f(x)}$ 이 모두 존재한다.
- (다) 극한값  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x+2)}{g(x-2)}$ 은 존재하고  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x+2)}{f(x-1)}$ 은 존재하지 않는다.

$f(6)=g(6)$ 일 때,  $g(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 정규분포를 따르는 모집단에서 임의추출한 크기 100인 표본  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{100}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\sum_{n=1}^{100} x_n = 900$
- (나)  $\sum_{n=1}^{100} (x_n - 9)^2 = 396$

이 표본을 이용하여 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이를  $l$ 이라 할 때  $1000l$ 을 구하시오. [4점]  
 (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$ 으로 계산한다.)

29. 다음과 같은 점근선이 일치하는 두 곡선이 있다.

$$xy - x - y + 2 = 0, \quad xy - x - y = 0$$

직선  $y=k$ 가 두 곡선과 만나는 점을 각각  $A, B$ 라 하고,  
 직선  $x=k$ 가 두 곡선과 만나는 점을 각각  $D, C$ 라 한다.  
 점근선의 교점을  $P$ 라 할 때,  $\overline{AB}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{PC}^2 + \overline{CD}^2$ 의 최솟값  
 을  $m$ 이라 할 때  $m^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $k > 1$ ) [4점]

30. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x < 0) \\ (x-1)^2+1 & (0 \leq x \leq 1) \\ x & (x > 1) \end{cases}$$

가 있다. 실수  $t$ 에 대하여 부등식  $f(x) \geq f(t)$ 를 만족시키는 실수  $x$ 의 최솟값을  $g(t)$ 라 하자. 예를 들어,  $g(1) = -1$ 이다.

함수  $g(t)$ 가  $t = \alpha$ 에서 불연속일 때,

$$\int_{-2}^{\alpha} g(t) dt = -\frac{q}{p}$$

이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

[4점]

(단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.