기·출·의 파·급·효·과

기하와 벡터

기하와 벡터

기출의 파급효과

orbibooks.com

기하와 벡터의 도구와 태도

저자의 말

안녕하세요. 오르비 파급효과입니다. 오르비에 출시하는 첫 종이책이네요. 작년에 EBS 선별과 칼럼으로 큰 사랑을 받고 기출의 파급효과 시리즈를 집필하기로 마음먹었습니다. 이까지 오는데 너무 과분한 사랑을 주신 분들 너무 감사합니다. 이제 본격적으로 교재 소개를 해보겠습니다. 저는 다음과 같은 교재를 만들었습니다.

1. 기하와 벡터 기출을 푸는데 정말 필요한 태도와 도구만을 모두 정리했습니다.

각 Chapter를 나누는 기준이 교과서 목차가 아닌 기출을 푸는데 정말 필요한 태도와 도구입니다. 기존 개념서보다 훨씬 얇습니다. 수능이 얼마 안 남은 이 시점, 빠르게 실전 개념을 정리할 수 있습니다. 예시 해설까지 꼼꼼히 읽는다면 준킬러, 킬러 문제에서 생각의 틀이 확실히 잡힐 것입니다. 각 Chapter를 '순서대로' 학습하신다면 더욱 큰 학습효과를 기대할 수 있습니다.

2. 기출에 대한 태도와 도구들을 바로 활용할 수 있도록 준킬러 이상급의 기출 문제들을 본문 속 예시로 들었습니다. 20학년도 6월 평가원 문제와 출제경향까지 반영되어 있습니다.

기하와 벡터 기출 중 평가원 29번은 물론 오답률이 높은 문제들을 예시로 들었습니다. 본문 속 태도와 도구가 킬러, 준킬러에서 어떻게 보편적으로 이용되는지 직접 확인한다면 더욱 태도와 도구들이 더욱 와닿을 것입니다. 어떠한 한 문제에만 적용되는 특수한 스킬 같은 것이 아닙니다.

예시로 든 들어주는 평가원 기출을 태도와 도구뿐만 아니라 진화 단계별로도 배치했습니다. 예시들을 '순서대로' 풀다보면 자연스럽게 기출의 진화과정을 느낄 수 있습니다. 기출의 진화과정을 느낀다면 자연스럽게 기출에 대한 태도와 도구들이 정리됩니다. 태도와 도구 정리가 완성되면 최종 진화 형태인 후반부의 최신 기출문제는 혼자 clear 할 수 있고 이에 대한 보람을 느끼실 겁니다.

예전 킬러 문제에 쓰였던 아이디어 2개 이상이 현재의 준킬러, 킬러에 쓰입니다. 수능 때 21번, 29번, 30번을 풀 생각이 없어 과거의 21번, 29번, 30번을 제대로 학습하지 않는 우를 범한다면 준킬러도 못 풀거나 빨리 풀기 힘듭니다. 따라서 태도와 도구를 기반으로 한 기출의 킬러 학습은 필수입니다.

3. 평가원 문항뿐만 아니라 교육청, 사관학교 문항도 중요한 기출들입니다.

최근 교육청 및 사관학교 문제가 진화한 형태가 평가원에 출제되고 있습니다. 19학년도 수능 29번의 경우 14학년도 사관학교 15번과 매우 유사하고 20학년도 6월 평가원 21번, 30번은 18년 10월 교육청 21번, 30번과 매우 유사합니다. 따라서 기존 평가원 기출만을 푸는 것만으로 현재 수능을 대비하기는 힘듭니다. 하지만 교육청 및 사관학교 문제들까지 모두 풀자니 양이 너무 많습니다.

이를 해결하기 위해 핵심적인 평가원, 교육청, 그리고 사관학교 문제를 필요한 만큼만 선별했습니다. 본문과 함께 있는 예시 문제들은 기하와 벡터 교재의 경우 대략 50문제 정도입니다. 예시에 있는 문제 수만으로 부족함을 느끼실 분들을 위해 예시보다는 다소 쉬운 유제들도 기출에 대한 태도와 도구를 체화하기 시키기 위해 충분히 넣었습니다.

기하와 벡터 교재의 경우 유제는 대략 70문제입니다. 본문 속 예시뿐만 아니라 유제들도 단순 단원별로 분리된 것이 아니라 기출에 대한 태도와 도구를 기준으로 분리되었습니다.

4. 칼럼 속 예시해설은 문제를 푸는데에 있어 필요한 생각의 흐름을 매우 자세하게 담았습니다. 예시보다 다소 쉬운 유제들도 본문에서 배운 태도와 도구 그리고 key point를 comment로 달아 놓았습니다.

예시 해설은 단계별로 분리되어 있어 가독성이 좋아 이해가 더욱 쉽습니다. 문제에서 필요한 태도와 도구들을 어떻게 쓰는지 과외처럼 매우 자세히 알려줍니다. 유제 comment들은 문제의 핵심을 간략히 보여줍니다. 본문과 예시들을 잘 학습했다면 무리 없이 풀 수 있는 수준입니다.

하루에 예시를 포함한 Chapter 하나만 완료하고 유제 10문제만 푸세요! 이를 실천하면 기하와 벡터 교재를 모두 끝내는 데에 2주가 걸립니다. 수능까지 이 교재를 최소 2번 이상 볼 수 있습니다.

수학 가형 4등급 초반이 1등급 컷 이상 받는 데 1달에서 2달 사이로 걸립니다.
약 파는 것 아닙니다. 과장된 광고를 극도로 싫어하는 편입니다.

저도 18학년도 6월 평가원 때 3등급 받고 여름방학 때 이 책의 내용대로 기출을 학습하고 18학년도 9월 평가원, 18학년도 수능 1등급을 가볍게 받아냈습니다.

제 과외 학생은 19학년도 6월 평가원 때 4등급에 가까운 3등급이었으나 이 방법대로 1달간 기출을 학습하고 19학년도 수능 96점을 받아내었습니다.

수학 가형 1등급, 아직 늦지 않았습니다. 마지막으로 한 번쯤은 봐야 할 기출, 기출의 파급효과와 함께합시다.

기출의 파급효과 시리즈

docs.orbi.kr/docs/6753/
미적분 2

docs.orbi.kr/docs/6724/
확률과 통계

교재 이용법

원활한 교재 이용을 위해 대단원, 중단원, 중소단원, 소단원 구분법을 소개하겠습니다.

대단원 제목입니다.

CHAPTER 01 필수 도형 정리와 이차곡선

대단원에 속한 중단원 제목입니다.

꼭 표시해야 할 도형적 요소

중단원에 속한 중소단원 제목입니다.

6. 이차곡선

중소단원에 속한 소단원 제목입니다.

(1) 정의 관련 보조선

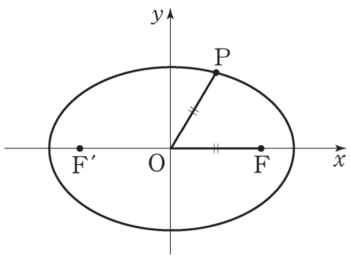
위를 참고하여 학습하신다면 Chapter 내용이 더욱 유기적으로 연결될 것입니다. 헷갈린다면 Chapter를 순서대로 읽어나가셔도 전혀 문제가 없습니다.

원활한 교재 이용을 위해 예시, 예시해설, 유제, 유제 Comments 구분법을 소개하겠습니다.

본문과 함께 소개되는 예시 문항입니다. 본문 중간중간에 예시들이 등장합니다.

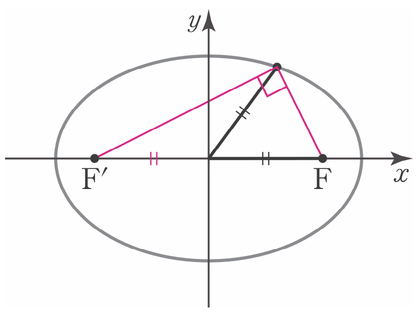
07학년도 9월 평가원 22번

타원 $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$ 의 두 초점을 F, F$'$이라 하자. 이 타원 위의 점 P가 $\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{OF}}$ 를 만족시킬 때, $\overline{\mathrm{PF}}\cdot\overline{\mathrm{PF'}}$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



예시 문항 해설입니다. 매우 자세하며 본문에서 배운 도구와 태도를 일관적으로 적용합니다.

1. 이후에 더 자세히 설명하겠지만 **이차곡선의 정의와 관련된 보조선은 모두 그어주어야 한다.** 위 문제에 나오는 이차곡선은 타원이므로 타원의 정의와 관련된 초점 두 개와 $\overline{\mathrm{PF}}$, $\overline{\mathrm{PF'}}$ 을 그어 주어야 한다.



문제에서 주어진 그림에서는 타원의 **초점 F와 초점 F$'$은 표시되어 있으므로 추가적으로 $\overline{\mathrm{PF}}$, $\overline{\mathrm{PF'}}$ 만 그어주면 된다.** $\overline{\mathrm{PF}}\cdot\overline{\mathrm{PF'}}$ 을 알기 위해선 $\triangle\mathrm{PFF'}$ 에 대한 정보를 최대한 표시해야 한다. 따라서 $\overline{\mathrm{OF}}=\overline{\mathrm{OF'}}$ 도 표시해 주자.

본문 내용을 체화하기 위한 유제입니다.

CHAPTER
06 문제

01 **20학년도 6월 평가원 26번**

좌표평면에서 $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|=10$을 만족시키는 점 P가 나타내는 도형 위의 점 $\mathrm{A}(a, b)$에서의 접선을 l, 원점을 지나고 방향벡터가 $(1, 1)$인 직선을 m이라 하고, 두 직선 l, m이 이루는 예각의 크기를 θ라 하자. $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$일 때, 두 수 a, b의 곱 ab의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, $a>b>0$이다.) [4점]

유제 문제에 대한 저자의 Comment입니다.

CHAPTER
05 해설

01 **07학년도 수능 6번**

답 : ③

평면 AFG와 평면 AGH가 이루는 이면각을 두 평면의 법선벡터끼리 이루는 각으로 바라보자. 문제에 주어진 그림에서 두 평면의 법선벡터와 평행한 선분을 쉽게 찾을 수 있다.

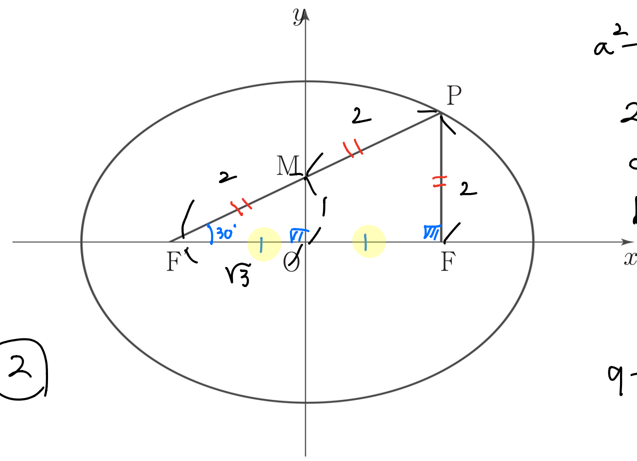
두 평면의 법선벡터를 그림에서 찾기 어렵다면 좌표를 잡아도 좋다.

위를 참고하여 학습하신다면 교재 이용이 더욱 편리합니다.

CHAPTER 01 문제

01 16년 4월 교육청 17번

그림과 같이 타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 의 두 초점 중 x좌표가 양수인 점을 F, 음수인 점을 F′이라 하자. 타원 위의 점 P에 대하여 선분 PF′의 중점 M의 좌표가 $(0,\ 1)$이고 $\overline{\mathrm{PM}}=\overline{\mathrm{PF}}$ 일 때, a^2+b^2의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]



2

$a^2-b^2=3$

$2a=6$

$a=3$

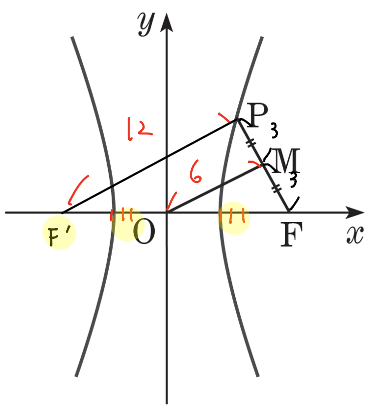
$b=\sqrt{6}$

$9+6=15$

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

02 13년 10월 교육청 16번

그림과 같이 한 초점이 F이고 점근선의 방정식이 $y=2x$, $y=-2x$ 인 쌍곡선이 있다. 제1사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P에 대하여 선분 PF의 중점을 M이라 하자. $\overline{\mathrm{OM}}=6$, $\overline{\mathrm{MF}}=3$ 일 때, 선분 OF의 길이는? (단, O는 원점이다.) [4점]



2

$\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{36}=1$

$\sqrt{9+36}=3\sqrt{5}$

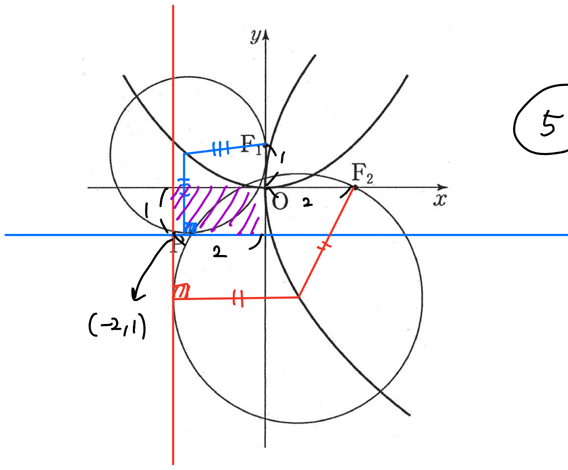
① $2\sqrt{10}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{55}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

03 15학년도 6월 평가원 28번

좌표평면에서 포물선 $C_1 : x^2 = 4y$ 의 초점을 F_1, 포물선 $C_2 : y^2 = 8x$ 의 초점을 F_2라 하자. 점 P는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 중심이 C_1 위에 있고 점 F_1을 지나는 원과 중심이 C_2 위에 있고 점 F_2를 지나는 원의 교점이다. (나) 제3사분면에 있는 점이다.

원점 O에 대하여 $\overline{\mathrm{OP}}^2$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



5

04 16학년도 6월 평가원 19번

그림과 같이 초점이 각각 F, F′과 G, G′이고 주축의 길이가 2, 중심이 원점 O인 두 쌍곡선이 제1사분면에서 만나는 점을 P, 제3사분면에서 만나는 점을 Q라 하자.

$\overline{PG}\times\overline{QG}=8$, $\overline{PF}\times\overline{QF}=4$ 일 때, 사각형 PGQF의 둘레의 길이는? (단, 점 F의 x좌표와 점 G의 y좌표는 양수이다.) [4점]

$2(a+b)+4 = 2+2\sqrt{5}+4$

$= 6+2\sqrt{5}$

$a(a+2)=8$

$\Downarrow$

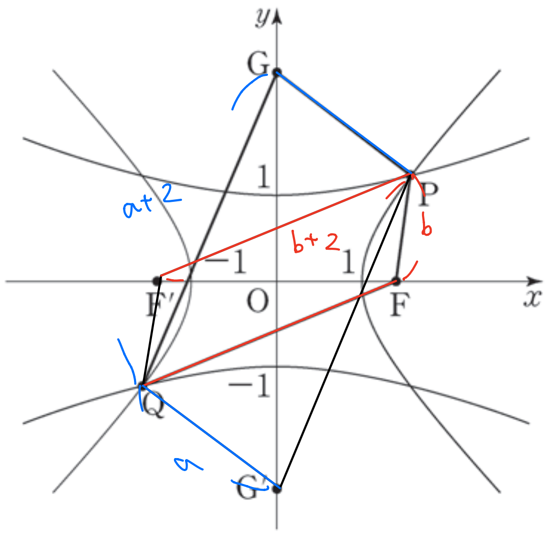
$a=2$

$b(b+2)=4$

$\Downarrow$

$b^2+2b-4=0$

$b=-1+\sqrt{5}$



$\overline{PG} = \overline{G'Q}$

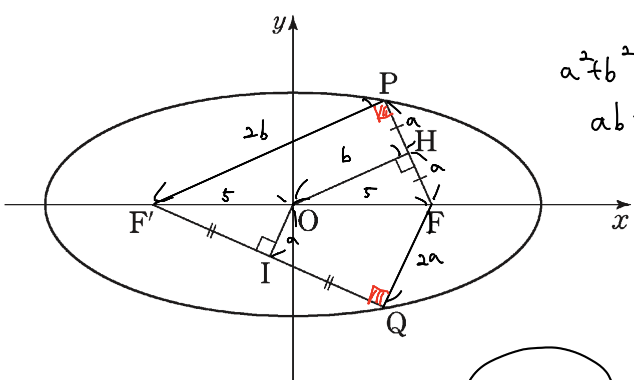
$\overline{FG} = \overline{PF'}$

4

① $6+2\sqrt{2}$　② $6+2\sqrt{3}$　③ 10　④ $6+2\sqrt{5}$　⑤ $6+2\sqrt{6}$

05 13학년도 6월 평가원 27번

두 점 F(5, 0), F′(−5, 0)을 초점으로 하는 타원 위의 서로 다른 두 점 P, Q에 대하여 원점 O에서 선분 PF와 선분 QF′에 내린 수선의 발을 각각 H와 I라 하자. 점 H와 점 I가 각각 선분 PF와 선분 QF′의 중점이고, $\overline{OH}\times\overline{OI}=10$ 일 때, 이 타원의 장축의 길이를 l이라 하자. l^2의 값을 구하시오. (단, $\overline{OH}\neq\overline{OI}$) [4점]



$a^2+b^2=25$

$ab=10$

$l=2(a+b)$

$l^2=4(a+b)^2$

$=4(25+20)$

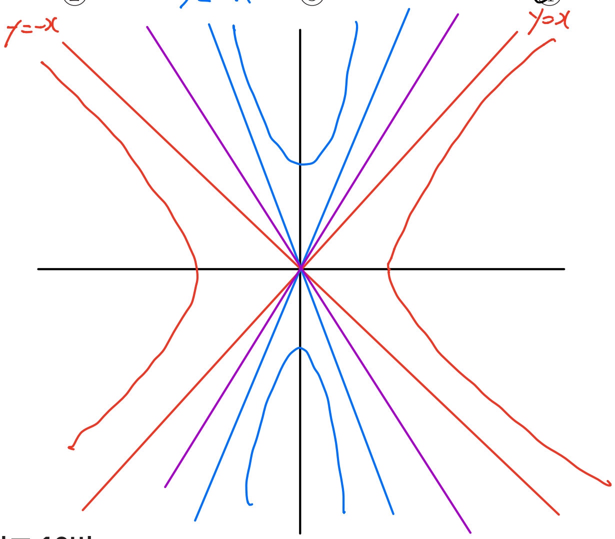
$=180$

180

06 18년 10월 교육청 10번

직선 $y=mx$ 가 두 쌍곡선 $x^2-y^2=1$, $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{64}=-1$ 중 어느 것과도 만나지 않도록 하는 정수 m의 개수는? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10



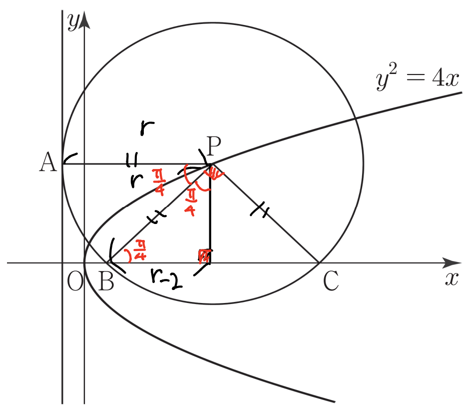
$1 \le m \le 4$

$-4 \le m \le -1$

4

07 17학년도 사관학교 10번

그림과 같이 포물선 $y^2=4x$ 위의 한 점 P 를 중심으로 하고 준선과 점 A 에서 접하는 원이 x 축과 만나는 두 점을 각각 B , C 라 하자. 부채꼴 PBC 의 넓이가 부채꼴 PAB 의 넓이의 2 배일 때, 원의 반지름의 길이는? (단, 점 P 의 x 좌표는 1 보다 크고, 점 C 의 x 좌표는 점 B 의 x 좌표보다 크다.) [3점]



$\sqrt{2}(r-2)=r$

$(\sqrt{2}-1)r=2\sqrt{2}$

$r=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}=$

$2\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)$

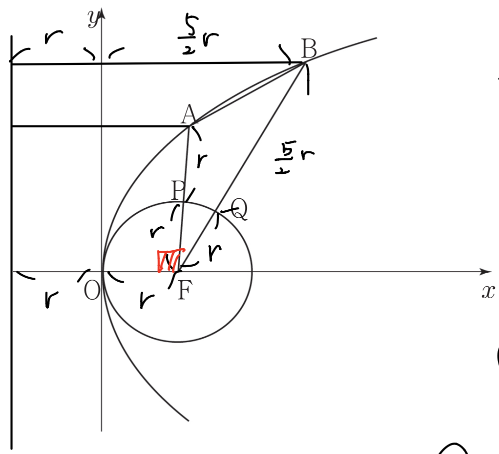
$=4+2\sqrt{2}$

① $2+2\sqrt{3}$ ② $3+2\sqrt{2}$ ③ $3+2\sqrt{3}$ ④ $4+2\sqrt{2}$ ⑤ $4+2\sqrt{3}$

4

08 14년 7월 교육청 18번

그림과 같이 포물선 $y^2 = 4px$ 의 초점 F를 중심으로 하고 원점을 지나는 원 C가 있다. 포물선 위의 점 A와 점 B에 대하여 선분 FA와 선분 FB가 원 C와 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, 점 P는 선분 FA의 중점이고, 점 Q는 선분 FB를 $2:5$로 내분하는 점이다. 삼각형 AFB의 넓이가 24일 때, p의 값은? (단, 점 A와 점 B는 제1사분면 위에 있다.) [4점]



$\frac{1}{2} \times 2r \times \frac{3r}{2} = \frac{3r^2}{2} = 24$

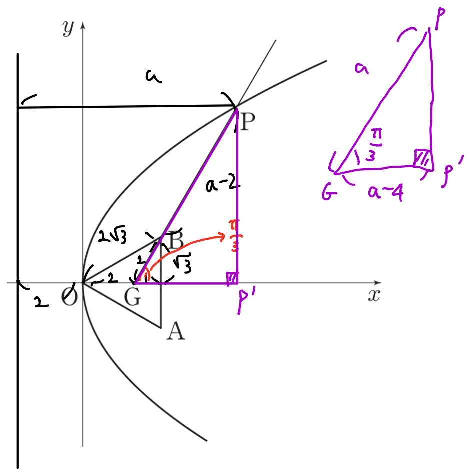
$p = r = 4$

4

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

09 12학년도 6월 평가원 29번

그림과 같이 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 OAB 의 무게중심 G가 x축 위에 있다. 꼭짓점이 O이고 초점이 G인 포물선과 직선 GB가 제1사분면에서 만나는 점을 P라 할 때, 선분 GP의 길이를 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



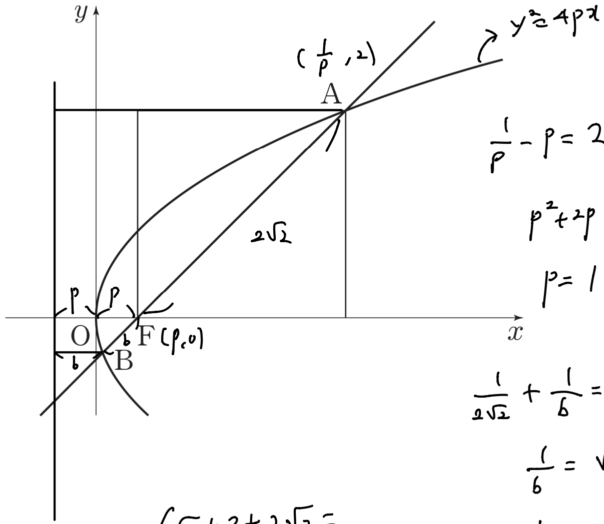
$\frac{a}{2} = a-4$

$a = 8$

8

10 13학년도 9월 평가원 26번

그림과 같이 좌표평면에서 꼭짓점이 원점 O이고 초점이 F인 포물선과 점 F를 지나고 기울기가 1인 직선이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 선분 AF를 대각선으로 하는 정사각형의 한 변의 길이가 2일 때, 선분 AB의 길이는 $a+b\sqrt{2}$ 이다. a^2+b^2 의 값을 구하시오. (단, a, b는 정수이다.) [4점]



128

$\frac{1}{p} - p = 2$

$p^2 + 2p - 1 = 0$

$p = 1 + \sqrt{2}$

$\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{b} = \frac{1}{1+\sqrt{2}}$

$\frac{1}{b} = \sqrt{2} - 1 - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{3\sqrt{2}-4}{4}$

$b = \frac{4}{3\sqrt{2}-4} = \frac{4(3\sqrt{2}+4)}{2}$

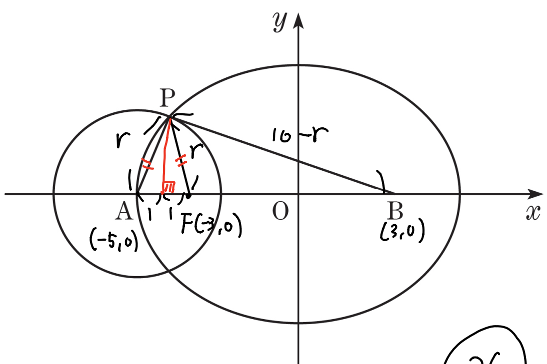
$= 6\sqrt{2} + 8$

$6\sqrt{2} + 8 + 2\sqrt{2} =$

$8 + 8\sqrt{2}$

11 13년 10월 교육청 27번

그림과 같이 점 A$(-5,\ 0)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 r 인 원과 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ 의 한 교점을 P 라 하자. 점 B$(3,\ 0)$ 에 대하여 $\overline{\mathrm{PA}}+\overline{\mathrm{PB}}=10$ 일 때, $10r$ 의 값을 구하시오. [4점]



$r^2 - 1 = (10-r)^2 - 49$

$r^2 - 1 = r^2 - 20r + 51$

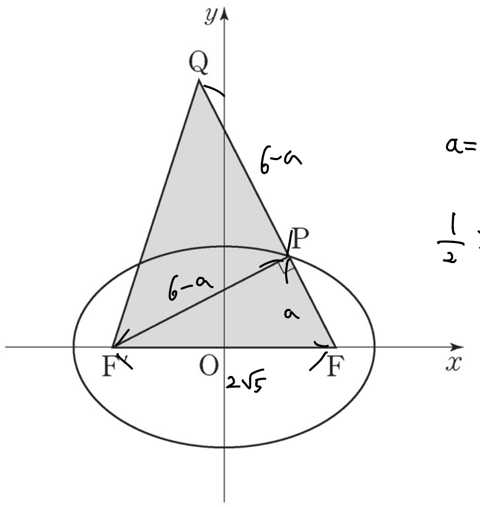
$20r = 52$

$10r = 26$

26

12 15학년도 수능 27번

타원 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ 의 두 초점 중 x 좌표가 양수인 점을 F, 음수인 점을 F′ 이라 하자. 이 타원 위의 점 P 를 $\angle \mathrm{FPF'}=\frac{\pi}{2}$ 가 되도록 제 1 사분면에서 잡고, 선분 FP 의 연장선 위에 y 좌표가 양수인 점 Q 를 $\overline{\mathrm{FQ}}=6$ 이 되도록 잡는다. 삼각형 QF′F 의 넓이를 구하시오. [4점]



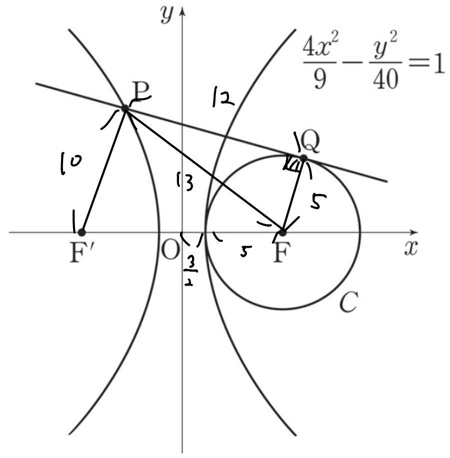
$a=2$

$\frac{1}{2}\times 4\times 6=12$

12

13 14학년도 6월 평가원 12번

그림과 같이 쌍곡선 $\dfrac{4x^2}{9}-\dfrac{y^2}{40}=1$ 의 두 초점은 F, F′ 이고, 점 F 를 중심으로 하는 원 C는 쌍곡선과 한 점에서 만난다. 제 2 사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P 에서 원 C에 접선을 그었을 때 접점을 Q 라 하자. $\overline{\mathrm{PQ}}=12$ 일 때, 선분 PF′ 의 길이는? [3점]

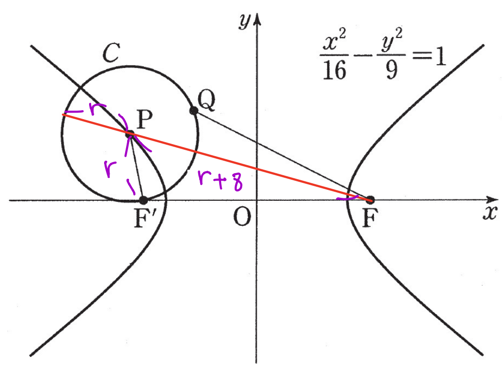


1

① 10 ② $\dfrac{21}{2}$ ③ 11 ④ $\dfrac{23}{2}$ ⑤ 12

14 17학년도 6월 평가원 18번

그림과 같이 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 의 두 초점을 F, F′ 이라 하고, 이 쌍곡선 위의 점 P 를 중심으로 하고 선분 PF′ 을 반지름으로 하는 원을 C라 하자. 원 C위를 움직이는 점 Q 에 대하여 선분 FQ 의 길이의 최댓값이 14 일 때, 원 C의 넓이는? (단, $\overline{\mathrm{PF'}}<\overline{\mathrm{PF}}$) [4점]



2r+8=14

r=3

3

① 7π ② 8π ③ 9π ④ 10π ⑤ 11π

15 17학년도 수능 28번

점근선의 방정식이 $y=\pm\frac{4}{3}x$ 이고 두 초점이 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)$ $(c>0)$ 인 쌍곡선이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 쌍곡선 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{\mathrm{PF}'}=30$, $16\le\overline{\mathrm{PF}}\le 20$ 이다. (나) x 좌표가 양수인 꼭짓점 A 에 대하여 선분 AF 의 길이는 자연수이다.

이 쌍곡선의 주축의 길이를 구하시오. [4점]

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $\quad a^2+b^2=c$, $\frac{b}{a}=\frac{4}{3}$ $\quad a=3k,\ b=4k,\ c=5k$

$10\le 2a\le 14 \Rightarrow 5\le a\le 7 \Rightarrow \frac{5}{3}\le k\le\frac{7}{3}$

$2k$ 자연수 $\quad \frac{10}{3}\le 2k\le\frac{14}{3}$

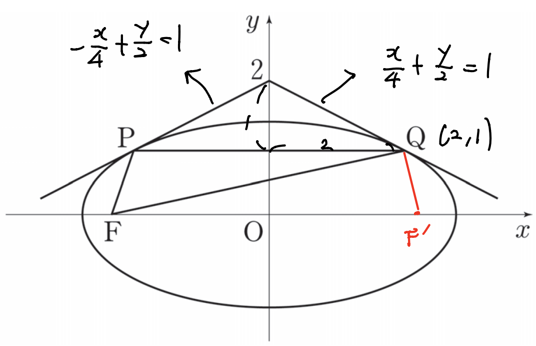
3.3X $\quad$ 4.XX

$2k=4$, $k=2$, $a=6$

12

16 12학년도 6월 평가원 28번

점 $(0,\ 2)$에서 타원 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q 라 하고, 타원의 두 초점 중 하나를 F 라 할 때, 삼각형 PFQ 의 둘레의 길이는 $a\sqrt{2}+b$ 이다. a^2+b^2 의 값을 구하시오.(단, a, b 는 유리수이다.) [4점]



$\frac{a^2}{8}+\frac{b^2}{2}=1$ $\quad a^2=4$ $\quad a=\pm 2$

$\frac{ax}{8}+\frac{by}{2}=1$

$b=1$

$\overline{PF}=\overline{QF'}$ $\quad \overline{PF}+\overline{FQ}=4\sqrt{2}$

$\overline{PQ}=4$

$16+16=32$

32

CHAPTER 02 문제

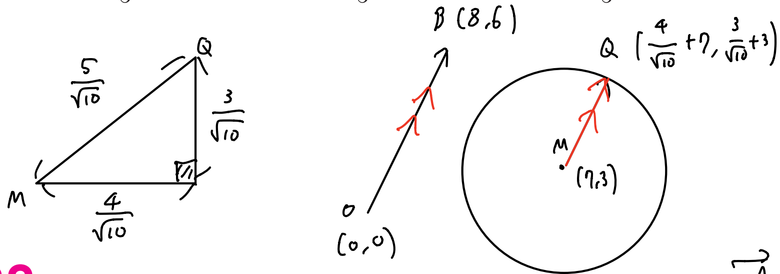
01 19학년도 9월 평가원 16번

A,B 점 P 등 $|\overrightarrow{PM}| = \frac{\sqrt{10}}{2}$

좌표평면 위의 두 점 $A(6,0)$, $B(8,6)$ 에 대하여 점 P가 $|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}| = \sqrt{10}$ 을 만족시킨다. $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 값이 최대가 되도록 하는 점 P를 Q라 하고, 선분 AB의 중점을 M이라 할 때, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{MQ}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① $\frac{6\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{9\sqrt{10}}{5}$ ③ $\frac{12\sqrt{10}}{5}$ ④ $3\sqrt{10}$ ⑤ $\frac{18\sqrt{10}}{5}$

3



$\overrightarrow{OB} \cdot (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MP})$

$\overrightarrow{OB} \parallel \overrightarrow{MP}$

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{MQ} = (6,0)\cdot\left(\frac{4}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}\right) = \frac{24\sqrt{10}}{10} = \frac{12\sqrt{10}}{5}$

02 10학년도 수능 14번

평면에서 그림의 오각형 ABCDE가 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{AE}=\overline{ED}$, $\angle B = \angle E = 90^\circ$ 를 만족시킬 때, 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱㄴㄷ flow

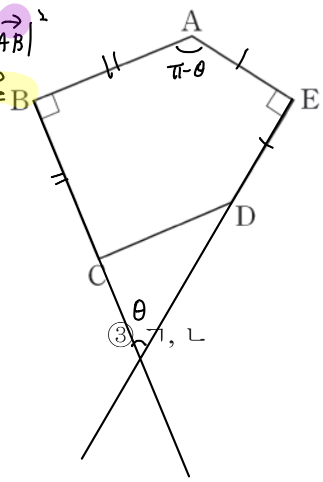
ㄱ. 선분 BE의 중점 M에 대하여 $\underbrace{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}}_{2}$ 와 $\overrightarrow{AM}$ 은 서로 평행하다.

ㄴ. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{ED}$

ㄷ. $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{ED}| = |\overrightarrow{BE}|$ $|\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB}|$

$|\overrightarrow{BC}|^2 + |\overrightarrow{ED}|^2 + 2\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{ED} = |\overrightarrow{AE}|^2 + |\overrightarrow{AB}|^2 - 2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}$

같다. (ㄴ) 이용.



5

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

03 17학년도 9월 평가원 16번

직사각형 ABCD 의 내부의 점 P 가 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=\overrightarrow{CA}$ 를 만족시킨다. 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

$\overrightarrow{PA}-\overrightarrow{PC}$

〈보 기〉

ㄱ. $\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}=2\overrightarrow{CP}$

ㄴ. $\overrightarrow{AP}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

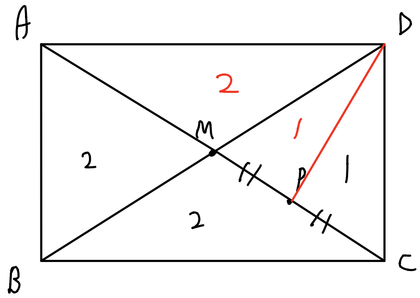
ㄷ. 삼각형 ADP 의 넓이가 3이면 직사각형 ABCD 의 넓이는 8이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ,ㄴ ④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

$\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}=2\overrightarrow{CP}$

5

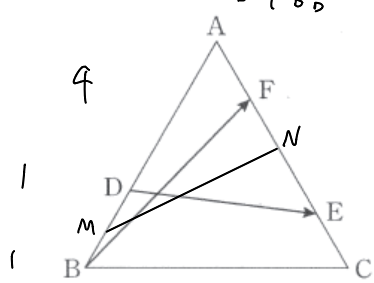
$\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{CP}$



04 14학년도 9월 평가원 11번

한 변의 길이가 3인 정삼각형 ABC 에서 변 AB 를 2:1로 내분하는 점을 D 라 하고, 변 AC 를 3:1과 1:3으로 내분하는 점을 각각 E,F 라 할 때, $|\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{DE}|^2$ 의 값은? [3점]

모두 정점

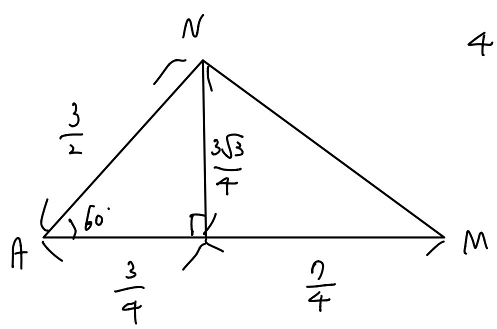


$$4\times\left|\frac{\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{DE}}{2}\right|^2$$

$$=4\times|\overrightarrow{MN}|^2$$

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

3



$$4\times\left(\frac{49}{16}+\frac{27}{16}\right)$$

$$=\frac{76}{4}=19$$

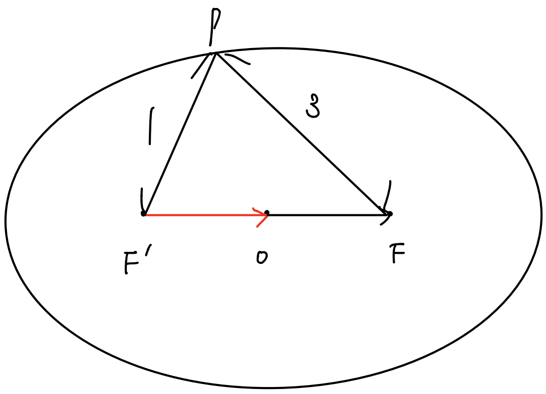
05 07학년도 수능 20번

타원 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 의 두 초점을 F, F$'$이라 하자. 이 타원 위의 점 P가 $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OF}}|=1$ 을 만족시킬 때, 선분 PF의 길이는 k이다. $5k$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [3점]

동 점

따라서

$\left|\frac{\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OF}}{2}\right| = \frac{1}{2}$ 만족됨.



15

$\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{F'O}$

$|\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{F'O}| = |\overrightarrow{F'P}| = 1$

$k=5$

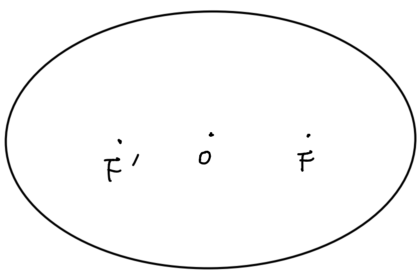
06 17년 10월 교육청 10번

타원 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ 위의 점 P와 두 초점 F, F$'$에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{PF}}+\overrightarrow{\mathrm{PF'}}|$ 의 최댓값은? [3점]

점

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$2\times\left|\frac{\overrightarrow{PF}+\overrightarrow{PF'}}{2}\right| = 2\times|\overrightarrow{PO}|$



2

$|\overrightarrow{PO}|$ 최대 : 3

07 05년 10월 교육청 9번

(생각해보니 chap 6에 보낼걸 ㅠㅠ)

평면 위에 삼각형 OAB 가 있다. $\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$ ($s \geq 0$, $t \geq 0$)를 만족하는 점 P 가 그리는 도형에 대한 옳은 설명을 〈보기〉에서 모두 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

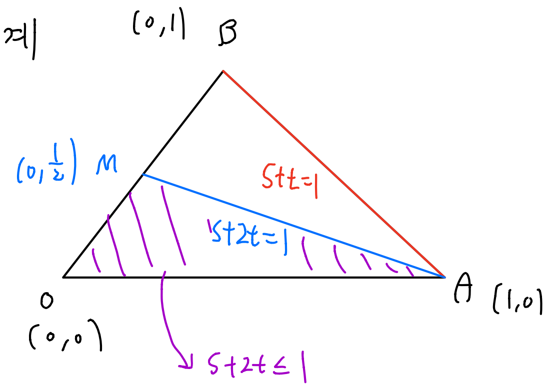
ㄱ. $s+t=1$ 일 때, 점 P 가 그리는 도형은 선분 AB 이다.

ㄴ. $s+2t=1$ 일 때, 점 P 가 그리는 도형의 길이는 선분 AB 의 길이보다 ~~크~~다. 보장 X

ㄷ. $s+2t \leq 1$ 일 때, 점 P 가 그리는 영역은 삼각형 OAB 를 ~~포~~함한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

배꾸라표계



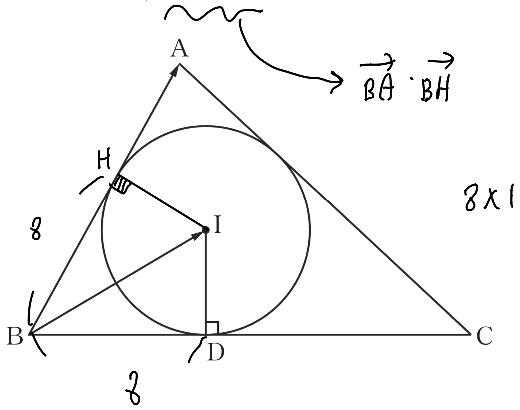
①

08 16년 10월 교육청 25번

그림과 같이 $\overline{AB}=15$ 인 삼각형 ABC 에 내접하는 원의 중심을 I 라 하고, 점 I 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하자. $\overline{BD}=8$ 일 때, $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BI}$ 의 값을 구하시오. [3점]

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BH}$

120

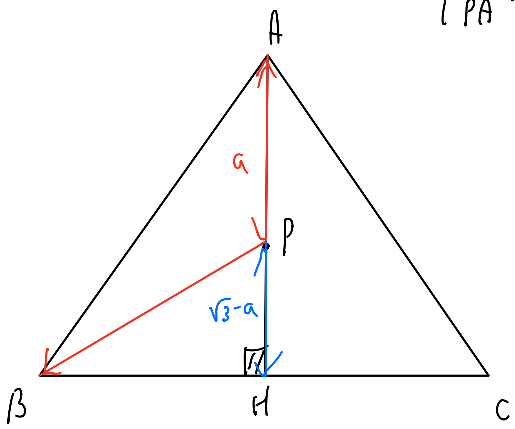


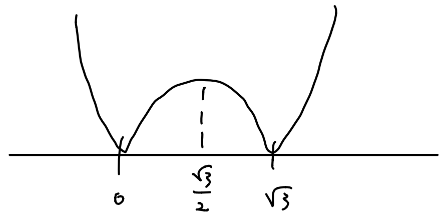
$8 \times 15 = 120$

09 13학년도 수능 26번

한 변의 길이가 2 인 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 점 P 가 선분 AH 위를 움직일 때, $|\overrightarrow{\mathrm{PA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PB}}|$ 의 최댓값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$|\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PH}| = |-(\sqrt{3}-a)a| \quad (0 \le a \le \sqrt{3})$



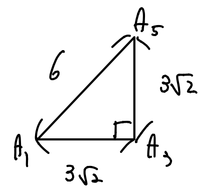


$\left|-\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right| = \frac{3}{4}$

7

10 10학년도 9월 평가원 20번

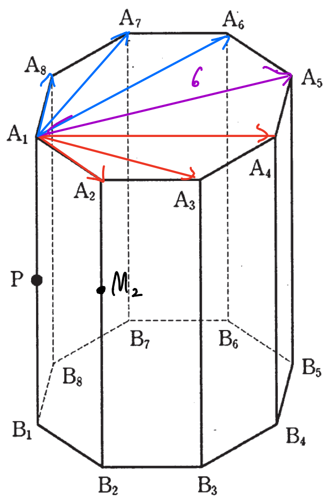
다음 그림은 밑면이 정팔각형인 팔각기둥이다. $\overline{A_1A_3}=3\sqrt{2}$ 이고, 점 P 가 모서리 A_1B_1 의 중점일 때, 벡터 $\sum_{i=1}^{8}\left(\overrightarrow{PA_i}+\overrightarrow{PB_i}\right)$ 의 크기를 구하시오. [3점]



A_i, B_i 점

P_i 중

$2\times\dfrac{\overrightarrow{PA_i}+\overrightarrow{PB_i}}{2}=2\overrightarrow{PM_i}$



$2\sum_{i=1}^{8}\overrightarrow{PM_i}$

$=2\times 4\ |\overrightarrow{A_1A_5}|\,)$

$=8\times 6=48$

48

11 07학년도 수능 24번

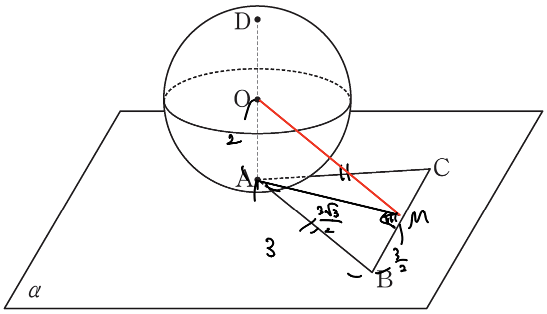
그림과 같이 평면 α 위에 한 변의 길이가 3인 정삼각형 ABC 가 있고, 반지름의 길이가 2인 구 S는 점 A에서 평면 α에 접한다. 구 S 위의 점 D에 대하여 선분AD가 구 S의 중심 O를 지날 때, $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}|^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

$4\times\left|\dfrac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}}{2}\right|^2$

$= 4\times|\overrightarrow{OM}|^2$

$= 4\times\left(4+\dfrac{27}{4}\right)$

$= 16+27 = 43$



43

12 09학년도 수능 22번

좌표공간의 점 A(3, 3, 3)과 중심이 원점 O인 구 $x^2+y^2+z^2=9$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\left|\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OP}\right|$ 의 최댓값은 $a+b\sqrt{3}$ 이다. $10(a+b)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.) [4점]

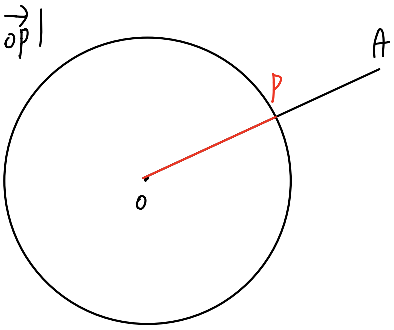
정

동

$\le \left|\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OA}\right|+\left|\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OP}\right|$

$= \left|\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OA}\right|+1$

$= 2\sqrt{3}+1$



$|\overrightarrow{OA}| = 3\sqrt{3}$

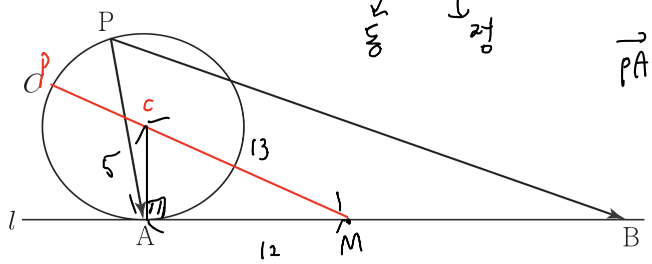
30

13 17학년도 사관학교 28번

그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 원 C와 원 C 위의 점 A 에서의 접선 l이 있다. 원 C 위의 점 P 와 $\overline{\mathrm{AB}}=24$ 를 만족시키는 직선 l 위의 점 B 에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

동

점



$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB} = |\overrightarrow{PM}|^2 - |\overrightarrow{MB}|^2$

$= |\overrightarrow{PM}|^2 - 144$

$= 18^2 - 12^2$

$= 30 \times 6 = 180$

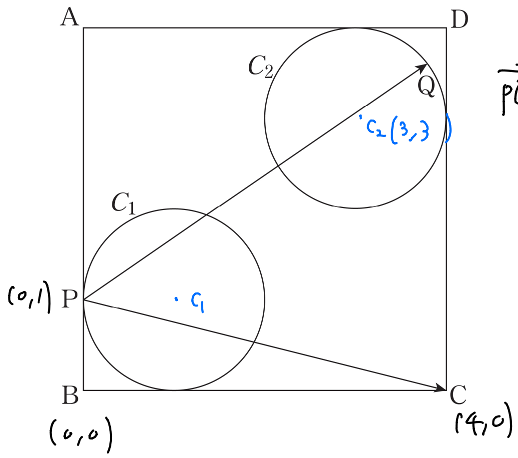
$|\overrightarrow{PM}|$ 최대 : $13+5=18$

180

14 17년 10월 교육청 28번

그림과 같이 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 내부에 선분 AB 와 선분 BC 에 접하고 반지름의 길이가 1 인 원 C_1과 선분 AD 와 선분 CD 에 접하고 반지름의 길이가 1 인 원 C_2 가 있다. 원 C_1 과 선분 AB 의 접점을 P 라 하고, 원 C_2 위의 한 점을 Q 라 하자. $\overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PQ}$ 의 최댓값을 $a+\sqrt{b}$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a와 b는 유리수이다.) [4점]

점 동



$$\overrightarrow{PC} \cdot (\overrightarrow{PC_2} + \overrightarrow{C_2Q})$$

$$\le \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PC_2} + |\overrightarrow{PC}||\overrightarrow{C_2Q}|$$

$$= (4,-1)\cdot(3,2) + \sqrt{17}$$

$$= 10 + \sqrt{17}$$

27

15 18학년도 7월 교육청 29번

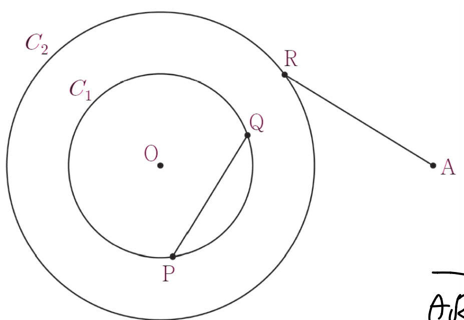
그림과 같이 평면 위에 $\overline{OA}=2\sqrt{11}$ 을 만족하는 두 점 O, A와 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 $\sqrt{5}$, $\sqrt{14}$ 인 두 원 C_1, C_2가 있다. 원 C_1 위의 서로 다른 두 점 P, Q와 원 C_2 위의 점 R가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 양수 k에 대하여 $\overrightarrow{PQ}=k\overrightarrow{QR}$
> (나) $\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{AR}=0$ 이고 $\overline{PQ}:\overline{AR}=2:\sqrt{6}$

원 C_1 위의 점 S에 대하여 $\overrightarrow{AR}\cdot\overrightarrow{AS}$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, Mm의 값을 구하시오.
(단, $\frac{\pi}{2}<\angle ORA<\pi$) [4점]

점

동



$\vec{AR}\cdot\vec{AO}-|\vec{AR}||\vec{OS}|\le$

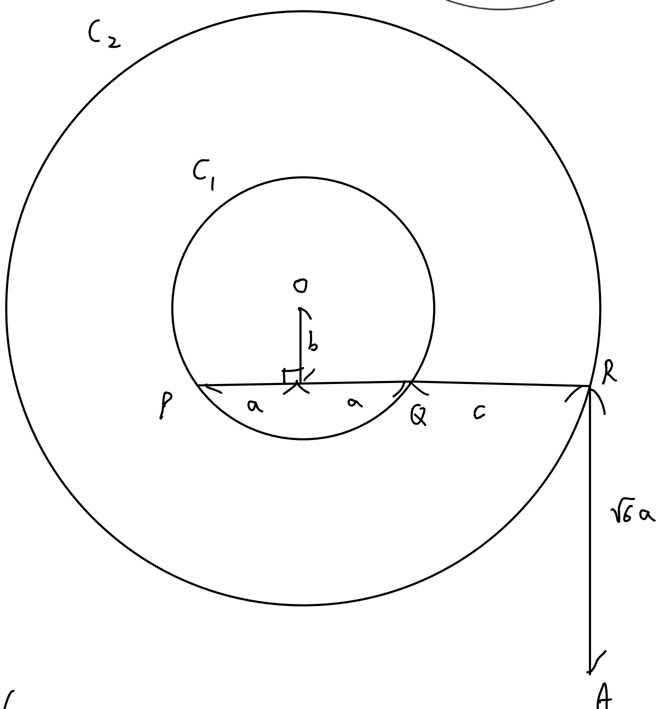
$\vec{AR}\cdot\vec{AS}=\vec{AR}\cdot(\vec{AO}+\vec{OS})$

$\le\vec{AR}\cdot\vec{AO}+|\vec{AR}||\vec{OS}|$

$\sqrt{6}a\cdot(\sqrt{6}a+b)$ $\quad 3\sqrt{2}\times\sqrt{5}$

$=6a^2+\sqrt{6}ab$

$=18+6=24$



$M=24+3\sqrt{10}$

$m=24-3\sqrt{10}$

계산의 왕국

$a^2+b^2=5$

$(a+c)^2+b^2=14$

$b=\frac{\sqrt{6}}{3}a$

$a=\sqrt{3},\ b=\sqrt{2},$

$(a+c)^2+(b+\sqrt{6}a)^2=44$

$2\sqrt{6}ab+6a^2=30$

$6b^2+6a^2=30$

$6b^2-2\sqrt{6}ab=0 \quad (b\neq0)$

$b(6b-2\sqrt{6}a)=0$

$576-90=486$

486

나 현역 때다! 이거 답 125로 하는 사람 매우 많았음. 틀딱이네 ㅠㅠ

16 17학년도 7월 교육청 29번

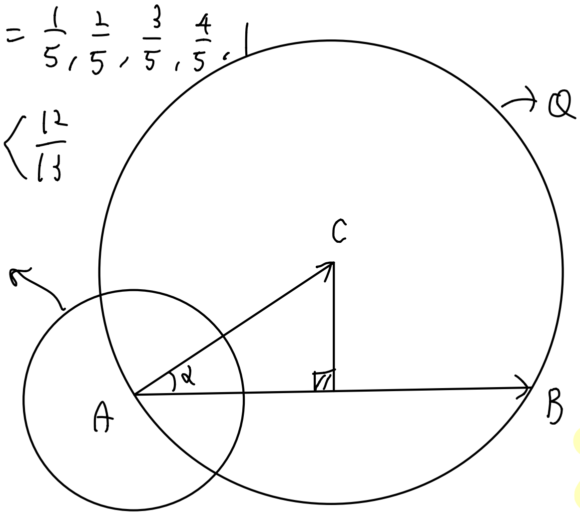
평면 위에 반지름의 길이가 13 인 원 C가 있다. 원 C 위의 두 점 A, B 에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}=24$ 이고, 이 평면 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|=5$
> (나) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ 와 $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ 가 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $5\cos\theta$ 는 자연수이다.

원 C 위의 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

$\cos\theta = \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1$

$\frac{4}{5} < \frac{12}{13}$



128

$\overrightarrow{AP} \cdot (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CQ})$

$\le \underbrace{\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AC}}_{|\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{AC}|\cos(\theta-\alpha)} + \underbrace{|\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{CQ}|}_{5 \times 13} = 65 \times \frac{63}{65} + 65 = 128$

$\underbrace{|\overrightarrow{AP}|}_{5}\underbrace{|\overrightarrow{AC}|}_{13}\underbrace{\cos(\theta-\alpha)}_{\cos\theta\cos\alpha + \sin\theta\sin\alpha}$

$\frac{12}{13} < \frac{63}{65}$

$\cos\theta = 1 \quad \cos(-\theta+\alpha) = \frac{12}{13}$

$\cos\theta = \frac{4}{5} \quad \cos(\theta-\alpha) = \frac{4}{5} \times \frac{12}{13} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{63}{65}$

$\cos\theta = \frac{3}{5} \quad \cos(\theta-\alpha) = \frac{3}{5} \times \frac{12}{13} + \frac{4}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{56}{65}$

$\cos\theta = \frac{2}{5} \quad \cos(\theta-\alpha) = \frac{2}{5} \times \frac{12}{13} + \frac{\sqrt{21}}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{24+5\sqrt{21}}{65}$

$\cos\theta = \frac{1}{5} \quad \cos(\theta-\alpha) = \frac{1}{5} \times \frac{12}{13} + \frac{2\sqrt{6}}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{12+10\sqrt{6}}{65}$

17 18학년도 9월 평가원 19번

좌표평면에서 원점 O가 중심이고 반지름의 길이가 1 인 원 위의 세 점 A_1, A_2, A_3 에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{OX}}| \le 1$ 이고 $\overrightarrow{\mathrm{OX}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OA}_k} \ge 0$ $(k=1, 2, 3)$ 을 만족시키는 모든 점 X 의 집합이 나타내는 도형을 D라 하자. 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $\overrightarrow{\mathrm{OA}_1} = \overrightarrow{\mathrm{OA}_2} = \overrightarrow{\mathrm{OA}_3}$ 이면 D 의 넓이는 $\frac{\pi}{2}$ 이다.

ㄴ. $\overrightarrow{\mathrm{OA}_2} = -\overrightarrow{\mathrm{OA}_1}$ 이고 $\overrightarrow{\mathrm{OA}_3} = \overrightarrow{\mathrm{OA}_1}$ 이면 D 는 길이가 2 인 선분이다.

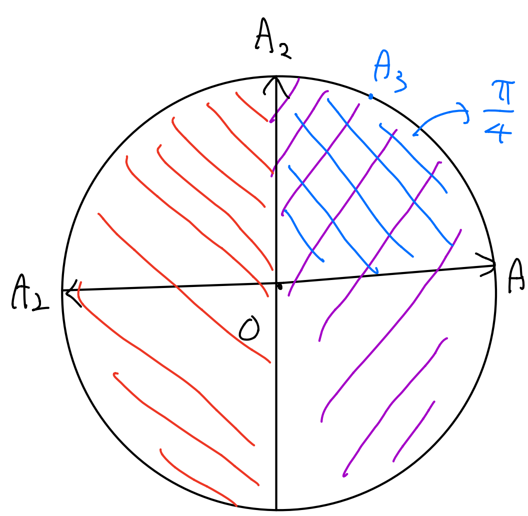
ㄷ. $\overrightarrow{\mathrm{OA}_1} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OA}_2} = 0$ 인 경우에, D 의 넓이가 $\frac{\pi}{4}$ 이면 점 A_3 은 D 에 포함되어 있다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$\overrightarrow{OX} \cdot \overrightarrow{OA_1} \ge 0$

$\overrightarrow{OX} \cdot \overrightarrow{OA_2} \ge 0$

$\overrightarrow{OX} \cdot \overrightarrow{OA_3} \ge 0$



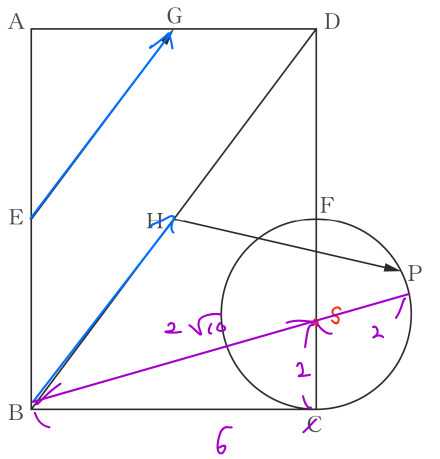
5

18 16년 10월 교육청 18번

$\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=6$ 인 직사각형 ABCD 에 대하여 네 선분 AB, CD, DA, BD 의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하자. 선분 CF 를 지름으로 하는 원 위의 점 P 에 대하여 $|\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{HP}|$ 의 최댓값은? [4점]

$|\overrightarrow{BP}|$

$\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{BH}$



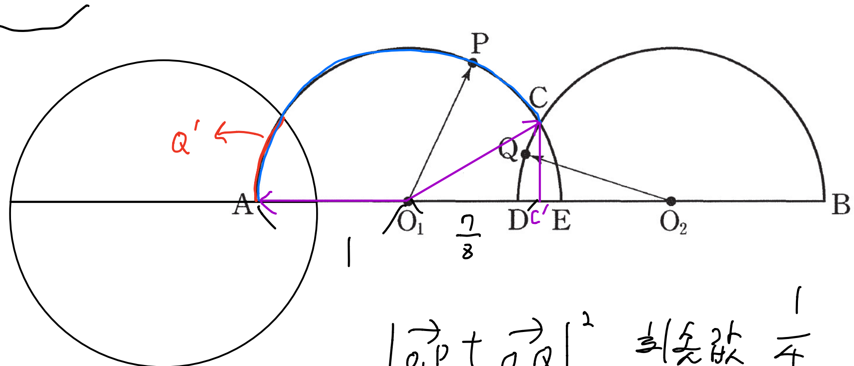
2

① 8 ② $2+2\sqrt{10}$ ③ $2+2\sqrt{11}$ ④ $2+4\sqrt{3}$ ⑤ $2+2\sqrt{13}$

19 17학년도 6월 평가원 28번 (Chap 2-24 연계 + EBS 연계)

그림과 같이 선분 AB 위에 $\overline{AE}=\overline{DB}=2$ 인 두 점 D, E 가 있다. 두 선분 AE, DB 를 각각 지름으로 하는 두 반원의 호 AE, DB 가 만나는 점을 C 라 하고, 선분 AB 위에 $\overline{O_1A}=\overline{O_2B}=1$ 인 두 점을 O_1, O_2 라 하자. 호 AC 위를 움직이는 점 P 와 호 DC 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 $|\overrightarrow{O_1P}+\overrightarrow{O_2Q}|$ 의 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, 선분 AB 의 길이는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $1<\overline{O_1O_2}<2$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

동, but $|\overrightarrow{O_1P}|, |\overrightarrow{O_2Q}|$ 일정



$|\overrightarrow{AB}| = 2\times\left(1+\frac{7}{8}\right)$

$= 2+\frac{7}{4} = \frac{15}{4}$

$|\overrightarrow{O_1P}+\overrightarrow{O_2Q}|^2$ 최솟값 $\frac{1}{4}$

$\overrightarrow{O_1P}\cdot\overrightarrow{OC'} = -\frac{7}{8}$

$= 2 + 2\overrightarrow{O_1P}\cdot\overrightarrow{O_2Q}$

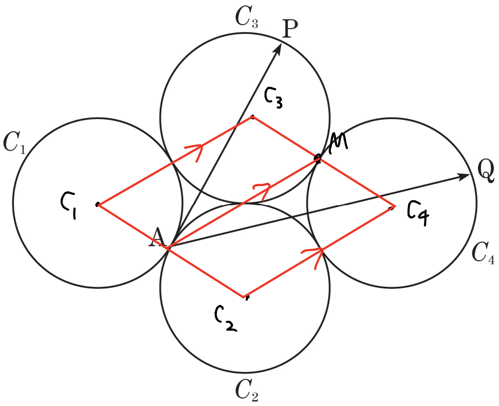
$= \overrightarrow{O_1P}\cdot\overrightarrow{O_1Q'} \le \overrightarrow{O_1P}\cdot\overrightarrow{OC'}$

19

20 13년 10월 교육청 21번

그림과 같이 평면 위에 반지름의 길이가 1인 네 개의 원 C_1, C_2, C_3, C_4가 서로 외접하고 있고, 두 원 C_1, C_2의 접점을 A라 하자. 원 C_3 위를 움직이는 점 P와 원 C_4 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AQ}|$ 의 최댓값은? [4점]

동



2

① $4\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ② 6 ③ $3\sqrt{3}+1$ ④ $3\sqrt{3}+\sqrt{2}$ ⑤ 7

$$|\overrightarrow{Ac_3}+\overrightarrow{c_3P}+\overrightarrow{Ac_4}+\overrightarrow{c_4Q}| \le |\overrightarrow{Ac_3}+\overrightarrow{Ac_4}|+2$$

$$2|\overrightarrow{AM}|=4$$

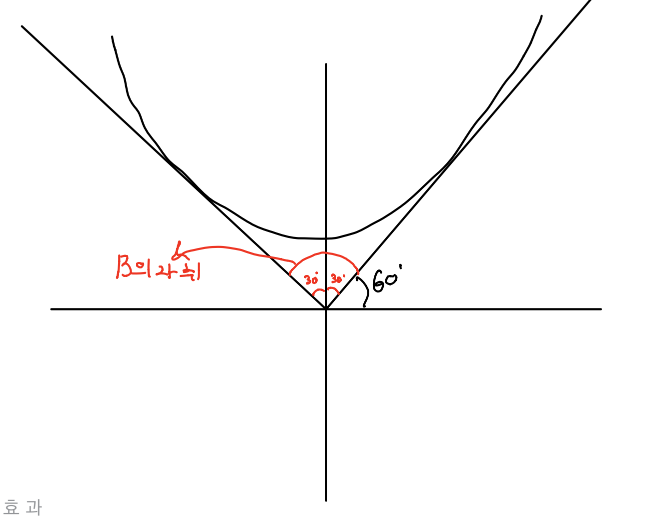
21 04학년도 수능 20번

좌표평면 위의 점 A가 부등식 $y \geq \frac{1}{4}x^2+3$ 이 나타내는 영역에서 움직일 때, 벡터 $\overrightarrow{OB}=\frac{\overrightarrow{OA}}{|\overrightarrow{OA}|}$ 의 종점 B가 나타내는 도형의 길이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

단위벡터 (크기 1)

① $\frac{\pi}{3}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ 3

1



$y=\frac{t}{2}(x-t)+\frac{t^2}{4}+3$

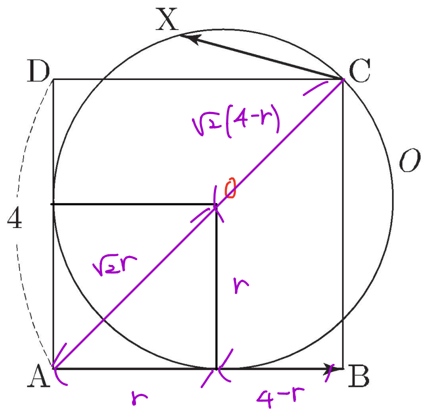
$0=-\frac{t^2}{4}+3$

$\frac{t}{2}=\sqrt{3}$

22 15학년도 사관학교 29번

한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD 에서 변 AB와 변 AD에 모두 접하고 점 C를 지나는 원을 O라 하자. 원 O 위를 움직이는 점 X에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CX}$의 내적 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CX}$의 최댓값은 $a-b\sqrt{2}$ 이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 자연수이다.) [4점]

동 정



80

$\overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OX})$

$\le \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CO} + |\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{OX}|$

$4 \times (8-4\sqrt{2})$

$(4,0)\cdot(-4+r, -4+r)$

$= -16+4r = -16+32-16\sqrt{2}$

$= -16(\sqrt{2}-1)$

$r = \sqrt{2}(4-r)$

$r = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = 4\sqrt{2}(\sqrt{2}-1) = 8-4\sqrt{2}$

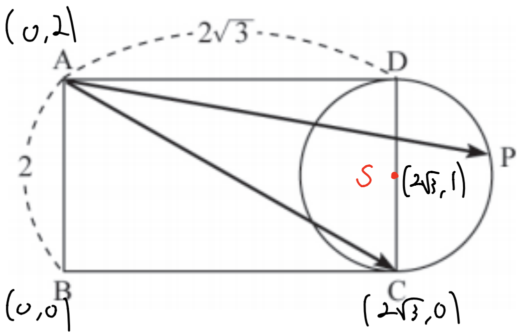
$-16\sqrt{2}+16 \quad +32-16\sqrt{2} = 48-32\sqrt{2}$

$48+32 = 80$

23 10년 10월 교육청 11번

그림은 $\overline{AB}=2$, $\overline{AD}=2\sqrt{3}$ 인 직사각형 ABCD 와 이 직사각형의 한 변 CD를 지름으로 하는 원을 나타낸 것이다. 이 원 위를 움직이는 점 P에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AP}$의 내적 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AP}$의 최댓값은? (단, 직사각형과 원은 같은 평면 위에 있다.) [4점]

정 동



$\overrightarrow{AC}\cdot(\overrightarrow{AS}+\overrightarrow{SP})$

$\le \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AS} + |\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{SP}|$

$4\times1=4$

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

4

$(2\sqrt{3},-2)\cdot(2\sqrt{3},-1) = 14$

24 09학년도 9월 평가원 7번

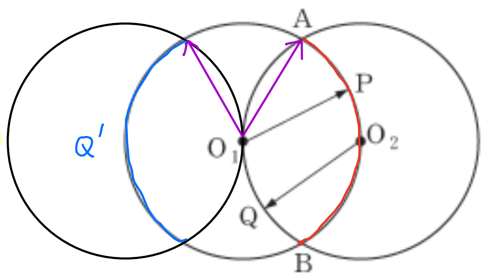
평면 위의 두 점 O_1, O_2 사이의 거리가 1일 때, O_1, O_2를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 두 원의 교점을 A, B라 하자. 호 AO_2B 위의 점 P와 호 AO_1B 위의 점 Q에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{O_1P}$, $\overrightarrow{O_2Q}$의 내적 $\overrightarrow{O_1P}\cdot\overrightarrow{O_2Q}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은? [3점]

동

but

$|\overrightarrow{O_1P}|$, $|\overrightarrow{O_2Q}|$

일정



$\overrightarrow{O_1P}\cdot\overrightarrow{O_1Q'}$

$M = |\overrightarrow{O_1P}||\overrightarrow{O_1Q'}|\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

$m = -|\overrightarrow{O_1P}||\overrightarrow{O_1Q'}| = -1$

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 1

2

25 18학년도 6월 평가원 29번

좌표평면에서 중심이 O이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 한 점을 A, 중심이 O이고 반지름의 길이가 3인 원 위의 한 점을 B라 할 때, 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OP} = 3\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}$ $\quad(3\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})\cdot\overrightarrow{OP}=0$
(나) $\lvert\overrightarrow{PA}\rvert^2+\lvert\overrightarrow{PB}\rvert^2=20$

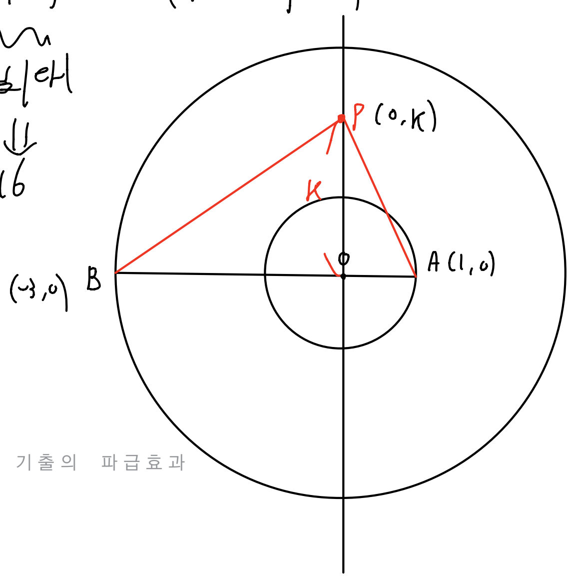
$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$의 최솟값은 m이고 이 때 $|\overrightarrow{OP}|=k$이다. $m+k^2$의 값을 구하시오. [4점]

$|\overrightarrow{AB}|^2 = |\overrightarrow{PA}-\overrightarrow{PB}|^2 = 20 - 2\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ $\quad m=2$

최대 $\Downarrow$ 16

최소 $\Downarrow$ 2

7



$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB} = (-3,-k)\cdot(1,-k)$

$= k^2-3 = 2$

$k^2=5$

자 이거 제2코사인 써야함 ㅠㅠ

26 12년 10월 교육청 28번

중심이 C 이고 반지름의 길이가 3 인 구와 구 위의 한 점 A 가 있다. 구 밖의 한 점 B 를 $\overline{AB}=6$ 이고 $\overline{CB}=5$ 가 되도록 잡는다. 점 P 가 이 구 위를 움직일 때, 두 벡터 $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BP}$ 의 내적 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BP}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. [4점]

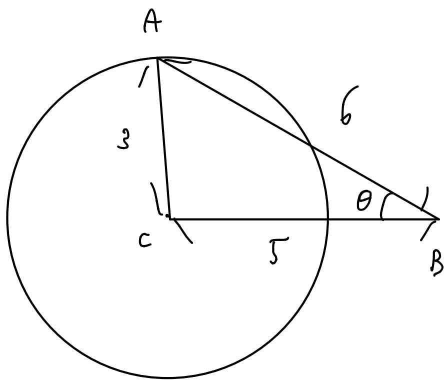
BA → 정, BP → 동

$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} - |\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{CP}| \le$

$\overrightarrow{BA}\cdot(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CP})$

$\le \underbrace{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}_{30\times\frac{13}{15} = 26} + \underbrace{|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{CP}|}_{18}$

52



$9 = 36+25-60\cos\theta$

$\cos\theta = \frac{52}{60} = \frac{13}{15}$

$M = 26+18 = 44$

$m = 26-18 = 8$

27 06학년도 9월 평가원 21번

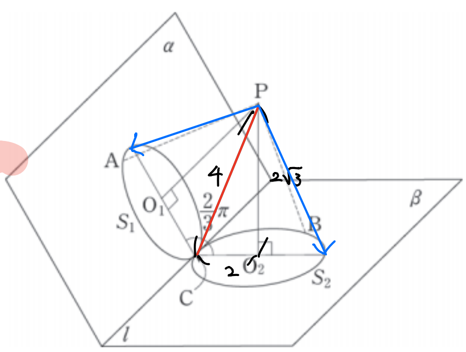
두 평면 α, β의 교선을 l이라 하자. 평면 α 위에 있는 원 S_1과 평면 β 위에 있는 원 S_2는 반지름의 길이가 모두 2이다. 그림과 같이 원 S_1과 원 S_2는 점 C에서 직선 l과 접한다. S_1의 중심 O_1을 지나고 평면 α에 수직인 직선과 S_2의 중심 O_2를 지나고 평면 β에 수직인 직선이 만나는 점을 P라 하자.

$\angle O_1CO_2 = \frac{2}{3}\pi$ 일 때, S_1 위에 있는 임의의 점 A와 S_2 위에 있는 임의의 점 B에 대하여

$|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}|$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m$ 의 값을 구하시오. [4점]

정 동

따라서 $\left|\frac{\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}}{2}\right|$ 안먹힘 !



$|\overrightarrow{PA}|$, $|\overrightarrow{PB}|$ 일정

12

$\underbrace{\sqrt{32+2\times16\cos120^\circ}}_{4} \le |\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}| \le \underbrace{2|\overrightarrow{PC}|}_{8}$

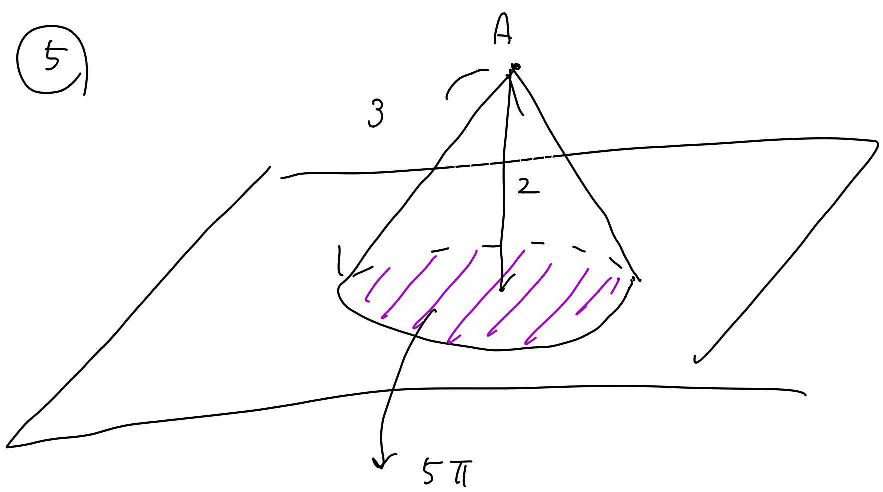
$4+8=12$

28 16학년도 수능 19번

좌표 공간에 점 $\mathrm{A}(2,\ 2,\ 1)$ 과 평면 $\alpha : x+2y+2z-14=0$ 이 있다. 평면 α 위의 점 P가 $\overline{\mathrm{AP}} \leq 3$ 을 만족시킬 때, 점 P가 나타내는 도형의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이는? [4점]

① $\frac{14}{3}\pi$　② $\frac{13}{3}\pi$　③ 4π　④ $\frac{11}{3}\pi$　⑤ $\frac{10}{3}\pi$

5



$\frac{6}{3} = 2$

$(1,2,2)\cdot(0,0,1)$

$5\pi \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}\pi$

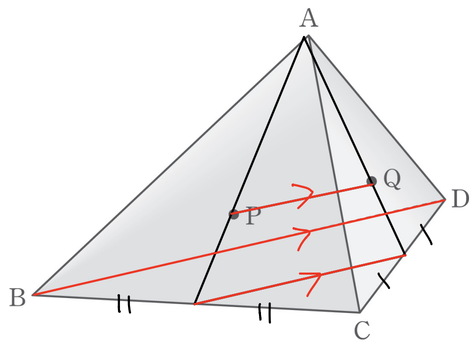
$= 2 = 3\cos\theta$

CHAPTER

03 문제

01 05학년도 9월 평가원 9번

사면체 ABCD 의 면 ABC , ACD 의 무게중심을 각각 P , Q 라고 하자. 〈보기〉에서 두 직선이 꼬인 위치에 있는 것을 모두 고르면? [3점]



3

〈보 기〉

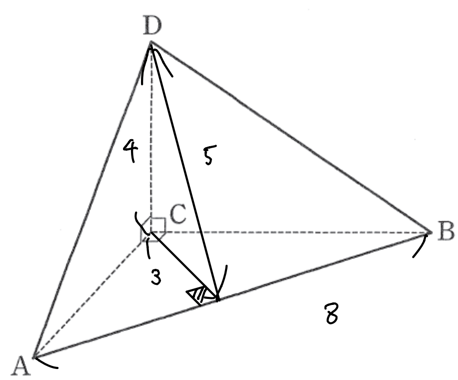
ㄱ. 직선 CD 와 직선 BQ 평행 X, 평 CDQ ≠ 평 BCD
ㄴ. 직선 AD 와 직선 BC 평행 X, 평 ABC ≠ 평 BCD
ㄷ. 직선 PQ 와 직선 BD 평행

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

02 18학년도 9월 평가원 25번

$\overline{AB}=8$, $\angle ACB=90°$ 인 삼각형 ABC 에 대하여 점 C를 지나고 평면 ABC 에 수직인 직선 위에 $\overline{CD}=4$ 인 점 D가 있다. 삼각형 ABD 의 넓이가 20 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하시오. [3점]

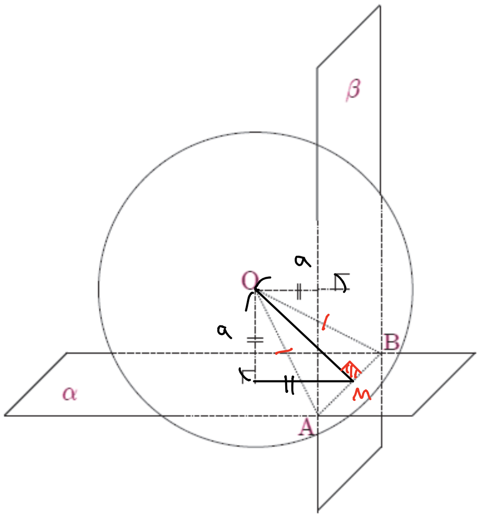
12

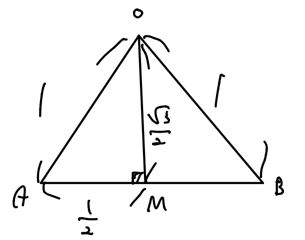


03 08학년도 사관학교 12번

중심이 O 이고 반지름의 길이가 1 인 구와, 점 O 로부터 같은 거리에 있고 서로 수직인 두 평면 α, β가 있다. 그림과 같이 두 평면 α, β의 교선이 구와 만나는 점을 각각 A , B 라 하자. 삼각형 OAB 가 정삼각형일 때, 점 O 와 평면 α 사이의 거리는? [4점]

2





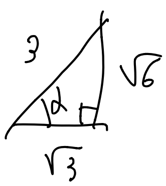
$\sqrt{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad a = \frac{\sqrt{6}}{4}$

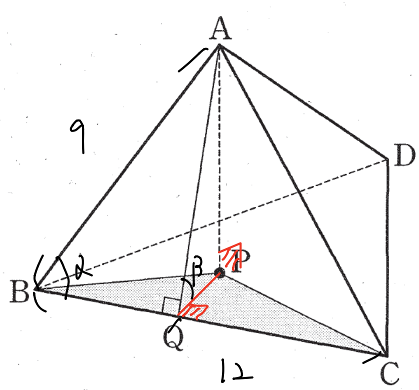
① $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

04 16학년도 9월 평가원 26번

그림과 같이 $\overline{AB}=9$, $\overline{BC}=12$, $\cos(\angle ABC)=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 인 사면체 ABCD 에 대하여 점 A의 평면 BCD 위로의 정사영을 P 라 하고 점 A 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 Q 라 하자.

$\cos(\angle AQP)=\frac{\sqrt{3}}{6}$ 일 때, 삼각형 BCP 의 넓이는 k이다. k^2의 값을 구하시오. [4점]





$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 \times \sin\alpha$

$= 54 \times \frac{\sqrt{6}}{3} = 18\sqrt{6}$

$\triangle BCP = \triangle ABC \times \cos\beta$

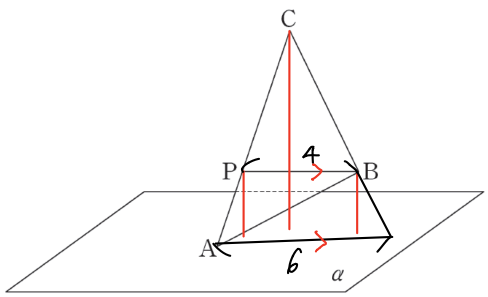
$= 18\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{6} = 9\sqrt{2}$

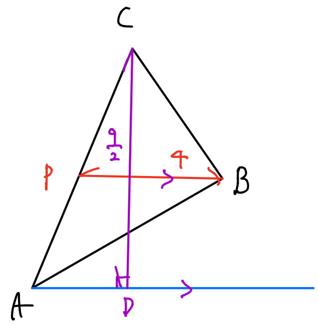
162

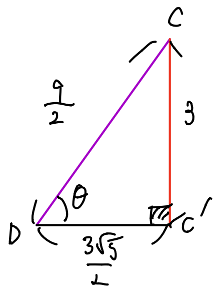
$81 \times 2 = 162$

05 12학년도 9월 평가원 29번

그림과 같이 평면 α 위에 점 A가 있고, α로부터의 거리가 각각 1, 3인 두 점 B, C가 있다. 선분 AC를 $1:2$로 내분하는 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{BP}}=4$이다. 삼각형 ABC의 넓이가 9일 때, 삼각형 ABC의 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 S라 하자. S^2의 값을 구하시오. [4점]







$\cos\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\triangle ABC$ 넓이 $= \frac{1}{2}\,\overline{BP} \times \overline{CD}$

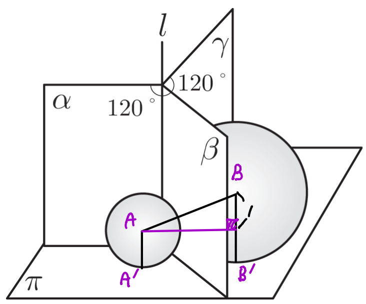
(chapter 6 참고)

$S = 9 \times \frac{\sqrt{5}}{3} = 3\sqrt{5}$

45

06 09년 10월 교육청 24번

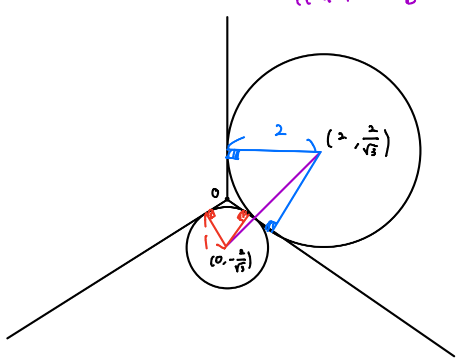
평면 π에 수직인 직선 l을 경계로 하는 세 반평면 α, β, γ가 있다. α, β가 이루는 각의 크기와 β, γ가 이루는 각의 크기는 모두 120°이다. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 구가 π, α, β에 동시에 접하고, 반지름의 길이가 2인 구가 π, β, γ에 동시에 접한다.



두 구의 중심 사이의 거리를 d라 할 때, $3d^2$의 값을 구하시오. (단, 두 구는 평면 π의 같은 쪽에 있다.)

위에서 바라봄 ⇒ $\overline{A'B'}$ 길이만 찾으면 되므로

[4점]



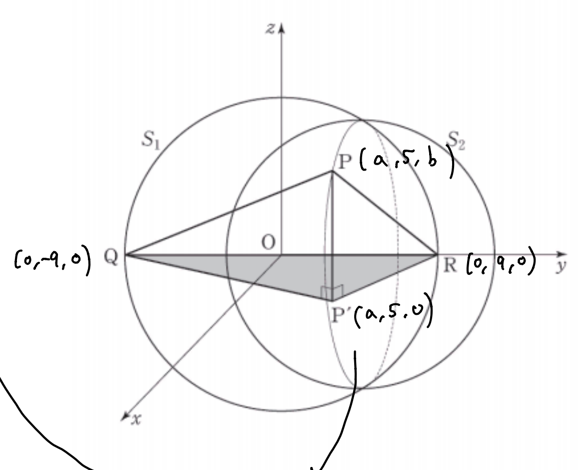
$\overline{A'B'} = \sqrt{4+\frac{16}{3}} = \sqrt{\frac{28}{3}}$

31

$3 \times \left(1+\frac{28}{3}\right) = 31$

07 06학년도 수능 21번

두 구 $x^2+y^2+z^2=81$, $x^2+(y-5)^2+z^2=56$ 을 각각 S_1, S_2라 하자. 두 구 S_1, S_2가 만나서 생기는 원 위의 한 점을 P라 하고, 점 P의 xy평면 위로의 정사영을 P′이라 하자. 구 S_1과 y축이 만나는 점을 각각 Q, R라 할 때, 사면체 PQP′R 의 부피의 최댓값을 구하시오. [4점]



$a^2+b^2=56$

PQP′R 부피 $=3ab$

$\frac{a^2+b^2}{2}\ge ab$

$28\ge ab$

$28\times3=84$

뺍

$10y-25=25$

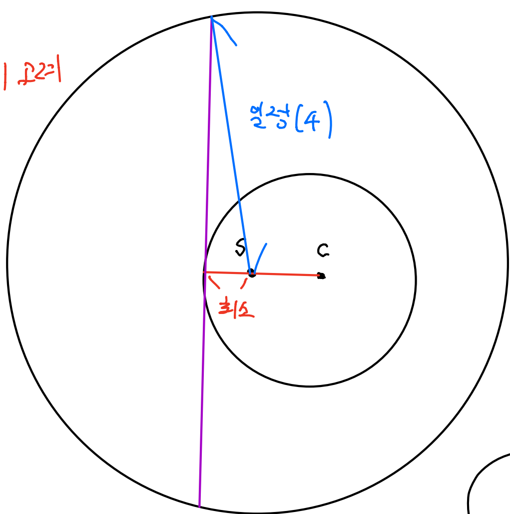
$x^2+z^2=56$, $y=5$

84

08 13학년도 9월 평가원 27번

좌표공간에서 구 $S: (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$ 위를 움직이는 점 P가 있다. 점 P에서 구 S에 접하는 평면이 구 $x^2+y^2+z^2=16$ 과 만나서 생기는 도형의 넓이의 최댓값은 $(a+b\sqrt{3})\pi$이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 자연수이다.) [4점]

중심, 구
위치관계 고려



$\{16-(2-\sqrt{3})^2\}\pi$

$=(16-(7-4\sqrt{3}))\pi$

$=(9+4\sqrt{3})\pi$

13

09 09학년도 9월 평가원 9번

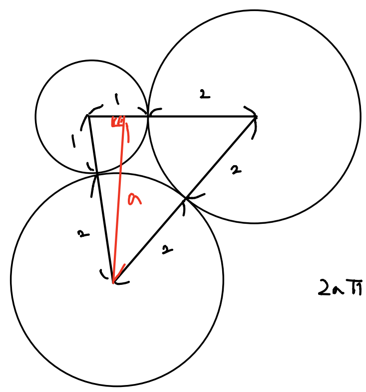
다음 조건을 만족하는 점 P 전체의 집합이 나타내는 도형의 둘레의 길이는? [3점]

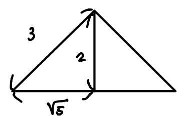
> 좌표공간에서 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 구가 두 개의 구 $x^2+y^2+z^2=1$ $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4$ 에 동시에 외접한다.

① $\frac{2\sqrt{5}}{3}\pi$ ② $\sqrt{5}\pi$ ③ $\frac{5\sqrt{5}}{3}\pi$ ④ $2\sqrt{5}\pi$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{3}\pi$

⑤

$(0,0,0)$, $(2,-1,2)$ 거리 3





$2\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times 3a$

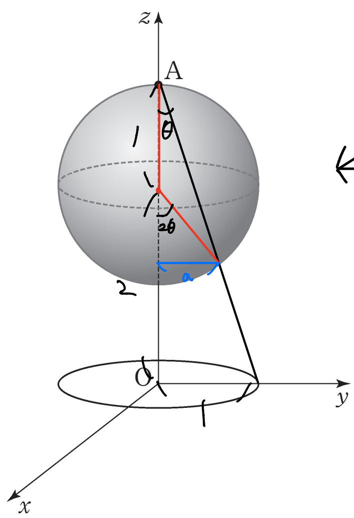
$\frac{4\sqrt{5}}{3} = a$

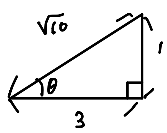
$2a\pi = 2 \times \frac{4\sqrt{5}}{3}\pi = \frac{8\sqrt{5}}{3}\pi$

10 08학년도 9월 평가원 23번

좌표공간에서 xy 평면 위의 원 $x^2+y^2=1$ 을 C라 하고, 원 C 위의 점 P와 점 A$(0, 0, 3)$ 을 잇는 선분이 구 $x^2+y^2+(z-2)^2=1$ 과 만나는 점을 Q 라 하자. 점 P가 원 C 위를 한 바퀴 돌 때, 점 Q 가 나타내는 도형 전체의 길이는 $\frac{b}{a}\pi$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, 점 Q 는 점 A가 아니고, a, b는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$a = \sin 2\theta = 2 \frac{1}{\sqrt{10}} \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3}{5}$





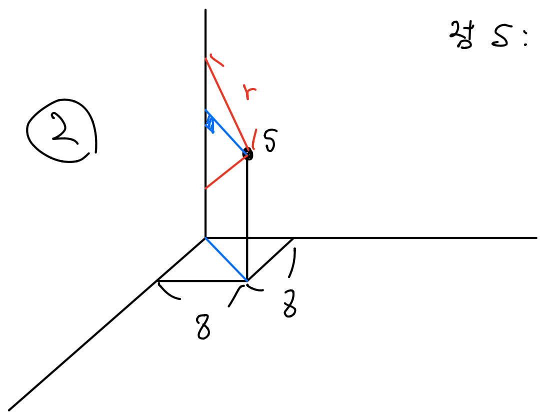
$2a\pi = \frac{6}{5}\pi$

11

11 14학년도 수능 19번

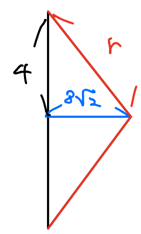
좌표 공간에서 중심의 x 좌표, y 좌표, z 좌표가 모두 양수인 구 S가 x 축과 y 축에 각각 접하고 z축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 구 S가 xy 평면과 만나서 생기는 원의 넓이가 64π 이고 z 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8 일 때, 구 S의 반지름의 길이는? [4점]

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15



점 S : 구의중심

r = 12



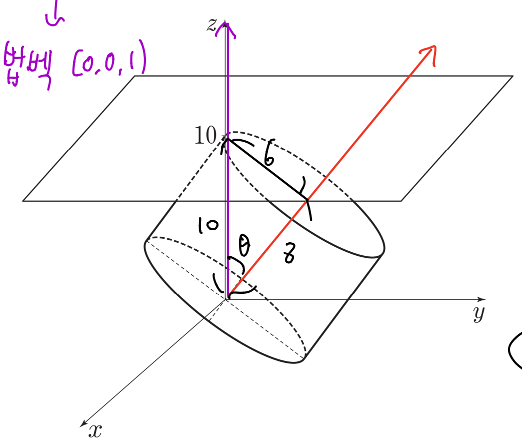
12 13학년도 9월 평가원 14번

좌표공간에 있는 원기둥이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 높이는 8이다. (나) 한 밑면의 중심은 원점이고 다른 밑면은 평면 $z=10$과 오직 한 점 $(0, 0, 10)$에서 만난다.

이 원기둥의 한 밑면의 평면 $z=10$ 위로의 정사영의 넓이는? [4점]

법벡　　법벡 (0,0,1)



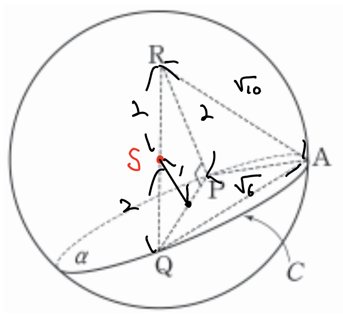
$36\pi \times \frac{4}{5} = \frac{144}{5}\pi$

②

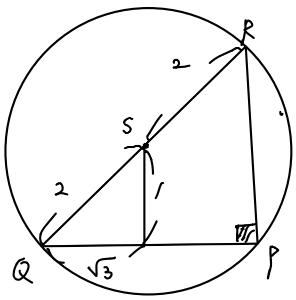
① $\frac{139}{5}\pi$　② $\frac{144}{5}\pi$　③ $\frac{149}{5}\pi$　④ $\frac{154}{5}\pi$　⑤ $\frac{159}{5}\pi$

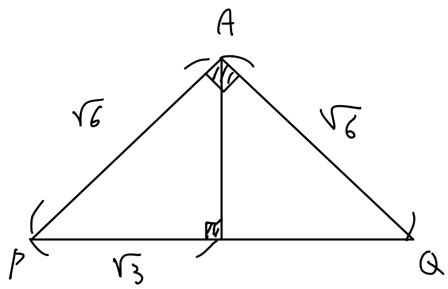
13 09학년도 수능 25번

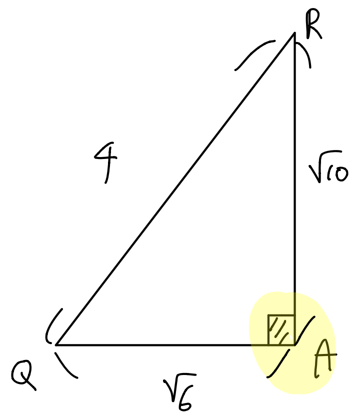
좌표공간에서 구 $S: x^2+y^2+z^2=4$ 와 평면 $\alpha: y-\sqrt{3}z=2$ 가 만나서 생기는 원을 C라 하자. 원 C 위의 점 $\mathrm{A}(0, 2, 0)$ 에 대하여 원 C의 지름의 양 끝점 P, Q를 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AQ}}$ 가 되도록 잡고, 점 P를 지나고 평면 α에 수직인 직선이 구 S와 만나는 또 다른 점을 R라 하자. 삼각형 ARQ 의 넓이를 s라 할 때, s^2의 값을 구하시오. [4점]



$\frac{2}{2}=1 \Rightarrow$ 원점, 평면α 거리







$s=\frac{\sqrt{60}}{2}$ $s^2=15$ 15

점 A, R, Q 가 모두 구 위의 점!

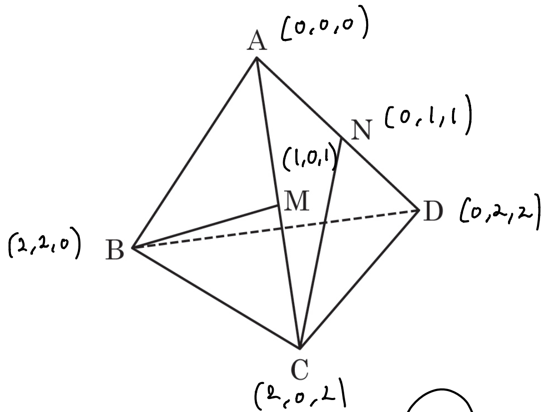
(물론 길이로 판단도 가능!)

CHAPTER

04 문제

01 11년 10월 교육청 30번

정사면체 ABCD 에서 두 모서리 AC , AD 의 중점을 각각 M , N 이라 하자. 직선 BM 과 직선 CN 이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$\overrightarrow{MB} = (1,2,-1)$

$\overrightarrow{NC} = (2,-1,1)$

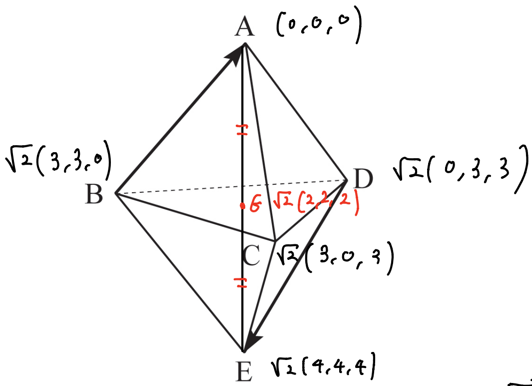
$\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{NC} = -1 = 6 \cos(\pi-\theta)$

$\cos\theta = \frac{1}{6}$

7

02 10년 10월 교육청 21번

그림은 한 모서리의 길이가 6 인 두 정사면체 ABCD 와 BCDE 에 대하여 면 BCD 를 일치시킨 도형을 나타낸 것이다. 두 벡터 $\overrightarrow{BA}$ 와 $\overrightarrow{DE}$ 에 대하여 $|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DE}|^2$ 의 값을 구하시오. [3점]



$\overrightarrow{BA} = \sqrt{2}(-3,-3,0)$

$\overrightarrow{DE} = \sqrt{2}(4,1,1)$

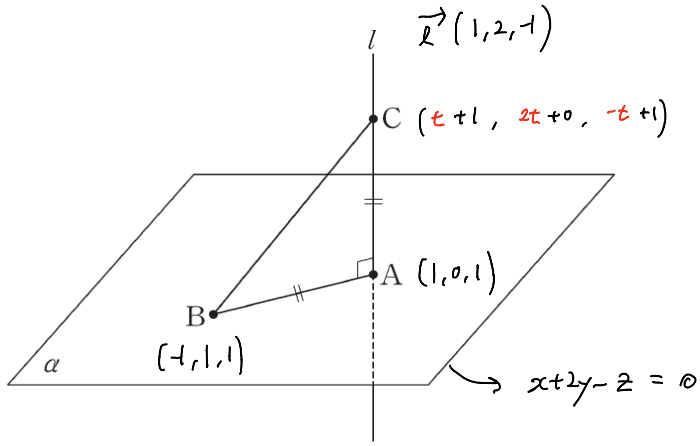
$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DE} = \sqrt{2}(1,-2,1)$

12

$(\sqrt{2}\sqrt{6})^2 = 12$

03 14학년도 9월 평가원 28번

좌표공간에서 직선 $l : x-1=\frac{y}{2}=1-z$ 와 평면 α가 점 $\mathrm{A}(1,0,1)$ 에서 수직으로 만난다. 평면 α 위의 점 $\mathrm{B}(-1,a,a)$ 와 직선 l 위의 점 C에 대하여 삼각형 ABC 가 이등변삼각형일 때, 점 C에서 원점까지의 거리는 d이다. d^2의 값을 구하시오. [4점]



$|\vec{AC}| = |\vec{AB}| = \sqrt{5}$

$5 = 6t^2$

$-1+a=0$

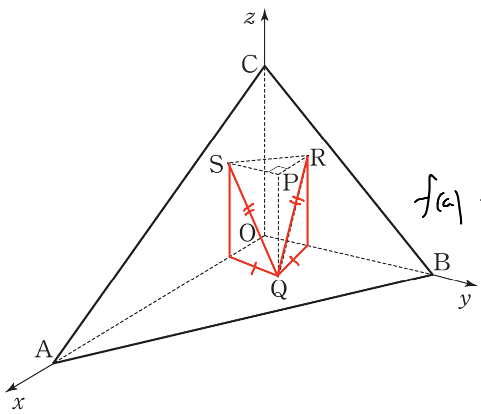
$|\vec{OC}|^2 = (t+1)^2 + 4t^2 + (t-1)^2$

$= 6t^2+2$

7

04 07학년도 수능 23번

좌표공간에서 평면 $x+2y+2z=54$ 위의 세 점 $\mathrm{A}(54,0,0)$, $\mathrm{B}(0,27,0)$, $\mathrm{C}(0,0,27)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 내부에 점 $\mathrm{P}(x,y,z)$ 가 있다. 점 P 의 xy 평면 위로의 정사영을 Q, yz 평면 위로의 정사영을 R, zx 평면 위로의 정사영을 S라 하자. $\overline{\mathrm{QR}}=\overline{\mathrm{QS}}$ 일 때, 사면체 QPRS 의 부피의 최댓값을 구하시오. [4점]



$P\left(a, a, \frac{54-3a}{2}\right)$

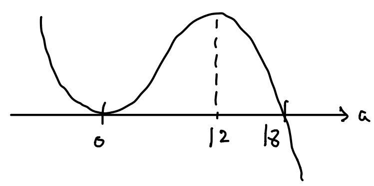
$f(a)$ = QPRS 부피 = $\frac{1}{4}a^2(18-a)$

$f'(a) = \frac{1}{4}(36a - 3a^2)$

$= \frac{3}{4}a(12-a)$

$\frac{1}{4} \times 12^2 \times 6 = 216$

216

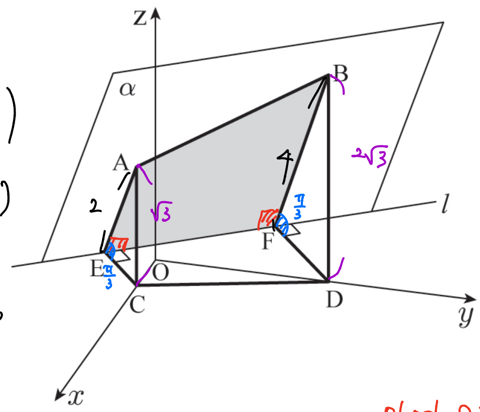


05 10년 10월 교육청 24번

좌표공간에서 평면 $\alpha : 12x+9y-5\sqrt{3}z+3=0$ 위의 두 점 A, B 에서 xy 평면에 내린 수선의 발은 각각 C$(1,0,0)$, D$(0,3,0)$ 이다. 평면 α 와 xy 평면의 교선을 l 이라 하고, 두 점 C, D 에서 교선 l 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 하자. 이때, 사각형 AEFB 의 넓이를 구하시오. [4점]

$A(1,\ 0,\ a+0)$

$B(0,\ 3,\ b+0)$



α, xy 평면 이루는 각 θ

$(12, 9, -5\sqrt{3})$ $(0,0,1)$

$\theta = \frac{\pi}{3}$

A가 α 위 : $12 - 5\sqrt{3}a + 3 = 0$

B가 α 위 : $27 - 5\sqrt{3}b + 3 = 0$

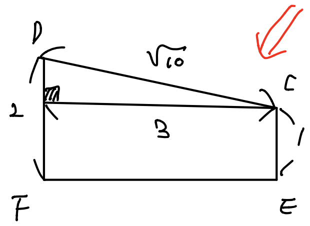
$5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}\cos\theta$

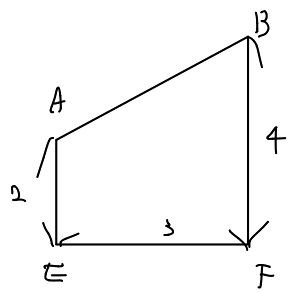
$\cos\theta = \frac{1}{2}$

밑면 그리기

$a = \frac{15}{5\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

$b = \frac{30}{5\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$





9

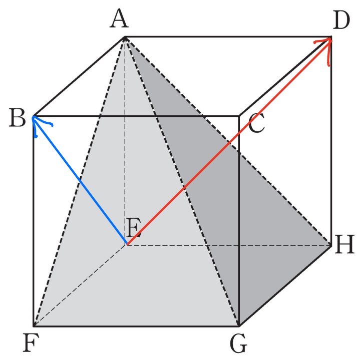
$\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$

CHAPTER

05 문제

01 07학년도 수능 6번

정육면체 ABCD－EFGH 에서 평면 AFG 와 평면 AGH 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos^2\theta$ 의 값은? [3점]



$\vec{EB}$: $\triangle AFG$ 법벡

$\vec{ED}$: $\triangle AGH$ 법벡

$\cos\theta = \cos 60° = \frac{1}{2}$

3

① $\frac{1}{6}$　② $\frac{1}{5}$　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{1}{2}$

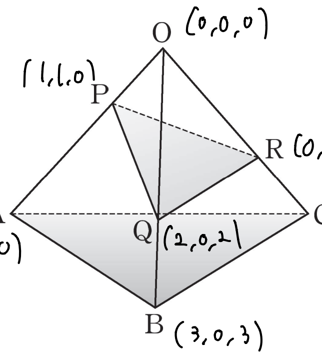
02 05학년도 평가원 예비 시험 11번

그림의 정사면체에서 모서리 OA 를 1 : 2 로 내분하는 점을 P 라 하고, 모서리 OB 와OC 를 2 : 1 로 내분하는 점을 각각 Q 와 R 라 하자. $\triangle PQR$ 와 $\triangle ABC$ 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [4점]

$\vec{PQ}$: $(1,-1,2)$, $\vec{PR}$ $(-1,1,2)$

$\vec{PQ}$, $\vec{PR}$ 외적 ⇒ $\triangle PQR$ 법벡

$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (-4,-4,0)$



$\triangle ABC$ 법벡 : $(1,1,1)$

$\triangle PQR$ 법벡 : $(1,1,0)$

$(1,1,1)\cdot(1,1,0)$

$= 2 = \sqrt{6}\cos\theta$

$\cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$

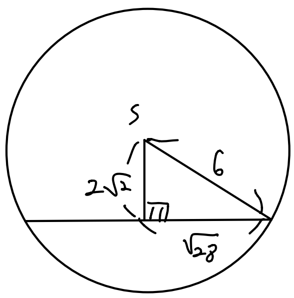
① $\frac{1}{3}$　② $\frac{\sqrt{2}}{3}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$　④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$　⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

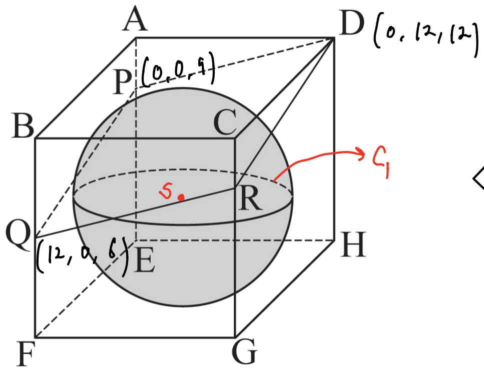
5

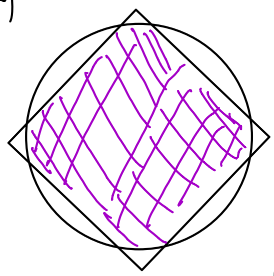
03 05년 10월 교육청 15번

그림과 같이 한 변의 길이가 12 인 정육면체 ABCD−EFGH 에 내접하는 구가 있다. 변 AE , CG 를 1 : 3 으로 내분하는 점을 각각 P , R 라 하고 변 BF 의 중점을 Q 라 한다. 네 점 D , P , Q , R 를 지나는 평면으로 내접하는 구를 자를 때 생기는 원의 넓이는? [4점]

※ 참고 : 이거 절대 아님! 평면은 확장이 언제든 가능!







②

① 26π ② 28π ③ 30π ④ 32π ⑤ 34π

$\overrightarrow{PQ}\ (4, 0, -1)$

$\overrightarrow{PD}\ (0, 4, 1)$

$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 4 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 4 \end{vmatrix} = (4, -4, 16)$

$= (1, -1, 4)$

$S(6, 6, 6)$

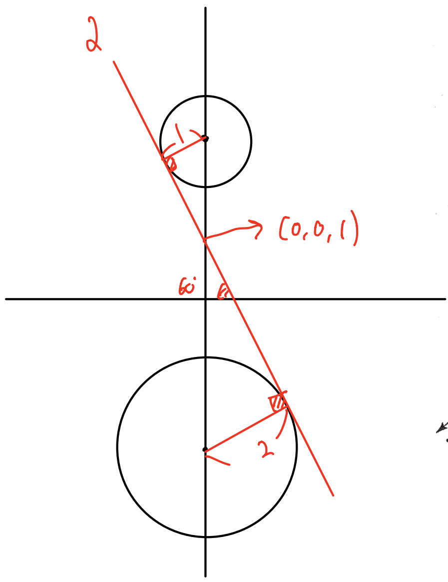
DPQRD : $x - y + 4z = 36$

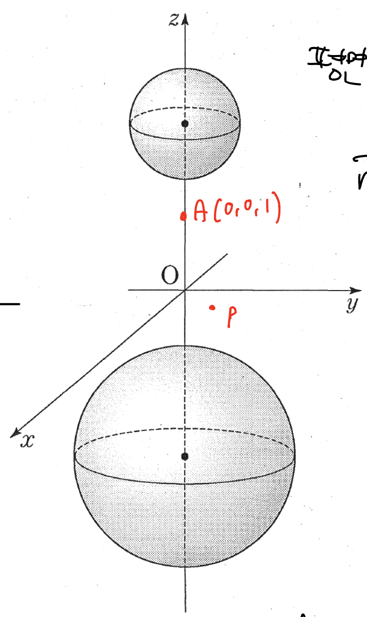
$\dfrac{12}{3\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

04 16학년도 9월 평가원 29번

좌표공간에 두개의 구 $S_1 : x^2+y^2+(z-3)^2=1$, $S_2 : x^2+y^2+(z+3)^2=4$ 가 있다.

점 $\mathrm{P}\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{\sqrt{3}}{6},\ 0\right)$ 을 포함하고 S_1과 S_2에 동시에 접하는 평면을 α라 하자. 점 $\mathrm{Q}(k,\ -\sqrt{3},\ 2)$ 가 평면 α 위의 점일 때 $120k$ 의 값을 구하시오. [4점]





평면α 법벡 : $\vec{n}$

$\vec{n}\ (a, b, c)$

$a^2+b^2+c^2=1$

xy 평면

$(a, b, c)\cdot(0, 0, 1) = c = \cos 60°$

$c = \dfrac{1}{2}$ $a^2+b^2 = \dfrac{3}{4}$

$\vec{n}\cdot\overrightarrow{AP} = 0$ ($\overrightarrow{AP}$는 평면 α 위)

$(a, b, c)\cdot\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{6}, -1\right) = 0$

$\dfrac{a}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{6}b = \dfrac{1}{2}$ $a + \dfrac{\sqrt{3}}{3}b = 1$

연립

$a = \dfrac{3}{4},\ b = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$

40

$\dfrac{3}{4}x + \dfrac{\sqrt{3}}{4}y + \dfrac{1}{2}z = \dfrac{1}{2}$

$3x + \sqrt{3}y + 2z = 2$

$3k - 3 + 4 = 2$

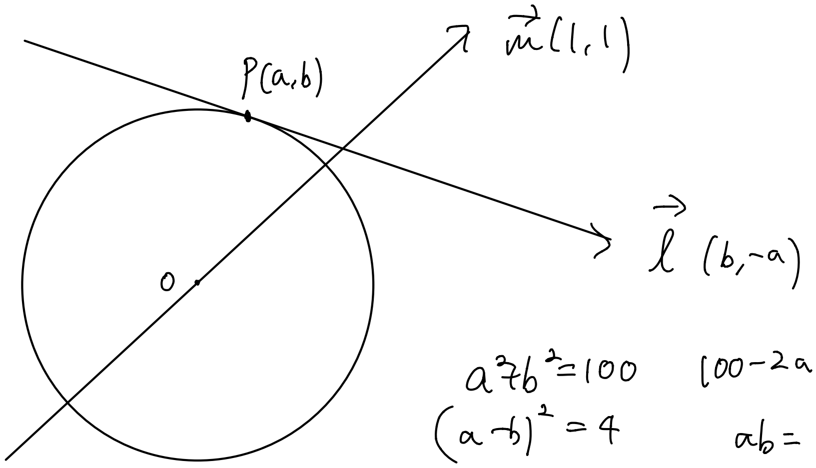
$k = \dfrac{1}{3}$

CHAPTER

06 문제

01 20학년도 6월 평가원 26번

좌표평면에서 $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|=10$ 을 만족시키는 점 P가 나타내는 도형 위의 점 $\mathrm{A}(a, b)$ 에서의 접선을 l, 원점을 지나고 방향벡터가 $(1, 1)$인 직선을 m이라 하고, 두 직선 l, m이 이루는 예각의 크기를 θ라 하자. $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$ 일 때, 두 수 a, b의 곱 ab의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, $a>b>0$ 이다.) [4점]



$b-a=2$

$(1,1)\cdot(b,-a)=b-a$

$=10\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{10}$

$a^2+b^2=100$

$(a-b)^2=4$

$100-2ab=4$

$ab=48$

48

02 18학년도 수능 8번

타원 $\dfrac{(x-2)^2}{a}+\dfrac{(y-2)^2}{4}=1$ 의 두 초점의 좌표가 $(6, b)$, $(-2, b)$ 일 때, ab의 값은? (단, a는 양수이다.)

[3점]

① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

$\Downarrow$

$a>4$

①

$\dfrac{x^2}{a}+\dfrac{y^2}{4}=1$

$(\sqrt{a-4}, 0)$

$(-\sqrt{a-4}, 0)$

$20\times2=40$

$\Downarrow$

$\dfrac{(x-2)^2}{a}+\dfrac{(y-2)^2}{4}=1$

$(2+\sqrt{a-4}, 2)$

$(2-\sqrt{a-4}, 2)$

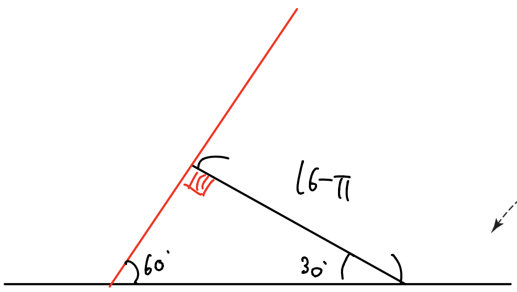
$b=2$

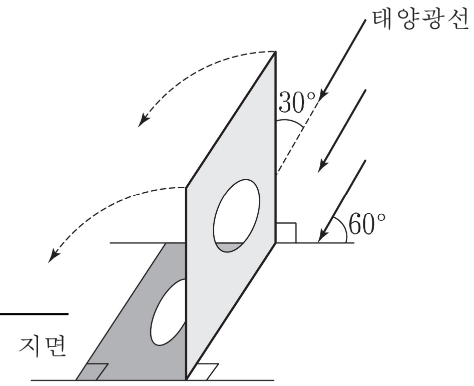
$\sqrt{a-4}=4$

$a=20$

03 09학년도 9월 평가원 25번

그림과 같이 태양광선이 지면과 60° 의 각을 이루면서 비추고 있다. 한 변의 길이가 4인 정사각형의 중앙에 반지름의 길이가 1인 원 모양의 구멍이 뚫려 있는 판이 있다. 이 판은 지면과 수직으로 서 있고 태양광선과 30° 의 각을 이루고 있다. 판의 밑변을 지면에 고정하고 판을 그림자 쪽으로 기울일 때 생기는 그림자의 최대 넓이를 S라 하자. S의 값을 $\frac{\sqrt{3}(a+b\pi)}{3}$ 라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 정수이고 판의 두께는 무시한다.) [4점]





30

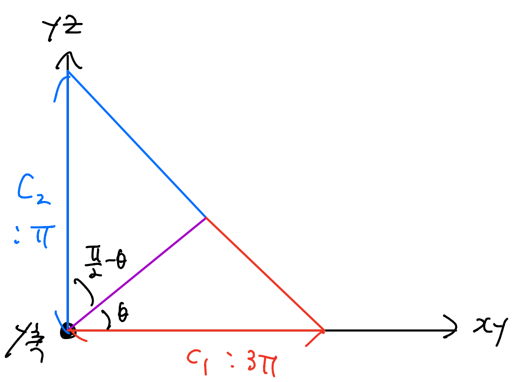
$32-2=30$

$$\left(16-\pi\right) \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}\,(16-\pi)}{3} = \frac{\sqrt{3}\,(32-2\pi)}{3}$$

04 14학년도 9월 평가원 19번

좌표공간에서 y축을 포함하는 평면 α에 대하여 xy평면 위의 원 $C_1 : (x-10)^2+y^2=3$ 의 평면 α 위로의 정사영의 넓이와 yz평면 위의 원 $C_2 : y^2+(z-10)^2=1$ 의 평면 α위로의 정사영의 넓이가 S로 같을 때, S의 값은? [4점]

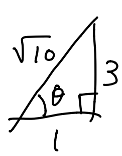
① $\frac{\sqrt{10}}{6}\pi$ ② $\frac{\sqrt{10}}{5}\pi$ ③ $\frac{7\sqrt{10}}{30}\pi$ ④ $\frac{4\sqrt{10}}{15}\pi$ ⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{10}\pi$



$3\pi \cos\theta = \pi \sin\theta$

5

$3 = \tan\theta$

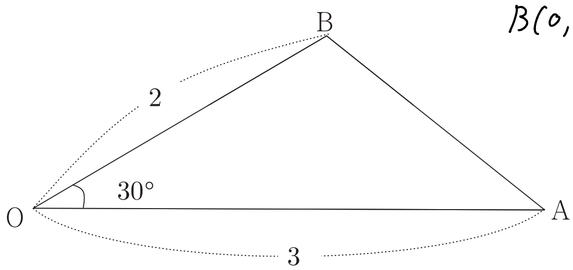


$$\frac{3\pi}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}\pi$$

05 09학년도 사관학교 30번

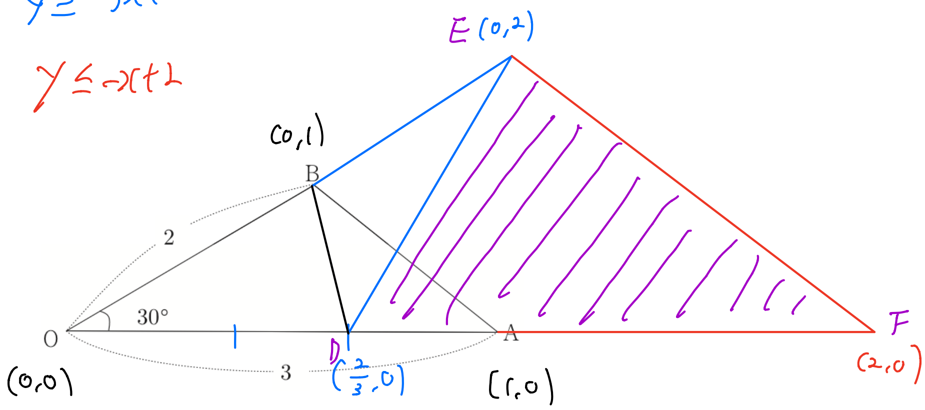
그림과 같이 $\overline{OA}=3$, $\overline{OB}=2$, $\angle AOB=30^\circ$ 인 삼각형 OAB 가 있다. 연립부등식 $3x+y\geq 2$, $x+y\leq 2$, $y\geq 0$ 을 만족시키는 x, y 에 대하여 벡터 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$ 의 종점 P 가 존재하는 영역의 넓이를 S라 할 때, S^2 의 값을 구하시오. [4점]

A(1,0)
B(0,1)
빼기



$y\geq -3x+2$

$y\leq -x+2$



$\triangle DEF = 2\triangle OBD \times \frac{4}{2}$

$\triangle OBD = \frac{2}{3}\triangle OAB$

$\triangle OAB = \frac{1}{2}\times 3\times 2\sin 30^\circ = \frac{3}{2}$

$\triangle OBD = 1$

$\triangle DEF = 4$

$4^2 = 16$

16

빠른정답

Chapter 1

문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답
1	②	2	②	3	5	4	④	5	180
6	④	7	④	8	④	9	8	10	128
11	26	12	12	13	①	14	③	15	12
16	32								

Chapter 2

문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답
1	③	2	⑤	3	⑤	4	③	5	15
6	②	7	①	8	120	9	7	10	48
11	43	12	30	13	180	14	27	15	486
16	128	17	⑤	18	②	19	19	20	②
21	①	22	80	23	④	24	②	25	7
26	52	27	12	28	⑤				

Chapter 3

문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답
1	③	2	12	3	②	4	162	5	45
6	31	7	84	8	13	9	⑤	10	11
11	②	12	②	13	15				

Chapter 4

문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답
1	7	2	12	3	7	4	216	5	9

Chapter 5

문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답
1	③	2	⑤	3	②	4	40		

Chapter 6

문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답	문항번호	정 답
1	48	2	①	3	30	4	⑤	5	16