smart is sexy
Orbi.kr

수리논술 전문가 서지현의
올바른 수리논술 사용방법

서술의 기본 편

기본적인 문장을 서술하는 방법부터, 논제만 보고
풀이를 반사적으로 떠올릴 수 있는 방법까지

수리논술 사용법

서지현 지음

Move, or Die.

서술의 기본편

수리논술사용법 - 서술의 기본편

서술하는 방법을 몰라서 답안지 작성을 시작하지 못한다는 이유로

접근하는 방법을 몰라서 논제에 접근조차 할 수 없다는 이유로 인해

수리논술을 포기하는 친구들이 너무나 안타까웠습니다.

이러한 고충을 겪는 모든 수험생에게 수리논술에 대한 모든 것을 알려드리고자

수리논술사용법을 출간하게 되었습니다.

저자

서지현

서울대학교 수리과학부 졸업
오르비학원 수리논술 강사
송원학원 재수종합반 수리논술 강사

수리논술사용법 자문

최지요

서울대학교 자유전공학부 졸업
경북대학교 치의예과

편현주

서울대학교 지구환경과학부 / (복수) 기계항공공학부 졸업

수리논술사용법 검토진

서정태 선생님

한국 대학교육협의회 프로그램 전문위원
대구광역시 진학지도협의회 프로그램 팀장
경희대학교 입학사정관 자문위원
경북대학교 입학전형 자문위원

배준범 연세대학교 생화학과

박승재 서울대학교 수리과학부 졸업
동대학원 석박사 통합과정

홍준기 경북대학교 수학교육과 졸업

Contents

1

수리논술, 논리적으로 서술하기

1 수리논술, 논리적으로 서술하기

많은 대학교에서 시행하고 있는 수리논술의 논제들은

"… 그 근거를 논술하시오."
"… 답을 구하되 풀이 과정도 함께 쓰시오."
"… 이 성립함을 증명하시오."
"… 임을 보이시오."

와 같이 여러 형태의 말로 출제되지만,

논리적으로 서술하여 논제의 결론을 도출해야 한다는 핵심은 동일하다.

논리적으로 서술하여 논제의 결론을 도출한다는 것은,

논제조건 또는 **확실하게 성립하는 조건**[1] 에 **변화**를 주어 **새로운 조건**을 도출하는 논리 구조의 반복을 통해 **논제의 결론**을 도출하는 것

을 말한다. 논리적인 답안을 위한 기본적인 서술문장은 다음과 같다.

[논제조건 또는 확실하게 성립하는 조건] 에 **[변화]** 를 주면 **[새로운 조건]** 이 성립한다.

다음은 **[논제조건 또는 확실하게 성립하는 조건]** 에 **[변화]** 를 주어 **[새로운 조건]** 을 도출하는 논리적인 서술의 예시이다.

서술예시

$\int_0^x f(t)dt = x^3 - 7x$를 미분하면 $f(x) = 3x^2 - 7$이다.

$f(x) = 3x^2 - 7$에 $x = 1$을 대입하면 $f(1) = -4$이다.

1) 항등식, 절대부등식, 논리적으로 참인 명제는 **확실하게 성립하는 조건**이다.

[예1]
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

[예2]
$-1 \le \sin x \le 1$

[예3]
두 양수 a, b에 대하여
$\frac{a+b}{2} \ge 2\sqrt{ab}$

[예4]
$x > 1$이면 $\ln x > 0$이다.

앞의 서술예시를 **[논제조건 또는 확실하게 성립하는 조건]** 과

[변화] 를 주는 부분, **[새로운 조건]** 이 도출되는 부분으로 나누면 다음과 같다.

서술예시

[논제조건 또는 확실하게 성립하는 조건]	$\int_{0}^{x} f(t)dt = x^3 - 7x$를
[변화]	미분하면
[새로운 조건]	$f(x) = 3x^2 - 7$이다.
[논제조건 또는 확실하게 성립하는 조건]	$f(x) = 3x^2 - 7$에
[변화]	$x = 1$을 대입하면
[새로운 조건]	$f(1) = -4$이다.

[논제조건 또는 확실하게 성립하는 조건] 에서 시작하여

어떤 **[변화]** 를 주는지 설명하고 **[새로운 조건]** 을 도출한 뒤,

도출된 **[새로운 조건]** 을 다시 **[논제조건 또는 확실하게 성립하는 조건]** 으로 설정하고

이 조건에 어떤 **[변화]** 를 주는지 설명하여 또 다른 **[새로운 조건]** 을 도출하고 있다.

즉, 논리적으로 서술하여 논제의 결론을 도출한다는 것은

위와 같은 논리 구조를 반복하여 논제의 결론을 도출한 답안을 말한다.

그렇다면 "**논리적인 답안을 위해 가장 먼저 해야 할 일**"은 무엇일까?

바로 **논제조건**과 **논제의 결론**을 파악하는 것이다.

[논제조건 또는 확실하게 성립하는 조건] 에 **[변화]** 를 주면 **[새로운 조건]** 이 성립한다.
논리적 서술의 논리 구조(기본적인 서술문장)

파악한 **논제조건**으로, 위의 논리 구조에서
[논제조건 또는 확실하게 성립하는 조건] 에 들어갈 내용을 파악할 수 있고,
파악한 **논제의 결론**으로, 위의 논리 구조에서
[변화] 에 들어갈 내용의 방향성을 알 수 있기 때문이다.

논제조건과 **논제의 결론**의 파악이 끝나면,
위의 논리 구조(기본적인 서술문장)의 반복을 통해
논제의 결론을 도출하는 답안을 작성하면 된다.

이를 참고하여 다음 **논제 1**을 풀어 보자.

논제 1 2019학년도 경북대학교 자연Ⅰ 모의논술 변형

좌표평면에서 두 점 $\mathrm{A}(5,\ 0)$, $\mathrm{B}(1,\ 4)$를 지나는 원 S의 방정식은

$$x^2+y^2+px-qy+5=0$$

과 같이 주어진다. 이때 p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p, q는 상수이다.)

논리적인 답안을 위해 먼저

논제 안에서 **[논제조건]** 과 **[논제의 결론]** 을 파악하면 다음과 같다.

논제 1 **2019학년도 경북대학교 자연 I 모의논술 변형**

좌표평면에서 **[논제조건 ①]** 두 점 $\mathrm{A}(5,\ 0)$, $\mathrm{B}(1,\ 4)$를 지나는

[논제조건 ②] 원 S의 방정식은 $x^2+y^2+px-qy+5=0$과 같이 주어진다.

이때 **[논제의 결론]** p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p, q는 상수이다.)

[논제조건 ①] 과 **[논제조건 ②]** 에

[변화] 를 주어 **[새로운 조건]** 을 도출하는

논리 구조의 반복을 통해 **[논제의 결론]** 을 도출하면 된다.

해설은 다음과 같다.

[논제조건 ①+②] 두 점 A, B가 원 S 위의 점이므로

[변화] 원의 방정식에 대입하면

[새로운 조건 ③] $5p+30=0$, $p-4q+22=0$이다.

[새로운 조건 ③] 두 개의 방정식을

[변화] 연립하면 **[새로운 조건 ④]** $p=-6$, $q=4$이다.

따라서 **[논제의 결론]** $p^2+q^2=52$이다.

논제조건인 **[논제조건 ①]** 과 **[논제조건 ②]** 에서 시작하여
어떤 **[변화]** 를 주는지 설명하고 **[새로운 조건 ③]** 을 도출한 뒤,

[새로운 조건 ③] 을 다시 **[논제조건 또는 확실하게 성립하는 조건]** 으로 설정하여
이 조건에 어떤 **[변화]** 를 주는지 설명하고 **[새로운 조건 ④]** 를 도출한 다음,

[새로운 조건 ④] 를 근거로 이용하여
[논제의 결론] 을 도출하고 있다.

논제 2

임의의 양의 실수 x 에 대하여 다음 부등식이 성립한다.

$$\frac{1}{x+1} < \int_{x}^{x+1} \frac{1}{t} dt < \frac{1}{x}$$

다음 물음에 답하시오.

(1) 위의 부등식을 이용하여 다음 부등식이 성립함을 보이시오.

$$\frac{1}{x+1} < \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) < \frac{1}{x}$$

(2) 논제 (1)의 부등식을 이용하여 다음 부등식이 성립함을 보이시오.

$$e^{\frac{x}{x+1}} < \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} < e$$

논리적인 답안을 위해 먼저

논제 안에서 **[논제조건]** 과 **[논제의 결론]** 을 파악하면 다음과 같다.

논제 2 2018학년도 이화여자대학교 자연 I 모의논술

임의의 양의 실수 x 에 대하여 다음 부등식이 성립한다.

[논제조건 ①] $\frac{1}{x+1} < \int_{x}^{x+1} \frac{1}{t} dt < \frac{1}{x}$

다음 물음에 답하시오.

(1) 위의 부등식을 이용하여 다음 부등식이 성립함을 보이시오.

[논제의 결론] $\frac{1}{x+1} < \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) < \frac{1}{x}$

(2) **[논제조건 ②]** 논제 (1)의 부등식을 이용하여 다음 부등식이 성립함을 보이시오.

[논제의 결론] $e^{\frac{x}{x+1}} < \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} < e$

논제 (1)의 경우

[논제조건 ①] 에 **[변화]** 를 주어 **[새로운 조건]** 을 도출하는

논리 구조의 반복을 통해 **[논제의 결론]** 을 도출하면 된다.

논제 (2)의 경우

[논제조건 ②] 에 **[변화]** 를 주어 **[새로운 조건]** 을 도출하는

논리 구조의 반복을 통해 **[논제의 결론]** 을 도출하면 된다.

해설은 다음과 같다.

(1) $\dfrac{1}{x+1} < \displaystyle\int_x^{x+1} \dfrac{1}{t}dt < \dfrac{1}{x}$이 성립하고 $\displaystyle\int_x^{x+1} \dfrac{1}{t}dt = \ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$을 대입하면

$$\frac{1}{x+1} < \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) < \frac{1}{x}$$

이 성립한다.

(2) 논제 (1)의 부등식에 양수 x를 곱하면

$$\frac{x}{x+1} < \ln\left(1+\frac{1}{x}\right)^x < 1$$

이다. 함수 $y=e^x$은 증가함수이므로

$$e^{\frac{x}{x+1}} < e^{\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)^x} < e^1$$

이다. 이를 정리하면

$$e^{\frac{x}{x+1}} < \left(1+\frac{1}{x}\right)^x < e$$

이다.

논제조건인 **[논제조건 ①]** 에서 시작하여
어떤 **[변화]** 를 주는지 설명하고 논제 (1)의 **[논제의 결론]** 을 도출하고 있다.

이렇게 증명된 논제 (1)의 **[논제의 결론]** 은
논제 (2)에서 **[논제조건 또는 확실하게 성립하는 조건]** 으로 설정할 수 있고,

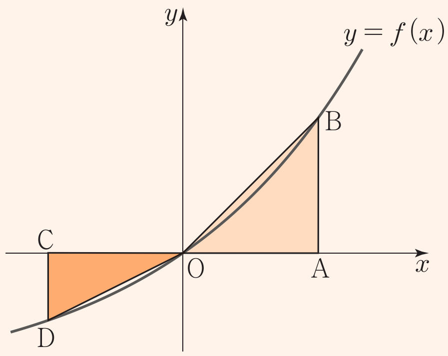
이 조건에 어떤 **[변화]** 를 주는지 설명하여
논제 (2)의 **[논제의 결론]** 을 도출하고 있다.

논제 3 : 실전논제 15min

2019학년도 경북대학교 자연Ⅰ 모의논술

원점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$을 지나는 지수함수 $f(x)=a^{bx}+k$의 그래프 위의 두 점 $\mathrm{B}(1,\ f(1))$, $\mathrm{D}(-1,\ f(-1))$과 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$, $\mathrm{C}(-1,\ 0)$에 대하여, 삼각형 OAB와 삼각형 OCD의 넓이를 각각 T_1, T_2라 하자.

$T_1=2T_2$일 때, 다음 물음에 답하시오. (단, $a>1$, $b\neq 0$, k는 상수이다.)



(1) $f(1)-k$의 값을 구하시오.

(2) 자연수 n에 대하여 $a=\sqrt[n]{8}$일 때, b의 값을 b_n이라 하자.

$\displaystyle\sum_{n=1}^{30} b_n$의 값을 구하시오.

논제 4 : 실전논제 15min

2015학년도 연세대학교 수시논술 변형

(가) C_1은 좌표평면 위의 원 $x^2+(y-1)^2=1$이다.

(나) C_2는 다음 조건을 만족하는 원으로 정의한다.

i) C_2는 좌표평면 위의 $y>0$인 영역에서 C_1과 접한다.

ii) C_2는 이차곡선 $y=\frac{1}{4}x^2$과 서로 다른 두 점에서 접한다.

(단, 접하는 두 점의 y좌표는 동일하다.)

C_2의 중심의 좌표와 C_2와 이차곡선 $y=\frac{1}{4}x^2$이 접하는 점의 좌표를 구하시오.

논제 5 : 실전논제 15min

2019학년도 서울가톨릭대학교 의학계열 수시논술 변형

(가) [변량의 표준편차] n개의 변량 b_1, b_2, $\cdots$, b_n의 평균을 m이라고 할 때 표준편차 σ는 다음과 같다.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(b_1 - m)^2 + (b_2 - m)^2 + \cdots + (b_n - m)^2}{n}}$$

(나) $(k+1)$개의 변량 c, c_1, c_2, $\cdots$, c_k는 첫째항이 c, 공차가 3, 항의 개수가 $(k+1)$개인 등차수열을 이룬다. (단, $k \geq 1$)

제시문 (나)의 변량 c, c_1, c_2, $\cdots$, c_k의 표준편차를 구하고 그 근거를 논술하시오.

서지현선생님의

예시답안

※ 본 예시답안은 대학에서 제공한 모범답안이 아닌, 서지현선생님이 직접 작성한 답안입니다.

■ 논제 1 – 2019학년도 경북대학교 자연 I 모의논술 변형

두 점 A, B가 원 S 위의 점이므로 원의 방정식에 대입하면

$$5p+30=0$$

$$p-4q+22=0$$

이다. 두 개의 방정식을 연립하면

$$p=-6,\ q=4$$

이다. 따라서 $p^2+q^2=52$이다.

■ 논제 2 – 2018학년도 이화여자대학교 자연 I 모의논술

(1) $\frac{1}{x+1}<\int_x^{x+1}\frac{1}{t}dt<\frac{1}{x}$이 성립하고 $\int_x^{x+1}\frac{1}{t}dt=\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$을 대입하면

$$\frac{1}{x+1}<\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)<\frac{1}{x}$$

이 성립한다.

(2) 논제 (1)의 부등식에 양수 x를 곱하면

$$\frac{x}{x+1}<\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)^x<1$$

이고 함수 $y=e^x$은 증가함수이므로

$$e^{\frac{x}{x+1}}<e^{\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)^x}<e^1$$

이다. 이를 정리하면

$$e^{\frac{x}{x+1}}<\left(1+\frac{1}{x}\right)^x<e$$

이다.

■ 논제 3 – 2019학년도 경북대학교 자연 I 모의논술

(1) 지수함수 $f(x)$는 원점을 지나므로

$$f(0)=a^0+k=0$$

이고 이를 정리하면 $k=-1$이다. 따라서 $f(x)=a^{bx}-1$이다.

구한 함수 $f(x)$를 이용하여 조건 $T_1=2T_2$를 식으로 나타내면

$$\frac{1}{2}(a^b-1)=1-\frac{1}{a^b}$$

이다. 양변에 $2a^b$을 곱하고 한쪽으로 정리하면

$$(a^b-1)(a^b-2)=0$$

이다. $a>1$이고 $b\neq 0$이므로

$$a^b=2$$

이다. 따라서 $f(1)-k=a^b=2$이다.

(2) 논제 (1)에 의해 $a^b=2$이고 자연수 n에 대하여 $a=\sqrt[n]{8}$일 때의 b의 값이 b_n이므로

$$(\sqrt[n]{8})^{b_n}=2$$

를 만족한다. 이를 b_n에 대하여 정리하면

$$b_n=\frac{n}{3}$$

이다.

이때 논제에 주어진 부분합을 계산하면

$$\sum_{n=1}^{30} b_n=\frac{1}{3}\sum_{n=1}^{30} n=\frac{1}{3}\times\frac{30\cdot 31}{2}=155$$

이다.

■ 논제 4 – 2015학년도 연세대학교 수시논술 변형

C_2의 반지름을 r라 두자. C_2는 이차곡선 $y=\frac{1}{4}x^2$과 서로 다른 두 점에서 접하고 접하는 두 점의 y좌표가 동일하므로 C_2의 중심은 y축 위에 있다.

또한 C_1과 C_2가 접하므로 C_2의 중심좌표는

$$(0,\ 2+r)$$

다. 따라서 원 C_2의 방정식은

$$x^2+(y-r-2)^2=r^2$$

이다. 이를 이차곡선 $y=\frac{1}{4}x^2$과 연립하면

$$4y+(y-r-2)^2=r^2$$

이고 이를 정리하면

$$y^2-2ry+4r+4=0 \quad \cdots\cdots ㉠$$

이다. 원과 이차곡선이 접하므로 판별식 $\frac{D}{4}=0$임을 이용하면

$$r^2-4r-4=0$$

이다. 반지름은 양수이므로 $r=2+2\sqrt{2}$이다.

이를 ㉠에 대입하여 정리하면

$$(y-2-2\sqrt{2})^2=0$$

이므로 이때의 접점의 좌표를 구하면

$$(2\sqrt{2+2\sqrt{2}},\ 2+2\sqrt{2}),\ (-2\sqrt{2+2\sqrt{2}},\ 2+2\sqrt{2})$$

이고 C_2의 중심의 좌표는

$$(0,\ 4+2\sqrt{2})$$

이다.

■ **논제 5 – 2019학년도 서울가톨릭대학교 의학계열 수시논술 변형**

제시문 (나)에서 변량 c, c_1, c_2, $\cdots$, c_k는 첫째항이 c, 공차가 3, 항의 개수가 $(k+1)$개인 등차수열이므로 $c_i = c+3i$ (단, $0 \le i \le k$)이다. $(k+1)$개의 변량의 평균은

$$\begin{aligned}\frac{1}{k+1}\sum_{i=0}^{k}c_i &= \frac{1}{k+1}\sum_{i=0}^{k}(c+3i)\\ &= c+\frac{3k}{2}\end{aligned}$$

이다. $(k+1)$개의 변량의 표준편차를 σ라 할 때, σ를 제시문 (가)를 이용하여 구해 보자.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{k}\left(c_i - c - \frac{3k}{2}\right)^2}{k+1}} \quad \cdots\cdots ㉠$$

에서 $\sum_{i=0}^{k}\left(c_i - c - \frac{3k}{2}\right)^2$만 계산해 보면

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^{k}\left(c_i - c - \frac{3k}{2}\right)^2 &= 9\sum_{i=0}^{k}\left(i-\frac{k}{2}\right)^2\\ &= 9\left\{\frac{k(k+1)(2k+1)}{6} - k\cdot\frac{k(k+1)}{2} + \frac{k^2}{4}\cdot(k+1)\right\}\\ &= \frac{3k(k+1)(k+2)}{4}\end{aligned}$$

이다. 이를 이용하여 ㉠을 계산하면

$$\sigma = \sqrt{\frac{3k(k+2)}{4}}$$

이다.