



10개년 기출분석에 집중하다

ATTENTION



어경훈(어피셜) 저자 소개

■ 학력 및 경력

- (1) 성균관대학교 컴퓨터교육과 & 수학교육과 복수전공 5학년 재학
- (2) 성균관대학교 2014학년도 정시 우선선발 합격
- (3) 7년 연속 그룹과외 및 학원 강의 경력
- (4) 現 강남(서초), 대치 오르비 학원 출강
- (5) 2019 대한민국 인재상 (교육부장관상) 수상
- (6) 2019 성공가족상 (성균관대학교 총장상) 수상
- (7) 2020 스마트미디어 (과학기술정보통신부 장관상) 수상
- (8) 수학 유튜브 채널, 어피셜 운영

■ (제 학생들에게) 이 책의 저자로서 수학강사로서의 한마디

저는 고등학교 시절, 수학을 제일 잘했고 좋아했습니다. 또한, 가르치는 것에 흥미가 있어 자연스럽게 선생님이라는 직업을 1순위로 골랐습니다. 공부 밖에 안해봤던 저는 다양한 경험을 해보고자 10개 이상의 동아리, 책 집필, 인턴, 강연활동 등을 하며 대학시절을 보냈고, 최종적으로 가르치는 직업이 저와 가장 잘 맞는 것을 알았습니다. 요즘은 하나만 잘한다고 되는 시대가 아닙니다. 세상은 다양한 경험과 실력을 겸비한 융합인재를 원합니다. 저는 학생들이 저를 통해 수학지식은 물론이거니와 제가 경험한 다양한 것들을 바탕으로 긍정적인 부분들을 많이 얻어갔으면 합니다. 항상 학생들 입장에서 생각하며 가르치는 지식 전달자와, 정신적 멘토 역할을 겸비한 지도자가 되겠습니다. 마지막으로, 2019 대한민국 인재상 시상식에서 교육부 장관님께서 하신 말씀이 생각이 납니다. 세상에 똑똑한 영재는 많지만 지성과 배려심을 갖춘 인재는 드물다는 말이었습니다. 20대에 받을 수 있는 최고의 상을 수상한 만큼 이에 걸맞는 사람이 되도록 항상 노력하고 학생들에게 선한 영향력을 행사하는 사람이 되겠습니다.

여러분 모두 항상 긍정적인 마인드로 열심히 수험생활 하시길 바라며 수능대박 진심으로 응원합니다. 파이팅!!



A T T E N T I O N

1. 왜 10년인가?

현재 수능 수학시험은 대다수(30문항 중 25문항 이상)가 기출문제에서 문제은행 형식으로 출제됩니다. 시험 성적을 잘 받으려면 기존 기출문제들의 이해와 분석은 물론, 풀이과정을 암기 할 정도까지의 학습이 필요합니다. 수능시험은 1994학년도부터 지금까지 이어져 오고 있습니다. 주어진 수험 생활 동안 약 27개년 기출을 완벽하게 정리하기엔 현실적으로 한계가 있는 친구들이 많을겁니다. (수학과목 뿐만 아니라 국어, 영어, 탐구, 한국사 등의 타과목들 공부도 해야하니...) 적어도 최근 기출 10개년 유형만큼은 꼭 정복하고 시험장에 가자는 취지로 10년 기출분석 책을 집필하게 되었습니다.

2. 이 기출문제집의 특징

- [1] 2015 개정 교육과정에 따라 2011학년도~2020학년도(10개년) 평가원/수능 전 문항을 수록하였습니다.
- [2] 문항의 정렬은 단원별, 출제년도 순으로 배치했습니다.
- [3] 빠른답안과 더불어 해설지는 딱딱한 줄 글 형태가 아닌 문제 위에 직접 저자가 아이패드 로 필기하며 작성했습니다.
- [4] 교육부에서 제시하는 과목별 성격, 목표, 내용체계를 수록하였으며, 단원별 학습요소 와 성취기준 및 유의사항을 수록하여 해당단원을 공부함에 있어 학생들에게 철저한 가이드라인을 제시합니다. (단원별 학습요소는 백지복습을 할 때 키워드로 사용하시면 좋습니다.)

확률과 통계

1. 성격

수학과는 수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 습득하여 주변의 여러 가지 현상을 수학적으로 관찰하고 해석하며 논리적으로 사고하고 합리적으로 문제를 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과이다. 수학은 오랜 역사를 통해 인류 문명 발전의 원동력이 되어 왔으며, 세계화·정보화가 가속화되는 미래 사회의 구성원에게 필수적인 역량을 제공한다. 수학 학습을 통해 학생들은 수학의 규칙성과 구조의 아름다움을 음미할 수 있고, 수학의 지식과 기능을 활용하여 수학 문제뿐만 아니라 실생활과 다른 교과의 문제를 창의적으로 해결할 수 있으며, 나아가 세계 공동체의 시민으로서 갖추어야 할 합리적 의사 결정 능력과 민주적 소통 능력을 함양할 수 있다.

일반 선택 과목인 <확률과 통계>는 공통 과목인 <수학>을 학습한 후, 더 높은 수준의 수학을 학습하기를 원하는 학생들이 선택할 수 있는 과목이다. <확률과 통계>의 내용은 ‘경우의 수’, ‘확률’, ‘통계’의 3개의 핵심 개념 영역으로 구성된다. ‘경우의 수’ 영역에서는 원순열, 중복순열, 중복조합, 이항정리를, ‘확률’ 영역에서는 통계적 확률과 수학적 확률, 확률의 성질과 활용, 조건부확률을, ‘통계’ 영역에서는 확률변수와 확률분포, 이항분포, 정규분포, 통계적 추정을 다룬다.

<확률과 통계>에서 학습한 수학의 지식과 기능은 자신의 진로와 적성을 고려하여 선택할 수 있는 수학 일반 선택 과목과 진로 선택 과목, 수학 전문 교과 과목을 학습하기 위한 토대가 되고, 자연과학, 공학, 의학뿐만 아니라, 경제·경영학을 포함한 사회과학, 인문학, 예술 및 체육 분야를 학습하는 데 기초가 되며, 나아가 창의적 역량을 갖춘 융합 인재로 성장할 수 있는 기반을 제공한다. 이를 위해 학생들은 <확률과 통계>의 지식을 이해하고 기능을 습득하는 것과 더불어 문제 해결, 추론, 창의·융합, 의사소통, 정보 처리, 태도 및 실천의 6가지 수학 교과 역량을 길러야 한다.

교과 역량으로서의 문제 해결은 해결 방법을 알고 있지 않은 문제 상황에서 수학의 지식과 기능을 활용하여 해결 전략을 탐색하고 최적의 해결 방안을 선택하여 주어진 문제를 해결하는 능력이고, 추론은 수학적 사실을 추측하고 논리적으로 분석하고 정당화하며 그 과정을 반성하는 능력이다. 창의·융합은 수학의 지식과 기능을 토대로 새롭고 의미 있는 아이디어를 다양하고 풍부하게 산출하고 정교화하며, 여러 수학적 지식, 기능, 경험을 연결하거나 타 교과나 실생활의 지식, 기능, 경험을 수학과 연결·융합하여 새로운 지식, 기능, 경험을 생성하고 문제를 해결하는 능력이다. 의사소통은 수학 지식이나 아이디어, 수학적 활동의 결과, 문제 해결 과정, 신념과 태도 등을 말이나 글, 그림, 기호로 표현하고 다른 사람의 아이디어를 이해하는 능력이고, 정보 처리는 다양한 자료와 정보를 수집, 정리, 분석, 활용하고 적절한 공학적 도구나 교구를 선택, 이용하여, 자료와 정보를 효과적으로 처리하는 능력이다. 끝으로, 태도 및 실천은 수학의 가치를 인식하고 자주적 수학 학습 태도와 민주 시민 의식을 갖추어 실천하는 능력이다.

수학 교과 역량 함양을 통해 학생들은 복잡하고 전문화되어 가는 미래 사회에서 사회 구성원의 역할을 성공적으로 수행할 수 있고, 개인의 잠재력과 재능을 발휘할 수 있으며, 수학의 필요성과 유용성을 이해하고, 수학 학습의 즐거움을 느끼며, 수학에 대한 흥미와 자신감을 기를 수 있다.

2. 목표

수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 습득하며 수학적으로 추론하고 의사소통 하는 능력을 길러, 생활 주변과 사회 및 자연 현상을 수학적으로 이해하고 문제를 합리적이고 창의적으로 해결하며, 수학 학습자로서 바람직한 태도와 실천 능력을 기른다.

가. 사회 및 자연 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 표현하는 경험을 통하여 경우의 수, 확률, 통계에 관련된 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해하고 수학의 기능을 습득한다.

나. 수학적으로 추론하고 의사소통하며, 창의·융합적 사고와 정보 처리 능력을 바탕으로 사회 및 자연 현상을 수학적으로 이해 하고 문제를 합리적이고 창의적으로 해결한다.

다. 수학에 대한 흥미와 자신감을 갖고 수학의 역할과 가치를 이해하며 수학 학습자로서 바람직한 태도와 실천 능력을 기른다.

3. 내용 체계

영역	핵심개념	일반화된 지식	내용 요소	기능
확률과 통계	경우의 수	다양한 상황과 맥락에서 경우의 수를 구하는 체계적인 방법이 존재한다.	<ul style="list-style-type: none"> • 순열과 조합 • 이항정리 	세기 분류하기 수량화하기 형식화하기 비교하기 계산하기 이해하기 설명하기 공학적 도구 활용하기 수집하기 조사하기 정리하기 분석하기 해석하기 추론하기 판단하기
	확률	사건이 일어날 가능성을 수치화한 확률은 의사 결정을 위한 중요한 도구이다.	<ul style="list-style-type: none"> • 확률의 뜻과 활용 • 조건부확률 	
	통계	자료를 수집하고 정리하여 결과를 분석하고 추정하는 통계는 현대 정보화 사회의 불확실성을 이해하고 미래를 예측하는 중요한 도구이다.	<ul style="list-style-type: none"> • 확률분포 • 통계적 추정 	

CONTENTS

A T T E N T I O N

01	경우의 수 (60문제)	07
	[1] 순열과 조합 [2] 이항정리	
02	확률 (112문제)	28
	[1] 확률의 뜻과 활용 [2] 조건부확률	
03	통계 (80문제)	62
	[1] 확률분포 [2] 통계적 추정	
04	바른정답	92

01

경우의 수

다양한 상황과 맥락에서 경우의 수를 구하는 체계적인 방법이 존재한다. 경우의 수에서는 사건이 일어날 수 있는 모든 경우를 분류하고 조직하는 수학적 사고를 경험함으로써 일상생활에서 어떤 일을 계획하고 의사 결정을 할 때 일어나는 사건을 예측할 수 있는 능력을 기를 수 있다.

성취기준

1. 순열과 조합

- (1) 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다.
- (2) 중복조합을 이해하고, 중복조합의 수를 구할 수 있다.

2. 이항정리

- (1) 이항정리를 이해하고 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있다.

(가) 학습 요소

- 원순열, 중복순열, 중복조합, 이항정리, 이항계수, 파스칼의 삼각형, ${}_n P_r$, ${}_n H_r$

(나) 교수, 학습 방법 및 유의 사항

- ‘염주순열’과 ‘같은 것이 있는 원순열’은 다루지 않는다.
- 중복순열, 중복조합을 실생활 문제 해결에 활용해 봄으로써 그 유용성을 인식하게 한다.

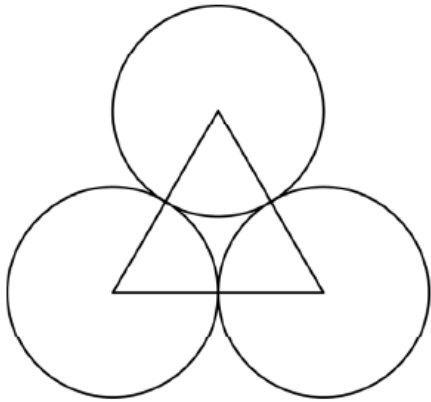
(다) 평가 방법 및 유의사항

- 허수단위 i 가 포함된 이항정리에 관한 문제는 다루지 않는다.
- 항이 세 개 이상인 다항정리에 관한 문제는 다루지 않는다.

1-1 순열과 조합 기출문제

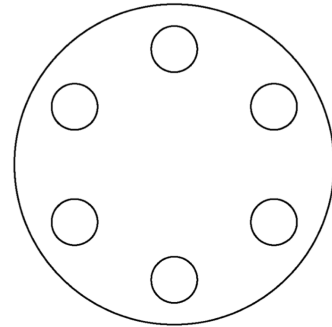
원순열

001 (2012(6)-가형15)
그림과 같이 서로 접하고 크기가 같은 원 3개와 이 세 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 정삼각형이 있다. 원의 내부 또는 정삼각형의 내부에 만들어지는 7개의 영역에 서로 다른 7가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



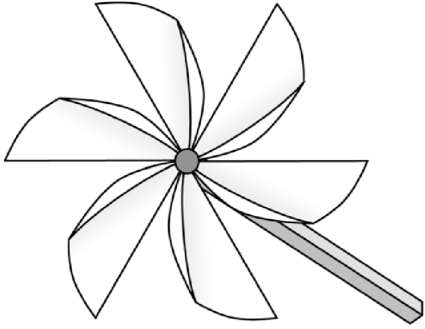
- ① 1260 ② 1680 ③ 2520
- ④ 3760 ⑤ 5040

002 (2012(9)-가형6)
그림과 같이 최대 6개의 용기를 넣을 수 있는 원형의 실험 기구가 있다. 서로 다른 6개의 용기 A, B, C, D, E, F를 이 실험 기구에 모두 넣을 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



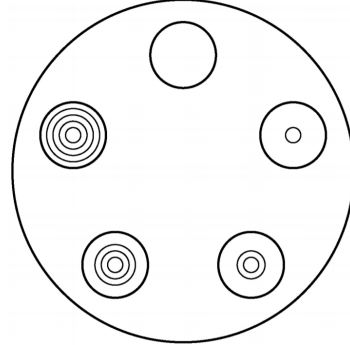
- ① 36 ② 48 ③ 60
- ④ 72 ⑤ 84

003 (2014(예비)-B형6)
 빨간색과 파란색을 포함한 서로 다른 6가지의 색을 모두 사용하여, 날개가 6개인 바람개비의 각 날개에 색칠하려고 한다. 빨간색과 파란색을 서로 맞은편의 날개에 칠하는 경우의 수는? (단, 각 날개에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치 하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 12
- ② 18
- ③ 24
- ④ 30
- ⑤ 36

004 (2018(9)-나형6)
 서로 다른 5개의 접시를 원 모양의 식탁에 일정한 간격을 두고 원형으로 놓는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치 하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 6
- ② 12
- ③ 18
- ④ 24
- ⑤ 30

중복순열

005 (2011-가형6/나형6) 어느 행사장에는 현수막을 1개씩 설치할 수 있는 장소가 5곳이 있다. 현수막은 A, B, C 세 종류가 있고, A는 1개, B는 4개, C는 2개가 있다. 다음 조건을 만족시키도록 현수막 5개를 택하여 5곳에 설치할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 현수막끼리는 구분하지 않는다.) [3점]

- (가) A는 반드시 설치한다.
- (나) B는 2곳 이상 설치한다.

- ① 55 ② 65 ③ 75
- ④ 85 ⑤ 95

006 (2016(6)-B형9) 서로 다른 종류의 연필 5자루를 4명의 학생 A, B, C, D에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

- ① 1024 ② 1034 ③ 1044
- ④ 1054 ⑤ 1064

007 (2017(9)-가형18) 서로 다른 과일 5개를 3개의 그릇 A, B, C에 남김없이 담으려고 할 때, 그릇 A에는 과일 2개만 담는 경우의 수는? (단, 과일을 하나도 담지 않은 그릇이 있을 수 있다.) [4점]

- ① 60 ② 65 ③ 70
- ④ 75 ⑤ 80

008 (2017-가형5) 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는? [3점]

- ① 115 ② 120 ③ 125
- ④ 130 ⑤ 135

009 (2018-가형18) 서로 다른 공 4개를 남김없이 서로 다른 상자 4개에 나누어 넣으려고 할 때, 넣은 공의 개수가 1인 상자가 있도록 넣는 경우의 수는? (단, 공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있다.) [4점]

- ① 220 ② 216 ③ 212
④ 208 ⑤ 204

010 (2019(6)-가형27) 세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a 가 두 번 이상 나오는 경우의 수를 구하시오. [4점]



같은 것을 포함한 순열

011 (2011(6)-나형28) 1개의 본사와 5개의 지사로 이루어진 어느 회사의 본사로부터 각 지사까지의 거리가 표와 같다.

지사	가	나	다	라	마
거리(km)	50	50	100	150	200

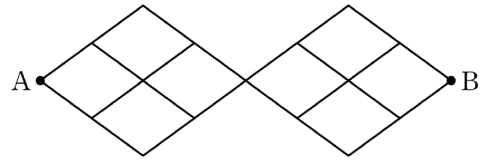
본사에서 각 지사에 A, B, C, D, E를 지사장으로 각각 발령할 때, A보다 B가 본사로부터 거리가 먼 지사의 지사장이 되도록 5명을 발령하는 경우의 수는? [4점]

- ① 50 ② 52 ③ 54
 ④ 56 ⑤ 58

012 (2012-가형5) 흰 색 깃발 5개, 파란색 깃발 5개를 일렬로 모두 나열할 때, 양 끝에 흰색 깃발이 놓이는 경우의 수는? (단, 같은 색 깃발끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

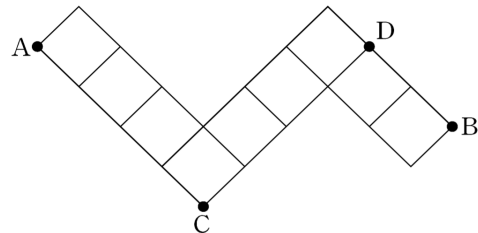
- ① 56 ② 63 ③ 70
 ④ 77 ⑤ 84

013 (2013(9)-가형5) 그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]



- ① 24 ② 28 ③ 32
 ④ 36 ⑤ 40

014 (2013-가형5) 그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 C 지점을 지나지 않고, D 지점도 지나지 않으면서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]

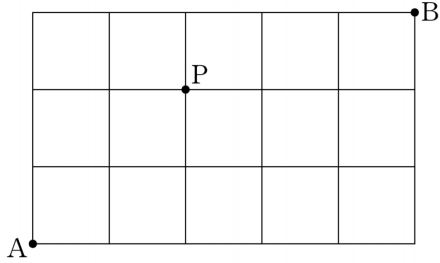


- ① 26 ② 24 ③ 22
 ④ 20 ⑤ 18

015 (2014(6)-B형5) 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 2가 적혀 있는 카드는 4가 적혀 있는 카드보다 왼쪽에 나열하고 홀수가 적혀 있는 카드는 작은 수부터 크기 순서로 왼쪽부터 나열하는 경우의 수는? [3점]

- ① 56 ② 60 ③ 64
 ④ 68 ⑤ 72

(2018(6)-나형7)
016 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다.
 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 P 지점을 지나
 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]



- ① 16 ② 18 ③ 20
 ④ 22 ⑤ 24

(2020-가형28/나형19)
017 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 다섯
 개를 다음 조건을 만족시키도록 선택한 후, 일렬로 나열
 하여 만들 수 있는 모든 다섯 자리의 자연수의 개수를
 구하시오. [4점]

- (가) 각각의 홀수는 선택하지 않거나 한 번만
 선택한다.
 (나) 각각의 짝수는 선택하지 않거나 두 번만
 선택한다.

1-2 이항정리 기출문제

중복조합

018 (2011(6)-나형30)
0을 한 개 이하 사용하여 만든 세 자리 자연수 중에서 각 자리의 수의 합이 3인 자연수는 111, 120, 210, 102, 201이다. 0을 한 개 이하 사용하여 만든 다섯 자리 자연수 중에서 각 자리의 수의 합이 5인 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

019 (2011(6)-가형30이산수학)
어느 상담교사는 월요일, 화요일, 수요일 3일 동안 학생 9명과 상담하기 위하여 상담 계획표를 작성하려고 한다.

[상담 계획표]

요일	월요일	화요일	수요일
학생 수(명)	a	b	c

상담 교사는 각 학생과 한 번만 상담하고, 요일별로 적어도 한 명의 학생과 상담한다. 상담 계획표에 학생 수만을 기록할 때, 작성할 수 있는 상담 계획표의 가짓수를 구하시오. (단, a, b, c 는 자연수이다.) [4점]

020 (2012(6)-가형22)
방정식 $x + y + z = 17$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 에 대하여 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하시오. [3점]

021 (2012-가형22)
자연수 r 에 대하여 ${}_3H_r = {}_7C_2$ 일 때, ${}_5H_r$ 의 값을 구하시오. [3점]

022 (2014(예비)-A형27)
 $(a + b + c)^4(x + y)^3$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수를 구하시오. [4점]

(2013(6)-가형25)
023 방정식 $x + y + z + w = 4$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수해의 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하시오. [3점]

(2013-나형12)
024 같은 종류의 주스 4병, 같은 종류의 생수 2병, 우유 1병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?
(단, 1병도 받지 못하는 사람이 있을 수 있다.) [3점]

① 330 ② 315 ③ 300
④ 285 ⑤ 270

(2014(6)-B형10)
025 고구마피자, 새우피자, 불고기피자 중에서 m 개를 주문하는 경우의 수가 36일 때, 고구마피자, 새우피자, 불고기피자를 적어도 하나씩 포함하여 m 개를 주문하는 경우의 수는? [3점]

① 12 ② 15 ③ 18
④ 21 ⑤ 24

(2014(9)-A형10)
026 $3 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 10$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [3점]

① 240 ② 270 ③ 300
④ 330 ⑤ 360

(2014(9)-B형8)
027 방정식 $x + y + z = 4$ 를 만족시키는 -1 이상의 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [3점]

① 21 ② 28 ③ 36
④ 45 ⑤ 56

(2014-A형18)
028 흰색 탁구공 8개와 주황색 탁구공 7개를 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 각 학생이 흰색 탁구공과 주황색 탁구공을 각각 한 개 이상 갖도록 나누어 주는 경우의 수는? [4점]

① 295 ② 300 ③ 305
④ 310 ⑤ 315



10개년 기술분석에 집중하다

ATTENT!ON



어경훈(어피셜) 저자 소개

■ 학력 및 경력

- (1) 성균관대학교 컴퓨터교육과 & 수학교육과 복수전공 5학년 재학
- (2) 성균관대학교 2014학년도 정시 우선선발 합격
- (3) 7년 연속 그룹과외 및 학원 강의 경력
- (4) 現 강남(서초), 대치 오르비 학원 출강
- (5) 2019 대한민국 인재상 (교육부장관상) 수상
- (6) 2019 성균가족상 (성균관대학교 총장상) 수상
- (7) 2020 스마트미디어 (과학기술정보통신부 장관상) 수상
- (8) 수학 유튜브 채널, 어피셜 운영

■ (제 학생들에게) 이 책의 저자로서 수학강사로서의 한마디

저는 고등학교 시절, 수학을 제일 잘했고 좋아했습니다. 또한, 가르치는 것에 흥미가 있어 자연스럽게 선생님이라는 직업을 1순위로 골랐습니다. 공부 밖에 안해봤던 저는 다양한 경험을 해보고자 10개 이상의 동아리, 책 집필, 인턴, 강연활동 등을 하며 대학시절을 보냈고, 최종적으로 가르치는 직업이 저와 가장 잘 맞는 것을 알았습니다. 요즘은 하나만 잘한다고 되는 시대가 아닙니다. 세상은 다양한 경험과 실력을 겸비한 융합인재를 원합니다. 저는 학생들이 저를 통해 수학지식은 물론이거니와 제가 경험한 다양한 것들을 바탕으로 긍정적인 부분들을 많이 얻어갔으면 합니다. 항상 학생들 입장에서 생각하며 가르치는 지식 전달자와, 정신적 멘토 역할을 겸비한 지도자가 되겠습니다. 마지막으로, 2019 대한민국 인재상 시상식에서 교육부 장관님께서 하신 말씀이 생각이 납니다. 세상에 독특한 영재는 많지만 지성과 배려심을 갖춘 인재는 드물다는 말이었습니다. 20대에 받을 수 있는 최고의 상을 수상한 만큼 이에 걸맞는 사람이 되도록 항상 노력하고 학생들에게 선한 영향력을 행사하는 사람이 되겠습니다.

여러분 모두 항상 긍정적인 마인드로 열심히 수험생활 하시길 바라며 수능대박 진심으로 응원합니다. 파이팅!!



A T T E N T I O N

1. 왜 10년인가?

현재 수능 수학시험은 대다수(30문항 중 25문항 이상)가 기출문제에서 문제은행 형식으로 출제됩니다. 시험 성적을 잘 받으려면 기존 기출문제들의 이해와 분석은 물론, 풀이과정을 암기 할 정도까지의 학습이 필요합니다. 수능시험은 1994학년도부터 지금까지 이어져 오고 있습니다. 주어진 수험 생활 동안 약 27개년 기출을 완벽하게 정리하기엔 현실적으로 한계가 있는 친구들이 많을겁니다. (수학과목 뿐만 아니라 국어, 영어, 탐구, 한국사 등의 타과목들 공부도 해야하니...) 적어도 최근 기출 10개년 유형만큼은 꼭 정복하고 시험장에 가자는 취지로 10년 기출분석 책을 집필하게 되었습니다.

2. 이 기출문제집의 특징

- [1] 2015 개정 교육과정에 따라 2011학년도~2020학년도(10개년) 평가원/수능 전 문항을 수록하였습니다.
- [2] 문항의 정렬은 단원별, 출제년도 순으로 배치했습니다.
- [3] 빠른답안과 더불어 해설지는 딱딱한 줄 글 형태가 아닌 문제 위에 직접 저자가 아이패드로 필기하며 작성했습니다.
- [4] 교육부에서 제시하는 과목별 성격, 목표, 내용체계를 수록하였으며, 단원별 학습요소와 성취기준 및 유의사항을 수록하여 해당단원을 공부함에 있어 학생들에게 철저한 가이드라인을 제시합니다. (단원별 학습요소는 백지복습을 할 때 키워드로 사용하시면 좋습니다.)

확률과 통계

1. 성격

수학과는 수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 습득하여 주변의 여러 가지 현상을 수학적으로 관찰하고 해석하며 논리적으로 사고하고 합리적으로 문제를 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과이다. 수학은 오랜 역사를 통해 인류 문명 발전의 원동력이 되어 왔으며, 세계화·정보화가 가속화되는 미래 사회의 구성원에게 필수적인 역량을 제공한다. 수학 학습을 통해 학생들은 수학의 규칙성과 구조의 아름다움을 음미할 수 있고, 수학의 지식과 기능을 활용하여 수학 문제뿐만 아니라 실생활과 다른 교과의 문제를 창의적으로 해결할 수 있으며, 나아가 세계 공동체의 시민으로서 갖추어야 할 합리적 의사 결정 능력과 민주적 소통 능력을 함양할 수 있다.

일반 선택 과목인 <확률과 통계>는 공통 과목인 <수학>을 학습한 후, 더 높은 수준의 수학을 학습하기를 원하는 학생들이 선택할 수 있는 과목이다. <확률과 통계>의 내용은 '경우의 수', '확률', '통계'의 3개의 핵심 개념 영역으로 구성된다. '경우의 수' 영역에서는 원순열, 중복순열, 중복조합, 이항정리를, '확률' 영역에서는 통계적 확률과 수학적 확률, 확률의 성질과 활용, 조건부확률을, '통계' 영역에서는 확률변수와 확률분포, 이항분포, 정규분포, 통계적 추정을 다룬다.

<확률과 통계>에서 학습한 수학의 지식과 기능은 자신의 진로와 적성을 고려하여 선택할 수 있는 수학 일반 선택 과목과 진로 선택 과목, 수학 전문 교과 과목을 학습하기 위한 토대가 되고, 자연과학, 공학, 의학뿐만 아니라, 경제·경영학을 포함한 사회과학, 인문학, 예술 및 체육 분야를 학습하는 데 기초가 되며, 나아가 창의적 역량을 갖춘 융합 인재로 성장할 수 있는 기반을 제공한다. 이를 위해 학생들은 <확률과 통계>의 지식을 이해하고 기능을 습득하는 것과 더불어 문제 해결, 추론, 창의·융합, 의사소통, 정보 처리, 태도 및 실천의 6가지 수학 교과 역량을 길러야 한다.

교과 역량으로서의 문제 해결은 해결 방법을 알고 있지 않은 문제 상황에서 수학의 지식과 기능을 활용하여 해결 전략을 탐색하고 최적의 해결 방안을 선택하여 주어진 문제를 해결하는 능력이고, 추론은 수학적 사실을 추측하고 논리적으로 분석하고 정당화하며 그 과정을 반성하는 능력이다. 창의·융합은 수학의 지식과 기능을 토대로 새롭고 의미 있는 아이디어를 다양하고 풍부하게 산출하고 정교화하며, 여러 수학적 지식, 기능, 경험을 연결하거나 타 교과나 실생활의 지식, 기능, 경험을 수학과 연결·융합하여 새로운 지식, 기능, 경험을 생성하고 문제를 해결하는 능력이다. 의사소통은 수학 지식이나 아이디어, 수학적 활동의 결과, 문제 해결 과정, 신념과 태도 등을 말이나 글, 그림, 기호로 표현하고 다른 사람의 아이디어를 이해하는 능력이고, 정보 처리는 다양한 자료와 정보를 수집, 정리, 분석, 활용하고 적절한 공학적 도구나 교구를 선택, 이용하여, 자료와 정보를 효과적으로 처리하는 능력이다. 끝으로, 태도 및 실천은 수학의 가치를 인식하고 자주적 수학 학습 태도와 민주 시민 의식을 갖추어 실천하는 능력이다.

수학 교과 역량 함양을 통해 학생들은 복잡하고 전문화되어 가는 미래 사회에서 사회 구성원의 역할을 성공적으로 수행할 수 있고, 개인의 잠재력과 재능을 발휘할 수 있으며, 수학의 필요성과 유용성을 이해하고, 수학 학습의 즐거움을 느끼며, 수학에 대한 흥미와 자신감을 기를 수 있다.

2. 목표

수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 습득하며 수학적으로 추론하고 의사소통 하는 능력을 길러, 생활 주변과 사회 및 자연 현상을 수학적으로 이해하고 문제를 합리적이고 창의적으로 해결하며, 수학 학습자로서 바람직한 태도와 실천 능력을 기른다.

가. 사회 및 자연 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 표현하는 경험을 통하여 경우의 수, 확률, 통계에 관련된 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해하고 수학의 기능을 습득한다.

나. 수학적으로 추론하고 의사소통하며, 창의·융합적 사고와 정보 처리 능력을 바탕으로 사회 및 자연 현상을 수학적으로 이해 하고 문제를 합리적이고 창의적으로 해결한다.

다. 수학에 대한 흥미와 자신감을 갖고 수학의 역할과 가치를 이해하며 수학 학습자로서 바람직한 태도와 실천 능력을 기른다.

3. 내용 체계

영역	핵심개념	일반화된 지식	내용 요소	기능
확률과 통계	경우의 수	다양한 상황과 맥락에서 경우의 수를 구하는 체계적인 방법이 존재한다.	<ul style="list-style-type: none"> • 순열과 조합 • 이항정리 	세기 분류하기 수량화하기 형식화하기 비교하기
	확률	사건이 일어날 가능성을 수치화 한 확률은 의사 결정을 위한 중요한 도구이다.	<ul style="list-style-type: none"> • 확률의 뜻과 활용 • 조건부확률 	계산하기 이해하기 설명하기 공학적 도구 활용하기
	통계	자료를 수집하고 정리하여 결과를 분석하고 추정하는 통계는 현대 정보화 사회의 불확실성을 이해하고 미래를 예측하는 중요한 도구이다.	<ul style="list-style-type: none"> • 확률분포 • 통계적 추정 	수집하기 조사하기 정리하기 분석하기 해석하기 추론하기 판단하기

CONTENTS

A T T E N T I O N

01	경우의 수 (60문제) [1] 순열과 조합 [2] 이항정리	07
02	확률 (112문제) [1] 확률의 뜻과 활용 [2] 조건부확률	28
03	통계 (80문제) [1] 확률분포 [2] 통계적 추정	62
04	바른정답	92

01

경우의 수

다양한 상황과 맥락에서 경우의 수를 구하는 체계적인 방법이 존재한다. 경우의 수에서는 사건이 일어날 수 있는 모든 경우를 분류하고 조직하는 수학적 사고를 경험함으로써 일상생활에서 어떤 일을 계획하고 의사 결정을 할 때 일어나는 사건을 예측할 수 있는 능력을 기를 수 있다.

성취기준

1. 순열과 조합

- (1) 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다.
- (2) 중복조합을 이해하고, 중복조합의 수를 구할 수 있다.

2. 이항정리

- (1) 이항정리를 이해하고 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있다.

(가) 학습 요소

- 원순열, 중복순열, 중복조합, 이항정리, 이항계수, 파스칼의 삼각형, ${}_n P_r$, ${}_n H_r$

(나) 교수, 학습 방법 및 유의 사항

- ‘염주순열’과 ‘같은 것이 있는 원순열’은 다루지 않는다.
- 중복순열, 중복조합을 실생활 문제 해결에 활용해 봄으로써 그 유용성을 인식하게 한다.

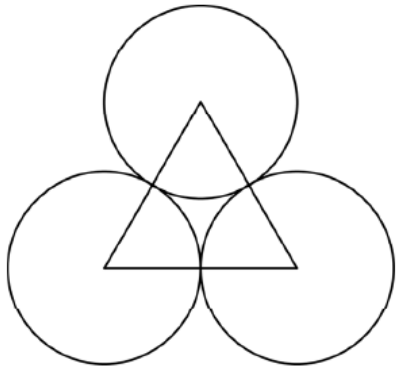
(다) 평가 방법 및 유의사항

- 허수단위 i 가 포함된 이항정리에 관한 문제는 다루지 않는다.
- 항이 세 개 이상인 다항정리에 관한 문제는 다루지 않는다.

1-1 순열과 조합 기출문제

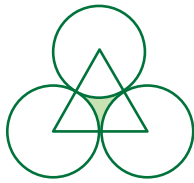
원순열

001 (2012(6)-가형15)
그림과 같이 서로 접하고 크기가 같은 원 3개와 이 세 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 정삼각형이 있다. 원의 내부 또는 정삼각형의 내부에 만들어지는 7개의 영역에 서로 다른 7가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

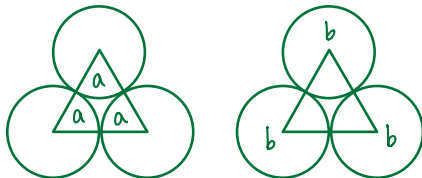


- ① 1260 ② 1680 ③ 2520
④ 3760 ⑤ 5040

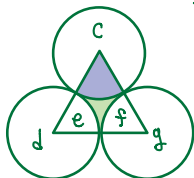
(1) 가운데에 색칠하는 경우의 수 : 7



(2) 그 다음색을 칠하는 경우의 수 : 2 (a영역, b영역 각 영역끼리 구분X)

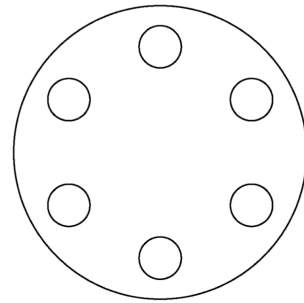


(3) 위에서 a영역에 색칠되었다고 한다면 남은 다섯자라는 서로 구별이 되므로 칠하는 경우의 수는 : 5!



$$\therefore 2 \times 7 \times 5! = 1680 //$$

002 (2012(9)-가형6)
그림과 같이 최대 6개의 용기를 넣을 수 있는 원형의 실험 기구가 있다. 서로 다른 6개의 용기 A, B, C, D, E, F를 이 실험 기구에 모두 넣을 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 36 ② 48 ③ 60
④ 72 ⑤ 84

(1) 먼저 A와 B를 이웃하게 한다.

$\boxed{A, B}, C, D, E, F$

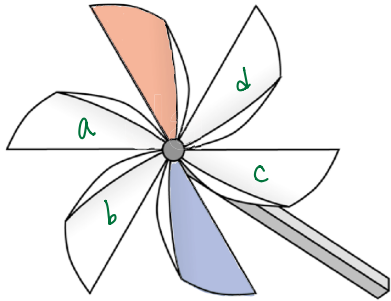
(2) A와 B가 자리를 바꾸는 경우의 수 : 2

$\boxed{B, A}, C, D, E, F$

(3) 총 5덩어리를 원형에 배열하는 경우의 수 : 4!

$$\therefore 2 \times 4! = 48 //$$

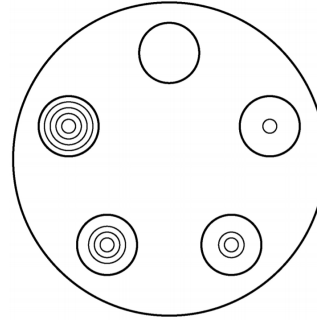
003 (2014(예비)-B형6) 빨간색과 파란색을 포함한 서로 다른 6가지의 색을 모두 사용하여, 날개가 6개인 바람개비의 각 날개에 색칠하려고 한다. 빨간색과 파란색을 서로 맞은편의 날개에 칠하는 경우의 수는? (단, 각 날개에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치 하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 12 ② 18 ③ 24
 ④ 30 ⑤ 36

(1) 빨간색을 칠하는 경우의 수: 1
 (운순열이라 자리 구별이 안되므로)
 (2) 파란색을 칠하는 경우의 수: 1
 (빨간색 맞은편으로 자동으로 칠해짐)
 (3) a, b, c, d 영역에 나머지 색을 칠하는 경우의 수: 4!
 $\therefore |x| \times 4! = 24$

004 (2018(9)-나형6) 서로 다른 5개의 접시를 원 모양의 식탁에 일정한 간격을 두고 원형으로 놓는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치 하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 6 ② 12 ③ 18
 ④ 24 ⑤ 30

(1) 서로 다른 5개의 접시를 배열하는 원순열의 수: 4!
 $\therefore 4! = 24$

중복순열

(2011-가형6/나형6)

- 005** 어느 행사장에는 현수막을 1개씩 설치할 수 있는 장소가 5곳이 있다. 현수막은 A, B, C 세 종류가 있고, A는 1개, B는 4개, C는 2개가 있다. 다음 조건을 만족시키도록 현수막 5개를 택하여 5곳에 설치할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 현수막끼리는 구분하지 않는다.) [3점]

- (가) A는 반드시 설치한다.
(나) B는 2곳 이상 설치한다.

- ① 55 ② 65 ③ 75
④ 85 ⑤ 95

"A 현수막은 반드시 설치한다"

- (1) B가 설치되는 장소가 2곳인 경우
현수막 A, B, B, C, C를 5곳에 배열하는 경우의 수: $\frac{5!}{2!2!} = 30$
- (2) B가 설치되는 장소가 3곳인 경우
현수막 A, B, B, B, C를 5곳에 배열하는 경우의 수: $\frac{5!}{3!} = 20$
- (3) B가 설치되는 장소가 4곳인 경우
현수막 A, B, B, B, B를 5곳에 배열하는 경우의 수: $\frac{5!}{4!} = 5$
- $\therefore 30+20+5 = 55$

(2016(6)-B형9)

- 006** 서로 다른 종류의 연필 5자루를 4명의 학생 A, B, C, D에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

- ① 1024 ② 1034 ③ 1044
④ 1054 ⑤ 1064

1번 연필을 받게 될 사람은 학생 A, B, C, D 중 한명이므로 4가지
2번 연필을 받게 될 사람은 학생 A, B, C, D 중 한명이므로 4가지
3번 연필을 받게 될 사람은 학생 A, B, C, D 중 한명이므로 4가지
4번 연필을 받게 될 사람은 학생 A, B, C, D 중 한명이므로 4가지
5번 연필을 받게 될 사람은 학생 A, B, C, D 중 한명이므로 4가지

$\therefore 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5 = 1024$

* 서로 다른 4명의 학생에게 중복을 허락하여
서로 다른 5자루의 연필을 나누어 주는 경우의 수이므로 $4P_5 = 4^5 = 1024$

(2017(9)-가형18)

- 007** 서로 다른 과일 5개를 3개의 그릇 A, B, C에 남김없이 담으려고 할 때, 그릇 A에는 과일 2개만 담는 경우의 수는? (단, 과일을 하나도 담지 않은 그릇이 있을 수 있다.) [4점]

- ① 60 ② 65 ③ 70
④ 75 ⑤ 80

- (1) A 그릇에 담을 2개의 과일을 정하는 경우의 수 = ${}_5C_2 = 10$ 가지
(2) 남은 3개의 과일은 각각 B그릇 또는 C그릇에 담기므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$ 가지
 $\therefore 10 \times 8 = 80$ 가지

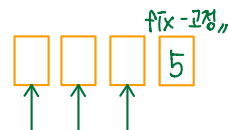
* 서로 다른 2개의 그릇에 중복을 허락하여
서로 다른 과일 3개를 담는 경우의 수이므로 $2P_3 = 2^3 = 8$ 가지

(2017-가형5)

- 008** 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는? [3점]

- ① 115 ② 120 ③ 125
④ 130 ⑤ 135

네 자리 자연수가 5의 배수가 되려면 일의 자리에 반드시 5가 와야한다



이 세 자리는 1, 2, 3, 4, 5 중에 중복을 허락해 아무숫자나 올 수 있다.
 $5 \times 5 \times 5 = 125$

* 서로 다른 5가지 수중에 중복을 허락하여
3개의 수를 뽑아 나열하는 경우의 수이므로 $5P_3 = 5^3 = 125$

(2018-가형18)

009 서로 다른 공 4개를 남김없이 서로 다른 상자 4개에 나누어 넣으려고 할 때, 넣은 공의 개수가 1인 상자가 있도록 넣는 경우의 수는? (단, 공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있다.) [4점]

- ① 220 ② 216 ③ 212
- ④ 208 ⑤ 204

(1) 공이 1/1/1/1 들어가는 경우
서로 다른 4개의 주머니에 배치: $4!$

(2) 공이 0/1/1/2 들어가는 경우

- ① 같은 주머니에 들어갈 2개의 공을 고른다: ${}_4C_2$
- ② 공 2개가 들어갈 주머니를 고른다: ${}_4C_1$
- ③ 남은 3개의 주머니에서 공이 1개씩 들어갈 2개의 주머니를 골라 넣는다: ${}_3P_2$

(3) 공이 0/0/1/3 들어가는 경우

- ① 같은 주머니에 들어갈 3개의 공을 고른다: ${}_4C_3$
- ② 공 3개가 들어갈 주머니를 고른다: ${}_4C_1$
- ③ 공 1개가 들어갈 주머니를 고른다: ${}_3C_1$

$\therefore 4! + {}_4C_2 \cdot {}_4C_1 \cdot {}_3P_2 + {}_4C_3 \cdot {}_4C_1 \cdot {}_3C_1 = 216 //$

(2019(6)-가형27)

010 세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a 가 두 번 이상 나오는 경우의 수를 구하십시오. [4점]

여사건! ←

(1) 전체 경우의 수: ${}_3P_4 = 3^4 = 81$ 가지

(2) 문자 a 가 한번만 나올 경우

- ① 몇번째 자리에 넣지 고르는 경우의 수: 4가지
- ② 나머지 자리에 b, c 중 중복을 허락하여 3개를 택해 나열하는 경우의 수: ${}_2P_3 = 2^3 = 8$ 가지

(3) 문자 a 가 안 나올 경우

두 문자 b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하는 경우의 수: ${}_2P_4 = 2^4 = 16$ 가지

$\therefore 81 - 32 - 16 = 33 //$

같은 것을 포함한 순열

- 011 (2011(6)-나형28)
1개의 본사와 5개의 지사로 이루어진 어느 회사의 본사로부터 각 지사까지의 거리가 표와 같다.

지사	가	나	다	라	마
거리(km)	50	50	100	150	200

본사에서 각 지사에 A, B, C, D, E를 지사장으로 각각 발령할 때, A보다 B가 본사로부터 거리가 먼 지사의 지사장이 되도록 5명을 발령하는 경우의 수는? [4점]

- ① 50 ② 52 ③ 54
④ 56 ⑤ 58

- (1) A를 가나 지사에 발령하는 경우의 수: 2
B를 다라라마 지사에 발령하는 경우의 수: 3
C, D, E를 발령하는 경우의 수: 3!
(2) A와 B를 다라마로 발령하는 경우의 수: ${}_3C_2$ ($\because A < B$)
C, D, E를 발령하는 경우의 수: 3!
 $\therefore 2 \times 3 \times 3! + {}_3C_2 \times 3! = 54$

- 012 (2012-가형5)
흰색 깃발 5개, 파란색 깃발 5개를 일렬로 모두 나열할 때, 양 끝에 흰색 깃발이 놓이는 경우의 수는? (단, 같은 색 깃발끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- ① 56 ② 63 ③ 70
④ 77 ⑤ 84

○ 흰 ○ 흰 ○ 흰 ○ 흰 ○ 흰 ○ 파 ○ 파 ○ 파 ○ 파 ○ 파

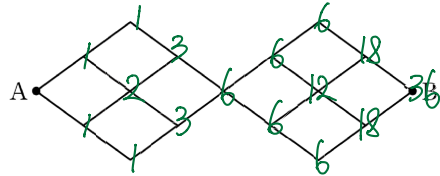
(1) 양 끝에 흰색을 고정시킨다.

○ 흰 ~~~~~ ○ 흰

(2) 나머지 흰색 3개, 파란색 5개를 나열하면 같은 것이 있는 경우의 수: $\frac{8!}{3!5!}$

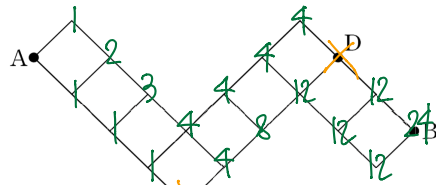
$$\therefore \frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3!5!} = 56$$

- 013 (2013(9)-가형5)
그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]



- ① 24 ② 28 ③ 32
④ 36 ⑤ 40

- 014 (2013-가형5)
그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 C 지점을 지나지 않고, D 지점도 지나지 않으면서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]



- ① 26 ② 24 ③ 22
④ 20 ⑤ 18

- 015 (2014(6)-B형5)
1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 2가 적혀 있는 카드는 4가 적혀 있는 카드보다 왼쪽에 나열하고, 홀수가 적혀 있는 카드는 작은 수부터 크기 순서로 왼쪽부터 나열하는 경우의 수는? [3점]

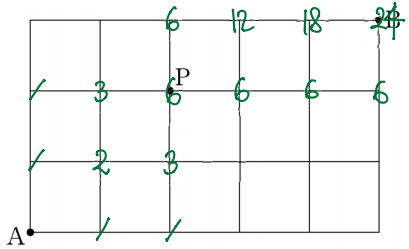
- ① 56 ② 60 ③ 64
④ 68 ⑤ 72

(1) 2와 4는 홀수는 △로 놓고 나열한다

$$\frac{6!}{3!2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{2!2!} = 60$$

△ ☆ △ ☆ △ 6

016 (2018(6)-나형7)
그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다.
이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 P 지점을 지나
B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]



- ① 16
- ② 18
- ③ 20
- ④ 22
- ⑤ 24

017 (2020-가형28/나형19)
숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 다섯
개를 다음 조건을 만족시키도록 선택한 후, 일렬로 나열
하여 만들 수 있는 모든 다섯 자리의 자연수의 개수를
구하시오. [4점]

- (가) 각각의 홀수는 선택하지 않거나 한 번만 선택한다.
- (나) 각각의 짝수는 선택하지 않거나 두 번만 선택한다.

(1) 홀수 1, 3, 5 가 다 쓰이는 경우의 수: 1
한 개의 짝수를 골라주면 된다 → 경우의 수: 3
ex) 1, 3, 5, 2, 2 → 배열하는 경우의 수: $\frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 60$
즉, $1 \times 3 \times 60 = 180$

(2) 홀수 1, 3, 5 중에 하나만 고르는 경우의 수: 3
두 개의 짝수를 골라주면 된다 → 경우의 수: 3C_2
ex) 1, 2, 2, 6, 6 → 배열하는 경우의 수: $\frac{5!}{2!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!2!} = 30$
즉, $3 \times {}^3C_2 \times 30 = 270$

∴ $180 + 270 = 450$ //

1-2 이항정리 기출문제

중복조합

018 (2011(6)-나형30) 0을 한 개 이하 사용하여 만든 세 자리 자연수 중에서 각 자리의 수의 합이 3인 자연수는 111, 120, 210, 102, 201이다. 0을 한 개 이하 사용하여 만든 다섯 자리 자연수 중에서 각 자리의 수의 합이 5인 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

(1) 0을 한 개 사용하는 경우
 → 0이 올 자리를 고르는 경우 : 4가지 (일번 자리가 0이라고 하자)
 (맨 앞자리에는 0이오면 다섯자리 자리가 아시기 때문에 0이 올 수 없다)
 $\boxed{a} \boxed{b} \boxed{c} \boxed{d} \boxed{0} \rightarrow a+b+c+d=5$ ($a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1, d \geq 1$)
 $a-1=a', b-1=b', c-1=c', d-1=d'$ 라 하면
 $a'+b'+c'+d'=1$
 $\underbrace{a'+b'+c'+d'}_{=a'=b'=c'=d'} = 1$ ($a' \geq 0, b' \geq 0, c' \geq 0, d' \geq 0$)
 이 방정식의 해의 개수 (a', b', c', d')의 개수
 서로 다른 4개 중에서 중복 없이 1개를 뽑는 중복조합의 수와 같다 → 4H_1
 즉, $4 \times 4 = 16$ 가지

(2) 0을 사용하지 않는 경우 : 1가지
 $\boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1}$ $\therefore |6+1| = 17$

019 (2011(6)-가형30이산수학) 어느 상담교사는 월요일, 화요일, 수요일 3일 동안 학생 9명과 상담하기 위하여 상담 계획표를 작성하려고 한다.

[상담 계획표]

요일	월요일	화요일	수요일
학생 수(명)	a	b	c

상담 교사는 각 학생과 한 번만 상담하고, 요일별로 적어도 한 명의 학생과 상담한다. 상담 계획표에 학생 수만을 기록할 때, 작성할 수 있는 상담 계획표의 가짓수를 구하시오. (단, a, b, c는 자연수이다.) [4점]

$a+b+c=9$ ($a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$)
 $a-1=a', b-1=b', c-1=c'$ 라 하면,
 $a'+b'+c'=6$ ($a' \geq 0, b' \geq 0, c' \geq 0$)
 ${}^3H_6 = {}^8C_6 = {}^8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$

020 (2012(6)-가형22) 방정식 $x+y+z=17$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 에 대하여 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하시오. [3점]

$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ 이므로 구하는 순서쌍의 개수는 서로 다른 3개 중에서 중복 없이 17개를 뽑는 중복조합의 수와 같다

$${}^3H_{17} = {}^{19}C_{17} = {}^{19}C_2 = \frac{19 \times 18}{2} = 171$$

021 (2012-가형22) 자연수 r에 대하여 ${}^3H_r = {}^7C_2$ 일 때, 5H_r 의 값을 구하시오. [3점]

(1) 좌변: ${}^3H_r = {}^{2+r}C_r = {}^{2+r}C_2$

(2) 우변: 7C_2

(3) 좌변=우변: ${}^{2+r}C_2 = {}^7C_2$ 이므로 $r=5$

$$\therefore {}^5H_r = {}^5H_5 = {}^9C_5 = {}^9C_4 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126$$

022 (2014(예비)-A형27) $(a+b+c)^4(x+y)^3$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수를 구하시오. [4점]

(1) $(a+b+c)^4 = (a+b+c)(a+b+c)(a+b+c)(a+b+c)$
 서로 다른 3개의 문자 a, b, c 중에서 4개를 고르는 중복조합의 수 = 3H_4

(2) $(x+y)^3 = (x+y)(x+y)(x+y)$
 서로 다른 2개의 문자 x, y 중에서 3개를 고르는 중복조합의 수 = 2H_3

$$\therefore {}^3H_4 \times {}^2H_3 = {}^6C_4 \times {}^4C_3 = 15 \times 4 = 60$$

(2013(6)-가형25)
023 방정식 $x+y+z+w=4$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수해의 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하시오. [3점]

$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, w \geq 0$ 이므로 구하는 순서쌍의 개수는 서로 다른 4개 중에서 중복을 허락하여 4개를 뽑는 중복조합의 수와 같다

$${}_4H_4 = {}_7C_4 = {}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

(2013-나형12)
024 같은 종류의 주스 4병, 같은 종류의 생수 2병, 우유 1병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 1병도 받지 못하는 사람이 있을 수 있다.) [3점]

세 사람을 A, B, C 라 하자.

- ① 330 ② 315 ③ 300
 ④ 285 ⑤ 270

- (1) 주스 4병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수 :
 $A+B+C=4$ ($A \geq 0, B \geq 0, C \geq 0$)를 만족하는 순서쌍 (A, B, C) 의 개수는 서로 다른 3개 중에서 중복을 허락하여 4개를 뽑는 경우의 수와 같다 $\rightarrow {}_3H_4$
- (2) 생수 2병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수도 마찬가지로 $\rightarrow {}_3H_2$
- (3) 우유 1병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수도 마찬가지로 $\rightarrow {}_3H_1$
- $\therefore {}_3H_4 \times {}_3H_2 \times {}_3H_1 = {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_3C_1 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 3 = 270$

(2014(6)-B형10)
025 고구마피자, 새우피자, 불고기피자 중에서 m 개를 주문하는 경우의 수가 36일 때, 고구마피자, 새우피자, 불고기피자를 적어도 하나씩 포함하여 m 개를 주문하는 경우의 수는? [3점]

각각 A, B, C 라 하자.

- ① 12 ② 15 ③ 18
 ④ 21 ⑤ 24

- (1) $A+B+C=m$ ($A \geq 0, B \geq 0, C \geq 0$)에서 구하는 순서쌍 (A, B, C) 의 개수는 서로 다른 3개 중에서 중복을 허락하여 m 개를 뽑는 중복조합의 수와 같다 $\rightarrow {}_3H_m = 36$
 ${}_3H_m = m+2 \implies m+2 = 36 \implies m = 34$ 이므로 $m=7$
- (2) $A+B+C=7$ ($A \geq 1, B \geq 1, C \geq 1$)에서 $A-1=p, B-1=q, C-1=r$ 라 하면
 $A+B+C=7 \rightarrow p+q+r=4$ ($p \geq 0, q \geq 0, r \geq 0$) 이므로
 ${}_3H_4 = {}_6C_4 = {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$

구하는 순서쌍의 개수는 서로 다른 3개 중에서 중복을 허락하여 4개를 뽑는 중복조합의 수와 같다

$${}_3H_4 = {}_6C_4 = {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

(2014(9)-A형10)
026 $3 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 10$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [3점]

- ① 240 ② 270 ③ 300
 ④ 330 ⑤ 360

구하는 순서쌍의 개수는 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 총 8개의 자연수 중에서 중복을 허락하여 4개를 뽑는 중복조합의 수와 같다

$${}_8H_4 = {}_{11}C_4 = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 330$$

(2014(9)-B형8)
027 방정식 $x+y+z=4$ 를 만족시키는 -1 이상의 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [3점]

- ① 21 ② 28 ③ 36
 ④ 45 ⑤ 56

$x \geq -1, y \geq -1, z \geq -1$ 에서 $x+1=A, y+1=B, z+1=C$ 라 하면

$$\begin{matrix} +1 & +1 & +1 \\ x & y & z \end{matrix} = 4 \rightarrow A+B+C=7 \quad (A \geq 0, B \geq 0, C \geq 0)$$

이므로 구하는 순서쌍의 개수는 서로 다른 3개 중에서 중복을 허락하여 7개를 뽑는 중복조합의 수와 같다

$${}_3H_7 = {}_9C_7 = {}_9C_2 = \frac{9 \times 8}{2 \times 1} = 36$$

(2014-A형18)
028 흰색 탁구공 8개와 주황색 탁구공 7개를 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 각 학생이 흰색 탁구공과 주황색 탁구공을 각각 한 개 이상 갖도록 나누어 주는 경우의 수는? [4점]

세 사람을 A, B, C 라 하자.

- ① 295 ② 300 ③ 305
 ④ 310 ⑤ 315

- (1) 흰색 탁구공 8개를 3명에게 한개 이상 나누어 주는 경우의 수 :
 $A+B+C=8$ ($A \geq 1, B \geq 1, C \geq 1$)에서 $A-1=p, B-1=q, C-1=r$ 라 하면
 $A+B+C=8 \rightarrow p+q+r=5$ ($p \geq 0, q \geq 0, r \geq 0$) 이므로
 ${}_3H_5 = {}_6C_5 = {}_6C_1 = 6$
- 서로 다른 3개 중에서 중복을 허락하여 5개를 뽑는 경우의 수와 같다 $\rightarrow {}_3H_5$
- (2) 주황색 탁구공 7개를 3명에게 한개 이상 나누어 주는 경우의 수도 마찬가지로 $\rightarrow {}_3H_4$

$$\therefore {}_3H_5 \times {}_3H_4 = {}_6C_5 \times {}_6C_4 = {}_6C_1 \times {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} \times \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 315$$