<어텐션 교재 정오표>

[확률과 통계 정오사항 3개]

1. 24페이지 52번

(2020-나형29)

052 세 명의 학생 A, B, C에게 같은 종류의 사탕 6개와 같은 종류의 초콜릿 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. [4점]

> (가) 학생 A가 받는 사탕의 개수는 1 이상이다.
>
> (나) 학생 B가 받는 초콜릿의 개수는 1 이상이다.
>
> (다) 학생 C가 받는 사탕의 개수와 초콜릿의 개수의 합은 1 이상이다.

여사건! = (가), (나) 조건을 만족하는 전체 경우에서 학생 C가 초콜릿, 사탕을 모두 못 받는 경우를 빼준다.

(1) 학생 A, B, C가 받는 사탕의 개수를 각각 a, b, c라 하자.

$a+b+c=6$ $(a\ge1,\ b\ge0,\ c\ge0) \rightarrow a-1=a'$라 하면

$\underbrace{\overset{-1}{a}}_{=a'}+b+c=6 \rightarrow a'+b+c=5$ $(a'\ge0,\ b\ge0,\ c\ge0)$

이 방정식의 해의 순서쌍 (a', b, c)의 개수는 서로 다른 3개 중에서 중복을 허락하여 5개를 뽑는 중복조합의 수와 같다. $\rightarrow {}_3H_5$

(2) 학생 A, B, C가 받는 초콜릿의 개수를 각각 p, q, r이라 하자.

$p+q+r=5$ $(p\ge0,\ q\ge1,\ r\ge0) \rightarrow q-1=q'$라 하면

$p+\underbrace{\overset{-1}{q}}_{=q'}+r=5 \rightarrow p+q'+r=4$ $(p\ge0,\ q'\ge0,\ r\ge0)$

이 방정식의 해의 순서쌍 (p, q', r)의 개수는 서로 다른 3개 중에서 중복을 허락하여 4개를 뽑는 중복조합의 수와 같다. $\rightarrow {}_3H_4$

(3) (1)에서 $c=0$인 경우는 $\rightarrow {}_2H_5$

(2)에서 $r=0$인 경우는 $\rightarrow {}_2H_4$

$\therefore\ {}_3H_5\times{}_3H_4-{}_2H_5\times{}_2H_4=285$

2. 35페이지 22번

②③④⑤⑥⑦⑧ 2개

(2019-가형10)

022 주머니 속에 2 부터 8 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 구슬 7 개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2 개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 구슬에 적힌 두 자연수가 서로소일 확률은? [3점]

① $\frac{8}{21}$ ② $\frac{10}{21}$ ③ $\frac{4}{7}$

④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{16}{21}$

두 수가 서로소가 되는 경우는

(2,3) (2,5) (2,7) (3,4) (3,5) (3,7) (3,8)

(4,5) (4,7) (5,6) (5,7) (5,8) (6,7) (7,8)

총 14가지

$\therefore \frac{14}{{}_7C_2} = \frac{2}{3}$

3. 69페이지 11번

이항분포

(2011(9)-가형13/나형13)

011 두 사람 A와 B가 각각 주사위를 한 개씩 동시에 던지는 시행을 한다. ① 이 시행에서 나온 두 주사위의 눈의 수의 차가 3보다 작으면 A가 1점을 얻고, ② 그렇지 않으면 B가 1점을 얻는다. 이와 같은 시행을 15회 반복할 때, A가 얻는 점수의 합의 기댓값과 B가 얻는 점수의 합의 기댓값의 차는? [4점]

③

① 1 ② 3 ③ 5

④ 7 ⑤ 9

두 주사위의 눈의 차가 3보다 작은 경우에 ○ 표시를 해보면 다음표와 같고 24개이다.

	1	2	3	4	5	6
1	○	○	○			
2	○	○	○	○		
3	○	○	○	○	○	
4		○	○	○	○	○
5			○	○	○	○
6				○	○	○

① A가 1판당 얻는 점수의 기댓값

$= \frac{24}{36} \times 1 = \frac{2}{3}$점

② B가 1판당 얻는 점수의 기댓값

$= \frac{12}{36} \times 1 = \frac{1}{3}$점

한판당 A, B의 점수의 기댓값의 차이는 $\frac{1}{3}$점

③ 이 시행을 15회 반복하면

A와 B가 얻는 점수의 기댓값의 차이는

$15 \times \frac{1}{3}$점 $= 5$점

[수학1 정오사항 2개]

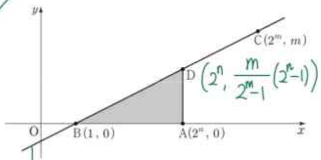
1. 56페이지 58번 마지막 우측 하단 계산부분에서 9곱하기10

(2015-B형21)

058 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 m을 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은? [4점]

(가) 점 A의 좌표는 $(2^n,\ 0)$이다.
(나) 두 점 $B(1,\ 0)$과 $C(2^m,\ m)$을 지나는 직선 위의 점 중 x좌표가 2^n인 점을 D라 할 때, 삼각형 ABD의 넓이는 $\frac{m}{2}$보다 작거나 같다.

① 109 ② 111 ③ 113
④ 115 ⑤ 117



두 점 B와 C를 지나는 직선의 기울기 : $\frac{m}{2^m-1}$ 이고 점 B(1,0)을 지나므로 직선의 방정식 : $y=\frac{m}{2^m-1}(x-1)$ 이다.

$$(2^n-1)\times\frac{m}{2^m-1}(2^n-1)\times\frac{1}{2}\le\frac{m}{2}$$

$$(2^n-1)^2\le 2^m-1$$

$$(2^n-1)^2+1\le 2^m$$

$n=1$일 때 : $2\le 2^m \longrightarrow m=1$

$n=2$일 때 : $10\le 2^m \longrightarrow m=4=2\times2$

$n=3$일 때 : $50\le 2^m \longrightarrow m=6=2\times3$

$n=4$일 때 : $226\le 2^m \longrightarrow m=8=2\times4$

$\vdots$

$n=10$일 때 : $(2^{10}-1)^2+1\le 2^m \longrightarrow m=20=2\times10$

m=19일 때 위 식은 성립하지 않는다
m=20부터 성립한다

$$\therefore \sum_{n=1}^{10} a_n = a_1+\sum_{n=1}^{9} 2\times(n+1) = a_1+2\cdot\sum_{n=1}^{9}(n+1)$$

$$=1+2\cdot\left(\frac{9\times10}{2}+9\right)=1+108=109$$

(2016(6)-A형8)

059 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{11} a_k=4,\quad \sum_{k=1}^{11} b_k=24$$

일 때, $\sum_{k=1}^{11}(5a_k+b_k)$의 값은? [3점]

① 36 ② 40 ③ 44
④ 48 ⑤ 52

$$5\sum_{k=1}^{11} a_k+\sum_{k=1}^{11} b_k=5\cdot4+24=44$$

(2017(9)-나형9)

060 수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{k=1}^{7} a_k=\sum_{k=1}^{6}(a_k+1)$$

을 만족시킬 때, a_7의 값은? [3점]

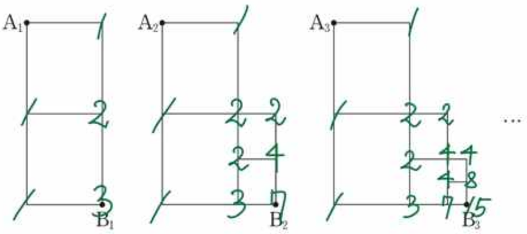
① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+6$
$a_7=6$

2. 72페이지 101번문제 그림2번 경로 세는거 정정

(2014(9)-A형29)

101 그림과 같이 직사각형에서 세로를 각각 이등분하는 점 2개를 연결하는 선분을 그린 그림을 [그림1]이라 하자. [그림1]을 $\frac{1}{2}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림1]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림2]라 하자. 이와 같이 3 이상의 자연수 k에 대하여 [그림1]을 $\frac{1}{2^{k-1}}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림 $k-1$]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 k]라 하자. 자연수 n에 대하여 [그림 n]에서 왼쪽 맨 위 꼭짓점을 A_n, 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 B_n이라 할 때, 점 A_n에서 점 B_n까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n이라 하자. a_7의 값을 구하시오. [4점]



[그림 1] [그림 2] [그림 3] …

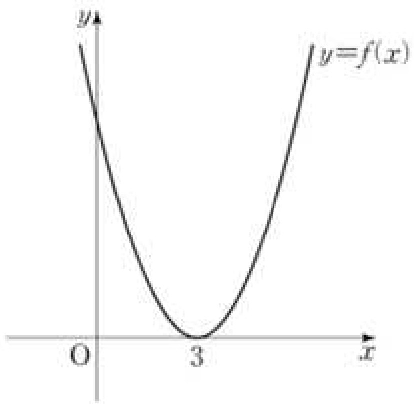
$a_1 = 3 = 2^2 - 1$

[미적분 정오표 (3개)]

1. 해설지 P.12 10번

(2016(6)-A형14)

010 함수 $f(x)$는 $f(x)=(x-3)^2$이다.



자연수 n에 대하여 방정식 $f(x)=n$의 두 근이 α, β일 때 $h(n)=|\alpha-\beta|$라 하자.

$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n}\{h(n+1)-h(n)\}$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$

④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$f(x)=n$에서

$(x-3)^2=n$

$x^2-6x+9-n=0$ 이 이차방정식의 두 근이 α, β이므로

근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha+\beta=9$, $\alpha\beta=9-n$ 이다.

따라서 $h(n)=|\alpha-\beta|=\sqrt{(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}=\sqrt{81-36+4n}=\sqrt{45+4n}$

$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n}\{h(n+1)-h(n)\}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{n}\{\sqrt{49+4n}-\sqrt{45+4n}\}$

$=\lim_{n\to\infty}\frac{4\sqrt{n}}{\sqrt{49+4n}+\sqrt{45+4n}}=1$

두 근의 합 9가 아니라 6입니다. 9를 6으로 정정부탁드립니다.

2. 58페이지 9번 문제에
범위보시면 둘 다 0이 아닐 때인데 아래는 x=0입니다!
해설은 잘 써있는데 문제가 오타나서 정정부탁드립니다.

(2014-B형12)

009 이차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 함수

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\ln(x+1)} & (x\neq 0)\\ 8 & (x\neq 0)\end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 구간 $(-1,\ \infty)$에서 연속일 때, $f(3)$의 값은? [3점]

① 6 ② 9 ③ 12

④ 15 ⑤ 18

$f(x)=x^2+ax+b$ 라고 하면 $f(x)g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+ax+b}{\ln(x+1)} & (x\neq 0)\\ 8(x^2+ax+b) & (x=0)\end{cases}$

함수 $f(x)g(x)$가 $x=0$에서 연속이므로

$\lim_{x\to 0} f(x)g(x)=f(0)g(0) \longrightarrow \lim_{x\to 0}\dfrac{x^2+ax+b}{\ln(x+1)}=8b \longrightarrow \lim_{x\to 0}(x+a)=a=0$

$\frac{0}{0}$꼴

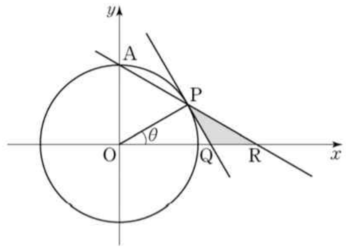
$\therefore$ $f(x)=x^2$ 이므로 $f(3)=9$

3. 63쪽 31번

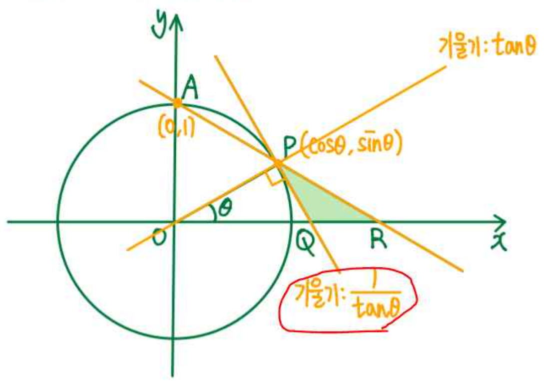
삼각함수의 극한 활용(기하)

031 (2011(6)-가형30)

좌표평면에서 중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q, 점 $A(0,\ 1)$과 점 P를 지나는 직선이 x축과 만나는 점을 R이라 하자. $\angle QOP=\theta$라 하고 삼각형 PQR의 넓이를 $S(\theta)$라고 하자. $\lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2}=\alpha$일 때, 100α의 값을 구하시오. (단, 점 P는 제 1사분면 위의 점이다.) [4점]



넓이를 구하기 위해 필요한 길이들을 표시하면 다음과 같다.



(1) 두 점 P, Q를 잇는 직선의 방정식은 $y=\frac{1}{\tan\theta}(x-\cos\theta)+\sin\theta$ 이다.

이 직선의 x절편은 y=0을 대입해 정리하면 $0=\frac{1}{\tan\theta}(x-\cos\theta)+\sin\theta$

$\cos\theta-\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}=x$ 이므로 점 Q $\left(\cos\theta-\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta},\ 0\right)$ 이다.

(2) 두 점 A, P를 잇는 직선의 방정식은 $y=\frac{\sin\theta-1}{\cos\theta}x+1$ 이다.

체크한 부분의 기울기가 탄젠트로만 되어있어서 앞에 마이너스가 빠졌있습니다. 이 부분 앞에 마이너스를 모두 붙혀야 합니다.