

2021학년도 김지석 모의고사 문제지

# 수학 영역 (나 형)

제0회

성명		수험 번호						—				
----	--	-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

## 매 순간 성장하는 시간이길

- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.  
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

김지석수학연구실



5지선다형

1.  $4 \times 27^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 24      ② 28      ③ 32      ④ 36      ⑤ 40

2.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{\sqrt{x - 2} - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

3.  $\int_0^2 (3x^2 - 1)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

4.  $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^3$ 의 전개식에서  $\frac{1}{x^3}$ 의 계수는? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

5.  $\sum_{k=1}^9 (k+2)^2 - \sum_{k=1}^{10} (k-2)^2$ 의 값은? [3점]

- ① 284      ② 288      ③ 292      ④ 296      ⑤ 300

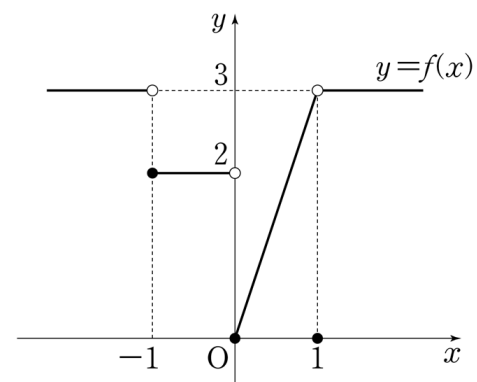
6. 사건 전체의 집합  $S$ 의 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 배반사건이고,

$$A \cup B = S, P(A) = 3P(B)$$

일 때,  $P(A)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{3}{4}$       ⑤  $\frac{4}{5}$

7. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

8. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(150, p)$ 를 따르고  $X$ 의 평균이 50일 때,  $X$ 의 분산은? [3점]

- ①  $\frac{50}{3}$       ②  $\frac{100}{3}$       ③ 50      ④  $\frac{200}{3}$       ⑤ 100

9. 함수  $f(x)=x^3+ax^2-5$ 가  $x=1$ 에서 극소일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $-\frac{3}{2}$       ③  $-\frac{5}{2}$       ④  $-\frac{7}{2}$       ⑤  $-\frac{9}{2}$

10. 세 숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 다섯 개를 선택한 후, 일렬로 나열하여 다섯 자리의 자연수를 만든다. 1과 3이 모두 포함되어 있는 자연수의 개수는? [3점]

- ① 90      ② 120      ③ 150      ④ 180      ⑤ 200

11.  $0 \leq \theta < 2\pi$ 일 때,  $x$ 에 대한 방정식

$$2x^2 + (4\sin\theta)x + 3\cos\theta = 0$$

이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 모든  $\theta$ 의 값의 범위는  $\alpha < \theta < \beta$ 이다.  $\beta - \alpha$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{5}{6}\pi$       ②  $\pi$       ③  $\frac{7}{6}\pi$       ④  $\frac{4}{3}\pi$       ⑤  $\frac{3}{2}\pi$

12. 어느 과수원에서 수확하는 수박의 무게는 평균이

$m$  kg, 표준편차가 1kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 과수원에서 수확한 수박 중에서 25개를 임의 추출하여

얻은 표본평균을 이용하여, 이 과수원에서 수확하는

수박의 무게의 평균  $m$ 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간을 구하면  $a \leq m \leq 8.516$ 이다.  $a$ 의 값은? (단,  $Z$ 가

표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,

$P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.) [3점]

① 7.184                      ② 7.284                      ③ 7.384

④ 7.484                      ⑤ 7.584

13. 두 함수  $y=3\sin \frac{\pi}{3}x$ ,  $y=2\cos \frac{\pi}{4}x$ 의 그래프가  $x$  축과 만나는 점을 각각  $A(a, 0)$ ,  $B(b, 0)$  ( $0 < a < 4 < b < 8$ )이라 하자. 함수  $y=3\sin \frac{\pi}{3}x$ 의 그래프 위의 임의의 점  $P$ 에 대하여 삼각형  $ABP$ 의 넓이의 최댓값은? [3점]

- ①  $\frac{3}{2}$
- ②  $\frac{5}{2}$
- ③  $\frac{7}{2}$
- ④  $\frac{9}{2}$
- ⑤  $\frac{11}{2}$

14. 수직선 위를 움직이는 점  $P$ 의 시각  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 위치  $x$ 가

$$x=t^3+\frac{1}{2}kt^2+3t+3 \text{ (단, } k \text{는 양수)}$$

이다. 점  $P$ 가 운동 방향을 바꾸는 순간의 가속도의 곱이  $-13$ 일 때, 음수  $k$ 의 값은? [4점]

- ①  $-6$
- ②  $-7$
- ③  $-8$
- ④  $-9$
- ⑤  $-10$

15. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수  $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [4점]

(가) 함수  $f$ 의 치역의 원소의 개수는 2이다.  
 (나) 함수  $f$ 의 치역의 모든 원소의 합은 홀수이다.

- ① 180      ② 182      ③ 184      ④ 186      ⑤ 188

16. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{2n} (k-1)\{2^k + (-2)^k\} = \frac{6n-5}{9} \times 2^{2n+3} + \frac{40}{9} \quad \dots\dots (*)$$

임을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

( i )  $n=1$ 일 때,  
 (좌변)=(우변)= (가) 이므로 (\*)이 성립한다.  
 ( ii )  $n=m$ 일 때, (\*)이 성립한다고 가정하면  

$$\sum_{k=1}^{2m} (k-1)\{2^k + (-2)^k\} = \frac{6m-5}{9} \times 2^{2m+3} + \frac{40}{9}$$
 이다.  $n=m+1$ 일 때,  

$$\sum_{k=1}^{2(m+1)} (k-1)\{2^k + (-2)^k\}$$

$$= \frac{6m-5}{9} \times 2^{2m+3} + \frac{40}{9} + \text{(나)}$$

$$= \frac{\text{(다)}}{9} \times 2^{2m+3} + \frac{40}{9}$$

$$= \frac{6(m+1)-5}{9} \times 2^{2(m+1)+3} + \frac{40}{9}$$
 이다. 따라서  $n=m+1$ 일 때도 (\*)이 성립한다.  
 ( i ), ( ii )에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여 (\*)가 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 수를  $p$ , (나), (다)에 알맞은 식을 각각

$f(m)$ ,  $g(m)$ 이라 할 때,  $\frac{p \times g(4)}{f(2)}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{3}{2}$       ②  $\frac{4}{3}$       ③  $\frac{5}{4}$       ④  $\frac{6}{5}$       ⑤  $\frac{7}{6}$



17. 3부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드 중에서 임의로 서로 다른 2장을 선택한다. 선택한 카드 2장에 적힌 두 수의 곱의 약수의 개수가 8일 때, 선택한 카드에 7이 적힌 카드가 포함될 확률은? [4점]



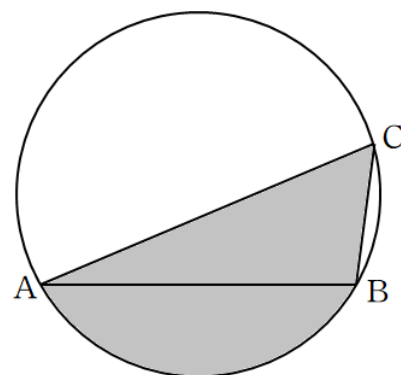
- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

18. 반지름의 길이가 1인 원 위의 세 점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킬 때,  $(\overline{BC} + \overline{CA})^2$ 의 값은? [4점]

(가) 점 C를 포함하지 않는 호 AB의 길이는  $\frac{2\pi}{3}$ 이다.

(나) 점 C를 포함하지 않는 호 AB와 두 선분 BC, CA로 둘러싸인 부분의 넓이는  $\frac{5}{12}\pi$ 이다.

- ①  $\frac{\sqrt{3}}{6}\pi + 5$       ②  $\frac{\sqrt{3}}{6}\pi + 6$       ③  $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi + 5$   
 ④  $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi + 6$       ⑤  $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi + 5$



19. 한 개의 동전을 연속해서 던져 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 게임을 한다.

(가) 앞면이 나온 뒤 뒷면이 나오면 1점을 얻는다.  
 (나) 뒷면이 나온 뒤 앞면이 나오면 2점을 얻는다.  
 (다) 앞면 또는 뒷면이 연속해서 나오면 점수를 얻지 않는다.

동전을 5번 던지면서 위의 규칙에 따라 얻은 점수의 합이 3 이하일 때, 점수의 합이 홀수일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{7}{11}$     ②  $\frac{15}{22}$     ③  $\frac{8}{11}$     ④  $\frac{17}{22}$     ⑤  $\frac{9}{11}$

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ -f(x) & (x \geq a) \end{cases}$$

라 하자. 함수  $g(x)$ 와 함수  $h(x) = \begin{cases} 1-|x| & (|x| \leq 1) \\ 1 & (|x| > 1) \end{cases}$ 가

다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수  $g(x)+h(x)$ 는 한 점에서만 불연속이다.  
 (나) 함수  $g(x)h(x)$ 는 한 점에서만 불연속이다.

$g(5a)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

- ①  $\frac{37}{2}$     ②  $\frac{39}{2}$     ③  $\frac{41}{2}$     ④  $\frac{43}{2}$     ⑤  $\frac{45}{2}$

21. 최고차항의 계수가  $\frac{1}{3}$ 인 삼차함수  $f(x)$ 가

$f(0)=f'(0)=f'(6)=0$

을 만족시킬 때,  $t < 3$ 인 실수  $t$ 에 대하여 점  $(t, f(t))$ 를 지나고 곡선  $y=f(x)$ 와 서로 다른 두 점에서만 만나는 모든 직선에 대하여  $y$ 절편의 최댓값을  $g(t)$ 라 하자.  
 $t < 3$ 인 모든 실수  $t$ 에서 정의되는 함수  $g(t)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

㉠.  $g(0)=0$

㉡.  $\lim_{t \rightarrow 3^-} g(t)=9$

㉢.  $g(c)=f(4c)-4cf'(4c)$ 를 만족시키는 3보다 작은 양수  $c$ 에 대하여  $g(-c)=\frac{11}{3}$ 이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

단답형

22. 함수  $f(x)=(x+2)(x^4+x^2+3)$ 에 대하여 미분계수  $f'(-2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_{10}-a_7=18$ 일 때, 수열  $\{a_n\}$ 의 공차를 구하시오. [3점]

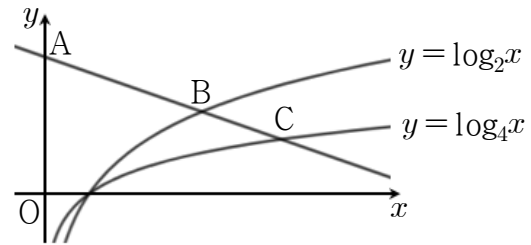
24.  $x=a$ 에서 함수  $f(x)$ 의 미분계수는 4이다. 미분가능한 함수  $g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h) - f(a) - g(h)}{2h} = 0$$

이 성립할 때,  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(h)}{h}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 방정식  $(\log_3 x)^2 - 4\log_3 x - 12 = 0$ 의 두 근을 각각  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha\beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 점  $A(0, 3)$ 을 지나는 직선이 두 곡선  $y = \log_2 x$ ,  $y = \log_4 x$ 와 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 점 C가 선분 AB를 3:1로 외분하는 점일 때, 두 점 B, C의  $x$ 좌표의 곱을 구하시오. [4점]



27. 확률변수  $X, Y$ 는 평균이 각각  $m, m+2$ 이고  
표준편차가 모두 5인 정규분포를 따른다.

$$P(X \leq 2) - P(0 \leq Y \leq 4) = 0.0228$$

이 성립할 때, 표준정규분포표를 이용하여  $m$ 의 값을  
구하시오. [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

28. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = -6$$

을 만족시킨다. 실수  $t$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$ 가 직선  
 $y=tx$ 와 만나는 서로 다른 점의 개수를  $g(t)$ 라 하자.  
실수 전체의 집합에서 정의되는 함수  $g(t)$ 가 한 점에서만  
불연속일 때,  $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 첫째항이  $a$ 이고 모든 항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n+2}{2} & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \\ \frac{a_n+3}{2} & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $a_m = a_{m+1}$ 을 만족시키는 자연수  $m$ 의 최솟값이 6이 되도록 하는 모든  $a$ 의 값의 합을 구하시오.

[4점]

30. 함수  $f(x) = 2x^2 - 5x$ 에 대하여 연속함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $g(0)$ 은 자연수이다.  
 (나) 함수  $g(x)$ 는 모든 정수  $n$ 에 대하여 열린 구간  $(n, n+1)$ 에서 미분가능하고,  
 $|g'(x)| = |f(x)|$  ( $n < x < n+1$ )이다.  
 (다) 함수  $g(x)$ 는  $x=1$ 과  $x=2$ 에서 미분가능하다.

$$\int_{-1}^2 g(x) dx = 32 \text{ 일 때, } g(3) = \frac{q}{p} \text{ 이다. } p+q \text{의 값을}$$

구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인  
하시오.



※ 감독관의 안내가 있을 때까지 표지를 넘기지 마시오.