2021학년도 9월 모의고사 나형 보충프린트

■ 실시일: 2020년 9월 17일

★ 풀어봐야 하는 9월 가형 문항 ★

001 2021학년도 9월 평가원 수학 가형

5. 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 8$이고, X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프는 직선 $x=4$에 대하여 대칭이다.

$$3\mathrm{P}(2 \le X \le 4) = 4\mathrm{P}(6 \le X \le 8)$$

일 때, $\mathrm{P}(2 \le X \le 6)$의 값은? [3점]

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

002 2021학년도 9월 평가원 수학 가형

10. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 12$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} + a_n = (-1)^{n+1} \times n$$

을 만족시킨다. $a_k > a_1$인 자연수 k의 최솟값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

003 2021학년도 9월 평가원 수학 가형

11. 1보다 큰 세 실수 a, b, c가

$$\log_a b = \frac{\log_b c}{2} = \frac{\log_c a}{4}$$

를 만족시킬 때, $\log_a b + \log_b c + \log_c a$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

003+α 2021 규토 라이트 N제 수1

017

1보다 큰 세 실수 a, b, c가 $\log_a b = \log_b \sqrt{c} = \log_c \sqrt[4]{a}$를 만족시킬 때, $\frac{1}{\log_{abc} c}$의 값을 구하시오.

004 2021학년도 9월 평가원 수학 가형

14. 어느 지역 신생아의 출생 시 몸무게 X가 정규분포를 따르고

$$\mathrm{P}(X \geq 3.4) = \frac{1}{2}, \quad \mathrm{P}(X \leq 3.9) + \mathrm{P}(Z \leq -1) = 1$$

이다. 이 지역 신생아 중에서 임의추출한 25명의 출생 시 몸무게의 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{P}(\overline{X} \geq 3.55)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 몸무게의 단위는 kg이고, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668 ④ 0.1587 ⑤ 0.3413

005 2021학년도 9월 평가원 수학 가형

17. 어느 고등학교에는 5개의 과학 동아리와 2개의 수학 동아리 A, B가 있다. 동아리 학술 발표회에서 이 7개 동아리가 모두 발표하도록 발표 순서를 임의로 정할 때, 수학 동아리 A가 수학 동아리 B보다 먼저 발표하는 순서로 정해지거나 두 수학 동아리의 발표 사이에는 2개의 과학 동아리만이 발표하는 순서로 정해질 확률은? (단, 발표는 한 동아리씩 하고, 각 동아리는 1회만 발표한다.) [4점]

① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{25}{42}$ ④ $\frac{17}{28}$ ⑤ $\frac{13}{21}$

006 2021학년도 9월 평가원 수학 가형

19. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$의 공집합이 아닌 모든 부분집합 15개 중에서 임의로 서로 다른 세 부분집합을 뽑아 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 A, B, C라 할 때, $A \subset B \subset C$일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{91}$ ② $\frac{2}{91}$ ③ $\frac{3}{91}$ ④ $\frac{4}{91}$ ⑤ $\frac{5}{91}$

007 2021학년도 9월 평가원 수학 가형

22. $\left(x + \frac{4}{x^2}\right)^6$의 전개식에서 x^3의 계수를 구하시오. [3점]

008 2021학년도 9월 평가원 수학 가형

24. 방정식

$$\log_2 x = 1 + \log_4 (2x-3)$$

을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 곱을 구하시오. [3점]

009 2021학년도 9월 평가원 수학 가형

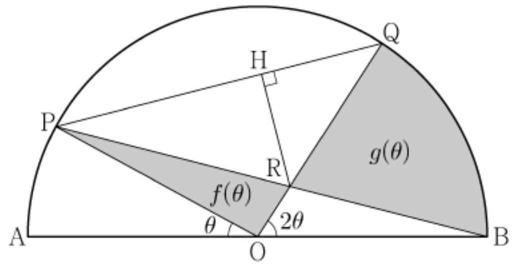
27. 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$$S_{n+3} - S_n = 13 \times 3^{n-1}$$

일 때, a_4의 값을 구하시오. [4점]

010 2021학년도 9월 평가원 수학 가형

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle\mathrm{POA} = \theta$, $\angle\mathrm{QOB} = 2\theta$가 되도록 잡는다. 두 선분 PB, OQ의 교점을 R라 하고, 점 R에서 선분 PQ에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 POR의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 RQ, RB와 호 QB로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때,



다음 물음에 답하시오

(1) $\overline{\mathrm{OR}}$를 θ로 표현하시오. (Hint : p7 오른쪽 하단)

(2) $f(\theta)$와 $g(\theta)$를 θ로 표현하시오.

(3) $\overline{\mathrm{RH}}$를 θ로 표현하시오.

010+★ 2021학년도 9월 평가원 수학 가형

21. 단힌구간 $[-2\pi, 2\pi]$에서 정의된 두 함수

$$f(x)=\sin kx+2, \quad g(x)=3\cos 12x$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k의 개수는? [4점]

> 실수 a가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 교점의 y좌표이면
>
> $\{x \mid f(x)=a\} \subset \{x \mid g(x)=a\}$
>
> 이다.

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

★ 오답률 TOP 10 9월 나형 문항 + α ★

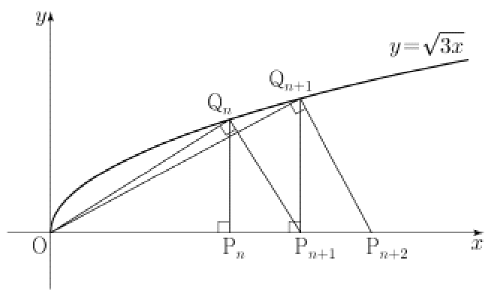
(오답률 데이터 참고 : EBSi)

011 2021학년도 9월 평가원 수학 나형

16. 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 x축 위의 점 P_n과 곡선 $y=\sqrt{3x}$ 위의 점 Q_n이 있다.

- 선분 OP_n과 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n$이 서로 수직이다.
- 선분 OQ_n과 선분 $\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_{n+1}$이 서로 수직이다.

다음은 점 P_1의 좌표가 $(1, 0)$일 때, 삼각형 $\mathrm{OP}_{n+1}\mathrm{Q}_n$의 넓이 A_n을 구하는 과정이다. (단, O는 원점이다.)



모든 자연수 n에 대하여 점 P_n의 좌표를 $(a_n, 0)$이라 하자.

$\overline{\mathrm{OP}_{n+1}}=\overline{\mathrm{OP}_n}+\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$이므로

$$a_{n+1}=a_n+\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$$

이다. 삼각형 $\mathrm{OP}_n\mathrm{Q}_n$과 삼각형 $\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$이 닮음이므로

$$\overline{\mathrm{OP}_n} : \overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n} = \overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n} : \overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$$

이고, 점 Q_n의 좌표는 $(a_n, \sqrt{3a_n})$이므로

$$\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}=\boxed{\text{(가)}}$$

이다. 따라서 삼각형 $\mathrm{OP}_{n+1}\mathrm{Q}_n$의 넓이 A_n은

$$A_n=\frac{1}{2}\times\left(\boxed{\text{(나)}}\right)\times\sqrt{9n-6}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $p+f(8)$의 값은? [4점]

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

오답률 Top 10 [정답률 40%]

Comment

증명문제가 아닌 점화식을 세우는 빈칸문제로 출제되었다.
바로 A_n을 구하면 어려우니 빈칸을 준 것이고 출제자가 제시한 사고과정을 참고하여 빈칸만 채워주면 된다.
즉, 빈칸은 학습자를 고통스럽게 하려고 만든 것이 아니라 오히려 도와주기 위해 존재한다.

선분들의 길이를 n으로 표현하는 것이 포인트인 문제인데 16번 문제에서는 닮음비를 활용하여 내항과 내항의 곱은 외항과 외항의 곱과 같다 로 구했지만 라이트 N제에서 배운 "삼각함수 같다 technic"을 활용하여 구해도 된다.

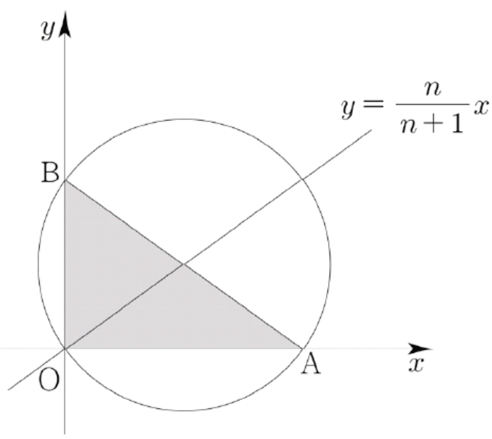
$\angle \mathrm{OQ}_n\mathrm{P}_n=\angle \mathrm{Q}_n\mathrm{P}_{n+1}\mathrm{P}_n=\theta$라 하면 $\tan\theta=\dfrac{\overline{\mathrm{OP}_n}}{\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_n}=\dfrac{\overline{\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_n}}{\mathrm{P}_{n+1}\mathrm{P}_n}$ 이다.

결국 식을 전개하면 $a_{n+1}-a_n=3$이라는 식을 얻을 수 있고 보자마자 공차가 3인 등차수열이라고 리딩을 할 수 있어야한다.
추후 $a_1=1$인 것을 바탕으로 $a_n=3n-2$임을 알 수 있다.

012 2021 규토 라이트 N제 수1

056 2019년 고2 9월 교육청 가형

그림과 같이 자연수 n에 대하여 중심이 직선 $y=\dfrac{n}{n+1}x$ 위에 있는 원이 원점을 지난다. 이 원이 x축과 만나는 점 중에서 x좌표가 양수인 점을 A, y축과 만나는 점 중에서 y좌표가 양수인 점을 B라 하자.
$\overline{\mathrm{OB}}=2n$이고 삼각형 OAB의 넓이를 S_n이라 할 때, $\displaystyle\sum_{n=1}^{10}\frac{1}{S_n}$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



① $\dfrac{5}{11}$ ② $\dfrac{6}{11}$ ③ $\dfrac{7}{11}$ ④ $\dfrac{8}{11}$ ⑤ $\dfrac{9}{11}$

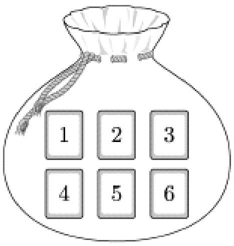
013 2021학년도 9월 평가원 수학 나형

19. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 두 장의 카드를 동시에 꺼내어 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 두 번 반복한다. 첫 번째 시행에서 확인한 두 수 중 작은 수를 a_1, 큰 수를 a_2라 하고, 두 번째 시행에서 확인한 두 수 중 작은 수를 b_1, 큰 수를 b_2라 하자. 두 집합 A, B를

$$A=\{x \mid a_1 \le x \le a_2\},\quad B=\{x \mid b_1 \le x \le b_2\}$$

라 할 때, $A \cap B \ne \varnothing$일 확률은? [4점]

① $\frac{3}{5}$　② $\frac{2}{3}$　③ $\frac{11}{15}$　④ $\frac{4}{5}$　⑤ $\frac{13}{15}$



오답률 Top 9 [정답률 34%]

Comment

여사건을 활용하는 문제이고 전체에서 $A \cap B = \varnothing$인 경우를 빼서 구할 수 있었다. 여사건은 6평에서도 나왔었고 평소에 자주 출제되는 포인트 중 하나이니 언제든지 여사건을 쓸 준비가 되어있어야 한다.

a_2를 기준으로 case분류해서 구해도 되고 선택하면 자동배열을 이용하여 구해도 된다.
즉, ${}_6\mathrm{C}_4$(선택하면 자동배열) $\times 2!$(A와 B순서)가 분자가 되어 $1-\frac{30}{{}_6\mathrm{C}_2 \times {}_6\mathrm{C}_2}$로 구할 수 있었다.

ex) $1,2,3,4,5,6$ 중에 임의로 4개를 뽑아 $1,\ 3,\ 4,\ 5$가 뽑혔다고 가정하면 $A \cap B = \varnothing$인 경우는 $[1,\ 3]\ [4,\ 5]$ 밖에 가능하지 않고 A와 B의 순서를 고려해주기 위해 $2!$을 곱해주면 된다.

솔직히 실전에서 이런 사고를 하기가 쉽지 않기 때문에 a_2를 기준으로 case분류하는 좀 더 일반적인 접근법으로 직접 풀어봤으면 좋겠다.

014 2018학년도 수능 가형

28. 방정식 $x+y+z=10$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 모든 순서쌍 (x, y, z) 중에서 임의로 한 개를 선택한다. 선택한 순서쌍 (x, y, z)가 $(x-y)(y-z)(z-x) \ne 0$을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

015 2019학년도 9월 평가원 수학 가형

28. 방정식 $a+b+c=9$를 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c) 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍 (a, b, c)가

$$a<2 \text{ 또는 } b<2$$

를 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

016 2021학년도 9월 평가원 수학 나형

18. 최고차항의 계수가 a인 이차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$|f'(x)| \le 4x^2+5$$

를 만족시킨다. 함수 $y=f(x)$의 그래프의 대칭축이 직선 $x=1$일 때, 실수 a의 최댓값은? [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

오답률 Top 8 [정답률 30%]

Comment

$f'(x)$의 범위를 구해서 $(-4x^2-5 \le f'(x) \le 4x^2+5)$
$f(x)$의 대칭축이 $x=1$이다 라는 것을 바탕으로
$f'(x)=2a(x-1)$ 를 끌어내는 것이 포인트인 문제였다.
(라이트 N제에서도 많이 언급했던 정점 technic 이 그대로 구현된 문제이기도 하다.)
그 후 판별식 or 접점을 이용하여 접선을 구해주면 된다.

조심해야할 점은 공통접선이 안 생긴다는 점!
(이유: 정점$(1,\ 0)$을 지나야하기 때문에 공통접선은 불가능하다.
위곡선과 아래곡선이 접할 때, a가 다르다.)

017 2021 규토 라이트 N제 수2

175

함수 $f(x)=x^3$와 자연수 n에 대하여 두 함수 $y=f(x)$, $y=f(x)+n$의 그래프와 모두 접하는 직선 $y=g(x)$가 있다. 모든 실수 x에 대하여 $g'(x) \le 27$이 되도록 하는 모든 자연수 n의 개수를 구하시오.

10번 Hint : 삼각형 OPR에서 관찰해보자.
(2차 Hint : p9 오른쪽 하단)

018 2013학년도 9월 평가원 수학 나형

21. 좌표평면에서 두 함수

$$f(x)=6x^3-x,\quad g(x)=|x-a|$$

의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? [4점]

① $-\frac{11}{18}$ ② $-\frac{5}{9}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{7}{18}$

019 2021 규토 라이트 N제 수2

025

함수 $f(x)=\begin{cases}-x^2+4 & (x<0)\\ x^2+4 & (x\geq 0)\end{cases}$ 가 있다.

실수 t에 대하여 직선 $y=tx$가 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자.
함수 $g(t)$가 열린구간 $(-\infty,\ a)$에서 연속일 때, 실수 a의 최댓값을 구하시오.

020 2021학년도 9월 평가원 수학 나형

28. 함수 $f(x) = -x^2 - 4x + a$에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t)\,dt$$

가 닫힌구간 $[0, 1]$에서 증가하도록 하는 실수 a의 최솟값을 구하시오. [4점]

오답률 Top 7 [정답률 28%]

Comment

범위를 주고 증가를 물어본 문제였다. 증가를 물어봤으니
주어진 구간에서 도함수가 양수인지 check하면 된다.
$g'(x) = f(x)$가 양수가 되려면 $f(1) \geq 0$이면 된다.
이때 그래프를 그려서 판단하는 것이 좋다.

최솟값이니 당연히 등호조건이 붙겠지만 정수나 자연수의
개수를 물어볼 때, 등호가 붙는지 안 붙는지 경계를 조심해야한다.

만약 라이트 N제 수2를 학습했는데 이 문항이 어렵게 느껴졌다면
반성하도록 하자.

021 2021 규토 라이트 N제 수학2

050

함수 $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 16x - 2$이 열린구간 $(-a, a)$에서 증가할 때, 양수 a의 최댓값을 구하시오.

052

함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 - 3a^2x$가 $3 < x_1 < x_2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $f(x_1) < f(x_2)$를 만족시키는 양의 실수 a의 최댓값을 구하시오.

054

실수 t에 대하여 정의역이 $\{x \mid x \geq t\}$인 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + kx$의 역함수가 존재하도록 하는 실수 k의 최솟값을 $g(t)$라 하자. $g(1) + g(3)$의 값을 구하시오.

055

다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x) = -x^3 + ax + 5$에 대하여 $f(3)$의 최솟값을 구하시오. (단, a는 실수이다.)

$-2 < x_1 < x_2 < 2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $f(x_1) < f(x_2)$이다.

10번 2차 Hint : 삼각형 OPR에서 사인법칙

022 2021학년도 9월 평가원 수학 나형

20. 실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(x) \geq g(x)$
>
> (나) $f(x)+g(x)=x^2+3x$
>
> (다) $f(x)g(x)=(x^2+1)(3x-1)$

$\int_0^2 f(x)dx$의 값은? [4점]

① $\frac{23}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{29}{6}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

오답률 Top 6 [정답률 23.8%]

Comment

아마 많은 학생들이 풀다가 당황했을 것 같다.
$f(x)$와 $g(x)$가 하나로 결정되는 것이 아니라 연속조건을 바탕으로 문제를 해결하는 문제이다.

다항함수라고 안하고 굳이 연속조건을 준 것에서 힌트를 얻을 수 있다.

(나) (다)에서 $f(x)$와 $g(x)$가 서로 교환이 가능하므로
$f(x)=x^2+1$ or $3x-1$

$g(x)=3x-1$ or x^2+1
이렇게 선택지가 생기고 (가) 조건 $f(x) \geq g(x)$를 바탕으로 연속조건을 이용하여 $f(x)$와 $g(x)$를 선택해주면 된다.

함수를 추론하는 측면에서 7모 28번 문제와 맥이 같다고 할 수 있겠다.

**실전에서 풀다가 막혔으면 (속으로 신발하고) 넘어가도록 하자.
실모 풀 때 넘어가는 연습도 꼭 했으면 좋겠다.
의외로 처음에는 안풀리는 문제가 나중에 다시 보면 풀리는 경우가 있다.**

023 2020년 고3 7월 교육청 수학 나형

28. 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq 0$, $f(x+3)=f(x)$이고 $\int_{-1}^{2}\{f(x)+x^2-1\}^2dx$의 값이 최소가 되도록 하는 연속함수 $f(x)$에 대하여 $\int_{-1}^{26}f(x)dx$의 값을 구하시오. [4점]

024 2021 규토 라이트 N제 수학2

083

다항함수 $f(x)$가 상수 a, b에 대하여

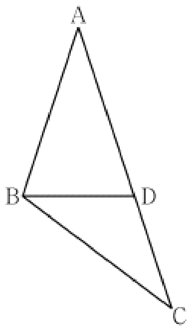
$$\int_0^x (x-t)\{f(t)\}^2dt = \frac{1}{12}x^4+x^3+ax^2+bx$$

를 만족시킨다. $f(1)=-4$일 때, $f(-2a+b)$의 값을 구하시오.

※ 해설에 적혀있는 Tip 꼭 볼 것!

025 2021학년도 9월 평가원 수학 나형

25. $\overline{\mathrm{AB}}=6$, $\overline{\mathrm{AC}}=10$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위에 점 D를 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}$가 되도록 잡는다. $\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{15}$일 때, 선분 BC의 길이를 k라 하자. k^2의 값을 구하시오. [3점]



오답률 Top 5 [정답률 23.5%]

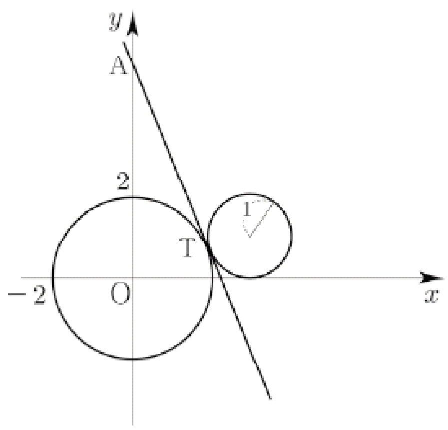
Comment

"삼각함수 같다 Technic"을 물어보는 전형적인 코사인법칙 문제이다. $\angle\mathrm{BAD}=\angle\mathrm{BAC}=\theta$라 하고 두 삼각형 ABD, ABC에서 코사인법칙을 사용하면 된다.
틀린 학생들은 삼각함수의 활용단원에 대한 보충학습을 꼭! 했으면 좋겠다. 충분히 극복가능한 문제이니 절대 포기하지 말도록 하자. 생각보다 정답률이 많이 낮은 문제였다.

026 2021학년도 규토 라이트 N제 수학1

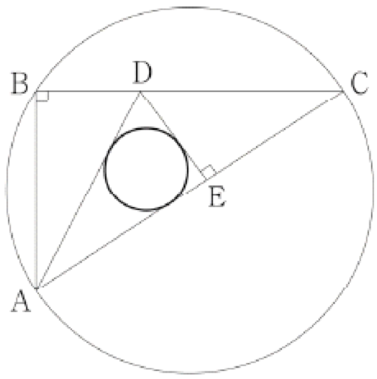
056 2009년 고2 6월 교육청 가형

그림과 같이 원 $x^2+y^2=4$와 x축에 동시에 접하고 반지름의 길이가 1인 원이 있다. 이 두 원의 접점 T와 이 두 원의 공통내접선이 y축과 만나는 점 A에 대하여 선분 AT의 길이를 l이라 할 때, l^2의 값을 구하시오. [4점]



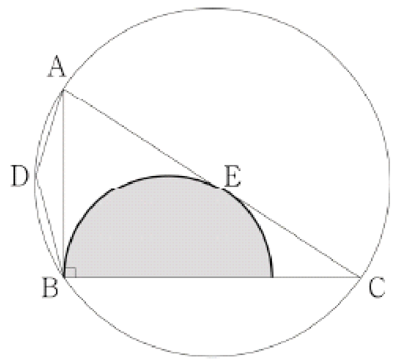
044

$\overline{\mathrm{AB}}=6$, $\angle B=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에 외접하는 원의 넓이가 25π이고 선분 BC위의 점 D에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 점 E라 하자. $\overline{\mathrm{EC}}=4$일 때, 삼각형 ADE에 내접하는 원의 반지름은 $\dfrac{a-b\sqrt{5}}{2}$이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 자연수이다.)



046

$\angle\mathrm{B}=90^\circ$이고 $\overline{\mathrm{AB}}=6$인 직각삼각형 ABC의 외접원의 둘레위에 점 D가 있다. 원 S는 직각삼각형 ABC와 점 B, E에서 접하고 직선 BC는 원S를 이등분한다. $\cos(\angle\mathrm{ADB})=-\dfrac{4}{5}$ 일 때, 원 S의 내부와 직각삼각형 ABC의 내부의 공통부분의 넓이는?



① $\dfrac{9}{2}\pi$ ② 4π ③ 8π
④ 9π ⑤ 16π

027 2021학년도 9월 평가원 수학 나형

27. 두 이산확률변수 X, Y의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	c	d	1

Y	11	21	31	41	합계
$\mathrm{P}(Y=y)$	a	b	c	d	1

$\mathrm{E}(X)=2$, $\mathrm{E}(X^2)=5$일 때, $\mathrm{E}(Y)+\mathrm{V}(Y)$의 값을 구하시오. [4점]

오답률 Top 4 [정답률 21.7%]

Comment

Y와 X의 관계식을 파악해 $\mathrm{E}(Y)$와 $\mathrm{E}(X)$를 구하는 문제이다.
아마 처음에 당황한 학생들이 제법 많을 것 같다.
대응되는 확률이 동일하기 때문에
($\mathrm{P}(X=k)=\mathrm{P}(Y=10k+1)$ $(k=1,\ 2,\ 3,\ 4)$)
$Y=10X+1$임을 이용하여
$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(10X+1)=10\mathrm{E}(X)+1$
$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(10X+1)=100\mathrm{V}(X)$
풀어도 되지만 EBS 수특 연계를 생각했을 때, $\mathrm{P}(X)$, $\mathrm{P}(Y)$을 변형하면 좀 더 까다로운 문제를 제작할 수 있기 때문에
아래 풀이도 기억해 두자.

$$\mathrm{E}(X)=\sum_{k=1}^{4}k\,\mathrm{P}(X=k)=2,\ \mathrm{E}(X^2)=\sum_{k=1}^{4}k^2\,\mathrm{P}(X=k)=5$$

$$\mathrm{E}(Y)=\sum_{k=1}^{4}(10k+1)\,\mathrm{P}(Y=10k+1)=\sum_{k=1}^{4}(10k+1)\,\mathrm{P}(X=k)$$

$$=10\sum_{k=1}^{4}k\,\mathrm{P}(X=k)+\sum_{k=1}^{4}\mathrm{P}(X=k)=20+1=21$$

$$\mathrm{E}(Y^2)=\sum_{k=1}^{4}(10k+1)^2\mathrm{P}(Y=10k+1)=\sum_{k=1}^{4}(10k+1)^2\mathrm{P}(X=k)$$

$$=100\sum_{k=1}^{4}k^2\,\mathrm{P}(X=k)+20\sum_{k=1}^{4}k\,P(X=k)+\sum_{k=1}^{4}P(X=k)$$

$$=500+40+1=541$$

$$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{E}(Y^2)-\{\mathrm{E}(Y)\}^2=541-(21)^2=100$$

$$\therefore \mathrm{E}(Y)+\mathrm{V}(Y)=21+100=121$$

028 2018학년도 9월 평가원 수학 가형

14. 두 이산확률변수 X와 Y가 가지는 값이 각각 1부터 5까지의 자연수이고

$$\mathrm{P}(Y=k)=\frac{1}{2}\mathrm{P}(X=k)+\frac{1}{10}\quad(k=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$$

이다. $\mathrm{E}(X)=4$일 때, $\mathrm{E}(Y)$의 값은? [4점]

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ $\frac{13}{2}$

029 2021학년도 수능특강 p.71 Lv3 1번

[20009-0125]
이산확률변수 X가 갖는 값은 1, 2, 3, 4, 5이고
이산확률변수 Y가 갖는 값은 1, 3, 5, 7, 9이다.
상수 a에 대하여

$$\mathrm{P}(Y=2i-1)=a\times\mathrm{P}(X=i)+a\ \ (i=1,2,3,4,5)$$

이고 $\mathrm{E}(X)=\dfrac{10}{3}$일 때, $\mathrm{E}(9Y+5)$의 값을 구하시오.

030 2021학년도 9월 평가원 수학 나형

21. 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} 2a_n+a_{n+1} & (a_n \le a_{n+1}) \\ a_n+a_{n+1} & (a_n > a_{n+1}) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_3=2$, $a_6=19$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

오답률 Top 3 [정답률 20%]

Comment

직접 대입하면서 규칙을 적용시켜나가는 문제이다.
라이트 N제 에서나 고득점 N제에서 처음 보는 귀납법 문제가 나왔을 때, 취해야하는 태도는 직접 대입해서 규칙을 파악해 본다 라고 강조했었다.

2022학년도 예비평가 15번 문제에서와 같은 맥락으로 a_1을 구한다고 해서 a_1부터 순차적으로 대입하면 너무 복잡하므로 아는 값 a_6에서 a_1으로 가는 역추적방식을 선택하는 것이 좋다.

객관식 정답률이 20%라는 것은 맞춘 학생이 거의 없다고 봐도 무방한데 문제의 난이도가 너무 높다기보다는 시간 부족 측면이 더 큰 것 같다. 개인적으로는 해설강의나 해설지를 보지 말고 꼭 직접 case분류하면서 풀어봤으면 좋겠다.

시간이 오래 걸릴 것 같다고 느껴지거나 막혔다면 바로 넘기는 것도 아주 좋은 전략이 될 수 있다. 실제 시간재고 풀 때, 필자도 21번 보자마자 바로 넘기고 21번을 맨 마지막에 풀었다.

031 2022학년도 예비평가

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{100} a_k$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$의 값은? [4점]

(가) $a_5 = 5$

(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

032 2020년 고3 7월 교육청 수학 나형

21. 첫째항이 양수이고 공차가 -1보다 작은 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$은 다음과 같다.

$$b_n = \begin{cases} a_{n+1} - \dfrac{n}{2} & (a_n \geq 0) \\ a_n + \dfrac{n}{2} & (a_n < 0) \end{cases}$$

수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $b_5 < b_6$

(나) $S_5 = S_9 = 0$

$S_n \leq -70$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값은? [4점]

① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

033 2021학년도 9월 평가원 수학 나형

29. 흰 공 4개와 검은 공 6개를 세 상자 A, B, C에 남김없이 나누어 넣을 때, 각 상자에 공이 2개 이상씩 들어가도록 나누어 넣는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

오답률 Top 2 [정답률 5%]

Comment

수능특강 p26 Lv2 1,2번 연계로 보이는 문제이고 기존 조건을 좀 더 깔끔하게 다듬어서 출제하였다.
흰 공을 분할할 수 있는 개수로 나눈 뒤
A, B, C 짝짓기 $\times$ 검은 공 넣어주기(중복조합이용)
로 구할 수 있다. 여기서 포인트는 2개 이상인 조건이다.

예를 들어 흰 공 2, 2, 0개로 분할하면 흰 공이 0개 있는 상자에는 검은 공 2개를 무조건 넣어줘야 하는 것이 포인트이다.
($A+B+C=6$, $C \geq 2$ 구조와 동일)

가형 나형 모두 동일한 문제가 29번에 배치되었다.
만약 N제에 똑같은 문제가 수록되었으면 그렇게 어렵지 않다고 느꼈을 가능성이 높지만 역시나 실전에서 만나는 주관식 확통은 언제나 만만치 않다.
남은 기간 동안 기출문제 + EBS (수특 수완)
확통 모두 체화시키고 수능장에 들어가는 것을 추천한다.
(1회독으로 택도 없고 적어도 3회독이상은 해야한다.)
EBS가 확통만큼은 전체적으로 난이도가 높은 편이니 나름 모래주머니 효과도 얻을 수 있다. (하드 트레이닝 가능)
정말 과한 문제도 있지만 멋진 문제도 있으니 다 풀어보길 권한다.

034 2021학년도 수능특강 p.26 Lv2 1번

[20009-0043]
흰 공 9개, 검은 공 9개, 파란 공 9개 중에서 9개의 공을 택하여 세 상자 A, B, C에 각각 3개씩 넣을 때, 상자 A와 상자 B에 넣은 파란 공의 총 개수가 4이고, 상자 C에 넣은 흰 공의 개수가 상자 A에 넣은 파란 공의 개수와 같은 경우의 수를 구하시오. (단, 단 같은 색의 공은 구분하지 않는다.)

035 2021학년도 수능특강 p.26 Lv2 2번

[20009-0044]
같은 종류의 빵 7개와 같은 종류의 음료수 3개를 세 사람에게 나누어 줄 때, 아무 것도 받지 못하는 사람이 생기지 않도록 나누어 주는 경우의 수를 구하시오.

036 2020년 고3 7월 교육청 수학 나형

29. 흰 공 2개, 빨간 공 3개, 검은 공 3개를 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 흰 공을 받은 학생은 빨간 공과 검은 공도 반드시 각각 1개 이상 받도록 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않고, 공을 하나도 받지 못하는 학생은 없다.) [4점]

037 2021학년도 9월 평가원 수학 나형

30. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(1)=f(3)=0$
> (나) 집합 $\{x \mid x \geq 1$이고 $f'(x)=0\}$의 원소의 개수는 1이다.

상수 a에 대하여 함수 $g(x)=|f(x)f(a-x)|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\dfrac{g(4a)}{f(0)\times f(4a)}$의 값을 구하시오. [4점]

오답률 Top 1 [정답률 3%]

Comment

개인적으로 난이도 측면만 봤을 때, 6평 나형 30번이 더 어려웠다고 생각한다. 다만 시간 부족으로 인해 시험장에서 30번을 보지 못한 학생들이 많았을 것 같다.

6평 30번과 마찬가지로 전형적인 case분류 문제로 출제되었다. b를 모르니 자연스럽게 $b<1$, $b=1$, $1<b<3$, $b=3$, $3<b$로 case분류할 수 있고 (나) 조건을 만족시키려면 $b<1$ 만 가능하다.

물론 최고차항의 계수도 음수인지 양수인지 나와 있지 않기 때문에 모두 고려해야한다. 음수일 때에도 $b<1$만 가능하다. (다만 문제에서는 최고차항의 계수는 약분이 되서 굳이 필요는 없었지만 고려한 것과 안한 것의 차이는 크다.)

결국 $f(x)$의 x절편이 작은 순서대로 b, 1, 3인 것을 파악하여 $f(x)f(a-x)$가 6차함수이니 실수 전체의 집합에서 미분가능하려면 각각 b, 1, 3을 중근으로 가져야하는 것이 포인트인 문제였다. 비슷한 맥락의 기출문제도 다수 있기 때문에 풀 시간을 확보하는 것이 관건인 문제였다.

038 2016학년도 6월 평가원 A형

21. 자연수 n에 대하여 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$의 극댓값을 a_n이라 하자.

> (가) $f(n)=0$
> (나) 모든 실수 x에 대하여 $(x+n)f(x) \geq 0$이다.

a_n이 자연수가 되도록 하는 n의 최솟값은? [4점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

039 2021 규토 고득점 N제 나형

01

삼차함수 $f(x)$와 함수

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)}{x} & (x\neq 0)\\ 0 & (x=0)\end{cases}$$

에 대하여 함수 $|f(x)+g(x)|$가 $x=k$ ($k\neq 0$인 상수)에서만 미분가능하지 않을 때, $\dfrac{f(5+k)}{g(k)}$의 값을 구하시오.

040 2021 규토 고득점 N제 나형

17

삼차함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\int_0^4 f(x)dx>0$
>
> (나) $f'(0)f'(4)\geq 0$
>
> (다) 방정식 $f(x)=f(4)$의 실근은 모두 정수이다.

$f(x)$에 대하여 집합 S를

$$S=\left\{a \mid \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{x-a}=f'(a)\text{이고 } a\text{는 1이 아닌 정수}\right\}$$

라 하고, S의 원소의 개수를 $n(S)$라 하자. $\{0,\ 4\}\subset S$를 만족시키는 모든 $f(x)$에 대하여 서로 다른 모든 $\dfrac{n(S)f(-1)}{f(5)}$의 값의 곱은?

① 24 ② 36 ③ 48 ④ 60 ⑤ 72

★ 9월 모의고사 나형 총평 ★

현재 1컷이 84인 것을 보면 6평보단 확실히 어려웠졌고

전반적으로 작년 수능과 비슷한 난이도였다고 생각합니다.

준킬러의 난이도가 상승하고 킬러의 난이도가 약화되는기조는 유지된 것 같습니다.

(최상위권은 표점 쩌는 100점을 맞을 수 있는 좋은 기회가 될 것 같습니다.)

확통공부 열심히 합시다! 기출문제 최소 3회독 후 ebs꼭 풀어보세요.

치열하게 고민해보고 그 다음 해설지를 보셨으면 합니다.

앞으로 70여일이나 남았습니다.

충분히 역전할 수 있는 시간입니다.

200일 전의 1일과 지금의 1일은 밀도 자체가 다릅니다.

정말 많은 것을 할 수 있습니다.

구잘수망이라는 단어도 괜히 있는게 아닙니다

너무 못보셨다고 낙담하실 필요도 전혀 없습니다.

어차피 수능은 모평과 **독립시행**입니다.

아래는 작년 수능 끝나고 고득점 N제 나형 실제 후기 입니다.

규토님 제가 글쓰기는 좀그래서 쪽지드려요 일단정말감사드립니다 저는일단문과로 나형 100 맞았습니다 제가 9평 조지고 규토 n제 샀는데 정말도움많이됐어요진짜 올해푼중에최고에요 정말 감사드려서 쪽지드려요 규토 모의고사 해설도 재미잇었어요 정말감사드립니다
3분 전

크... 멋지십니다! 정말 고생하셨고 또 고생하셨습니다 ㅠ—ㅠ

서문과갔거든요 근데 정말규토n제가 정말케이스분류이게너무도움되었어요 진짜너무감사드립니다
5분 전

크.. 멋지십니다 ㅎㅎ
5분 전

중요하죠 케이스분류 ㅎㅎ 요번 30번도 케이스분류였으니까요
4분 전

규토 n제비하면 기초적인 케이스분류지만...
4분 전

진짜 정말좋은문제 만들어주셔사감사히고 홍보많이할게요
4분 전

제가 재종다녔는데 진짜 제가홍보진짜 많이할게요 제가느끼기에 규토n제 한권이다른킬러문제집10권보다좋았어요
2분 전

ㄷㄷ 이런 극찬을 ㅠ—ㅠ 몸둘빠를모르겠네용
2분 전

아그리고해설너무좋았어요 규토님대박나세요!
1분 전

정말 감사드립니다 ㅠ 그래도 [redacted]님이 열심히 하셨으니까 좋은 결과가 나왔죠 ㅎ 정말 고생하셨습니다!

9평 망하고 -> 규토 N제 나형 구매 -> 수능 나형 100점 (1컷 84) !

절대 일희일비하지마시고 자기 페이스대로 꾸준히 하루하루

최선을 다하면 되는 겁니다~

화이팅입니다!

시험치신다고 정말 고생많으셨습니다. (_ _)

<규토 N제 관련 링크모음>

게시글 주소: https://orbi.kr/00031429454

위 링크로 들어가시면 라이트 N제와 고득점 N제에 대한 정보 모두를 확인하실 수 있습니다~

문돌이 6평 3 ->9평 1?(예상)
2020.09.16. 21:54

쌤 감사합니다...6월 80에서 9평 84 맞았을 뿐인데 등급이 확 오르네요ㅠㅠ 비록 예상 컷에 걸치긴 하지만 고3 내내 3~4만 받다 처음으로 수학 1을 받으니 기분이 얼떨떨합니다.. 라이트 풀면서 기본에 충실하라는 말의 의미를 깨닫게 되어 다행인 것 같습니다. 수능 때는 더 나아진 모습으로 임할 수 있도록 노력하겠습니다!

인생처음 나형 1등급을 9평으로?

게시글 주소: https://orbi.kr/00032192232

선생님 시발점이랑 규토만 했는데 이번 9평에서 인생 처음으로 1등급 받았습니다 ㅎㅎㅎ 진짜 감사합니다

[redacted]
레전드다....
뉴런도 아니고 시발점이라니
오후 11:12

[redacted]
2학년 때까지 수학을 놔서 3학년 시작할때 시발점 상하부터 쭉 본거라
2등급 맞아본 적 없이 1등급 맞았네요 ㅋㅋㅋㅋ
진짜감사합니다선생님
오후 11:12

[redacted]
수능 100점 향해서 노력해보겠습니다 :)
오후 11:13

6평 30점대 -> 9평 3등급

저 .. 6모 30점대 5등급에서 9모는 3등급까지 올렸습니다 ... 😭
한 7월 쯤에 커리큘럼 관련 질문 메일도 남겼었는데 기억하실지 모르겠네요!!
아직 높은 점수대는 아니지만 기분은 너무너무 좋네요
너무 감사합니다 ㅎ —ㅎ 남은 기간 동안 규토 100퍼센트 공부법으로 동그라미 채워나가면서 계속 회독할 예정입니다
감사합니다 (저는 나형입니다 .. 모르고 가형 게시물에 댓글 달았네요)
2020.9.17. 10:29 | 신고

<9평 나형 88점>

답변감사드립니다. 규토님 8월부터 라이트 n제를 풀고 0커리를 계속 반복한 결과 제가 고3과정의 개념이 없는게 아니라 대칭이동 식 등 기존부터 수학이 쌓여온 것이 아니라서 수학을 못하는 것이었다는 것을 깨달았습니다. 진짜 규토 라이트 너무 꿀꿀꿀 책이고 100% 공부법도 이런 방식으로 공부는 처음 하는데 진짜 이름 그대로 100% 공부법이라는 것을 실감하고 있습니다. 규토님 적게 일하시고 많이 버세요,,,,(개인적인 바람으로 확통 책버전도 나오고 많이 일해주셨음 좋겠지만요,,,,ㅎㅎ)

안녕하세요 :)

한 시간 전

이번에 규토 라이트 N제로 공부하고 나형 9평 88점으로 1등급 맞은 재수생입니다. 아직 고쳐야할 부분이 너무 많지만 규토로 공부하고 실력이 정말 올랐어요. 한번도 1등급 받아본 적이 없고 6평때도 88점으로 간신히 2등급 맞았었거든요. 지금처럼 오답 꾸준히 반복해서 씹어먹고 수능땐 100점 맞고싶어요ㅎㅎ 그때 좋은 소식 가지고 다시 쪽지 보내드릴게요❤️ 감사합니다!! 규토.. 제 후배들에게 마구마구 추천해줄거에요

<규토 라이트 N제 추천 커리큘럼 (6.15)>

규토 라이트 N제는 본격적으로 기출분석 강의 + 기출문제를 들어가시기 전에 보시면 아주 좋습니다.

개념과 기출을 이어주는 bridge 역할로 기획한 교재이기 때문입니다.

본격적으로 기출문제를 풀기 전에 보면 좋다는 것이지 기출문제를 풀었으면 안 풀어도 좋다가 아닙니다.

개인적으로 라이트 N제 수1,수2 는 기출문제 학습 유무와 상관없이

나형의 경우 고정 96~100이 아니시라면 꼭 보시고 가형의 경우 3등급 이하는 꼭 보셨으면 좋겠습니다.

참고로 나형은 라이트 수1+수2 완벽히 체화하면 96까지 충분히 가능합니다. (100점은 고득점으로~)

가형은 라이트 수2하나면 수2는 따로 공부 안 해도 됩니다. :D

★ 교과개념+실전개념+예제+개념확인 문제+ 필수유형 자작 +기출선별(3점~킬러4점까지) + 준킬러~킬러급 자작 모두 수록 ★

* 규토 라이트 N제 수학1 책소개 (정식버전) : https://orbi.kr/00028843804

책소개 QR코드 :

* 규토 라이트 N제 수학2 책소개 (정식버전) : https://orbi.kr/00030598071

책소개 QR코드 :

* 규토 라이트 N제 질문 카톡방 운영 중 : https://orbi.kr/00029282261

질문 카톡방 QR코드 :

★필 독★

아래 계획표에는 일주일 혹은 하루에 대단원 한 개씩이라고 되어있지만

이는 학생에 따라서는 매우 큰 부담감으로 작용할 수 있습니다.

도리어 빨리 풀어야한다는 압박감에 정작 가장 중요한 100퍼센트

공부법을 제대로 이행하지 못하는 부작용이 생길 수 있습니다.

따라서 대단원이 부담되시면 대단원을 쪼개서

소단원을 기준으로 하셔도 됩니다.

(특히 라이트 수2의 경우 난이도가 수1에 비해 높기 때문에
소단원으로 하시거나 마스터 스텝은 전체 1회독 후 마지막에 푸셔도 됩니다.)

저는 큰 틀을 제시한 것이고 각자의 상황에 맞게

조금씩 변화를 주시면 됩니다.

건투를 빌겠습니다.

화이팅입니다~!

(라이트n제 질문 카톡방에 항시 대기 중이니 도움이 필요하시면 들어오세요~
언제든지 환영입니다 :D)

선택 1. 개념강의 + 개념부교재(워크북) + 규토 라이트 N제 병행 (성적대가 높은 학생)

1회독기준 3주 완성 커리큘럼 (1주에 대단원 한 개씩)

월	화	수	목	금	토	일
* 1단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 1단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 1단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)
* 2단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 2단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 2단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)
* 3단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 3단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 3단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Master step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)

* 추후에 계속 틀린 문제 복습해야함 (동그라미 커리큘럼, 최대한 책에 적힌 100%공부법으로 학습할 것!)

* 각 Step이 끝날 때마다 해설보기
  ex) Training - 1step 문제 풀고 -> 해설보기 -> Training - 2step 문제 풀고 -> 해설보기

* 라이트 N제 수2의 경우 전체 한 바퀴 돌린 후 Master step으로 들어가길 추천

선택 2. 개념강의 + 개념부교재(워크북) + 규토 라이트 N제 병행 (성적대가 낮은 학생)

1회독기준 4주 완성 커리큘럼 (1주에 대단원 한 개씩, 마지막주에 Master step 풀기)

월	화	수	목	금	토	일
* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)
* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)
* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step) 정독 후 해당 소단원 개념강의 수강 (수강 후 10분이 지나기 전에 복습) * 개념부교재	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)
* 1단원 Guide step 복습 *1단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 1단원 Guide step 복습 *1단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 2단원 Guide step 복습 *2단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 2단원 Guide step 복습 *2단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 3단원 Guide step 복습 *3단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 3단원 Guide step 복습 *3단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)

* 추후에 계속 틀린 문제 복습해야함 (동그라미 커리큘럼, 최대한 책에 적힌 100%공부법으로 학습할 것!)

* 각 Step이 끝날 때마다 해설보기
  ex) Training - 1step 문제 풀고 -> 해설보기 -> Training - 2step 문제 풀고 -> 해설보기

선택 3. 개념강좌 완강 후 규토 라이트 N제 (성적대가 높은 학생)

1회독기준 1주 완성 커리큘럼

월	화	수	목	금	토	일
* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 1단원 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 2단원 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 3단원 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)

* 추후에 계속 틀린 문제 복습해야함 (동그라미 커리큘럼, 최대한 책에 적힌 100%공부법으로 학습할 것!)

* 각 Step이 끝날 때마다 해설보기
  ex) Training - 1step 문제 풀고 -> 해설보기 -> Training - 2step 문제 풀고 -> 해설보기

선택 4. 개념강좌 완강 후 규토 라이트 N제 (성적대가 낮은 학생)

1회독기준 2주 완성 커리큘럼

월	화	수	목	금	토	일
* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Guide step ~ Training - 2step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)
* 1단원 Guide step 복습 *1단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 1단원 Guide step 복습 *1단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 1단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 2단원 Guide step 복습 *2단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 2단원 Guide step 복습 *2단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 2단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 3단원 Guide step 복습 *3단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 3단원 Guide step 복습 *3단원 Guide step ~Training - 2step 틀린 문제 다시보기 * 3단원에 수록된 규토 라이트 N제 (Master step)	* 새로운 문제 금지 * 복습의 날 (일주일동안 했던 것 복습 및 누적 복습) * 동그라미 커리큘럼 이행하기 (전주, 전전주 틀린 문제 다시 풀기)

* 추후에 계속 틀린 문제 복습해야함 (동그라미 커리큘럼, 최대한 책에 적힌 100%공부법으로 학습할 것!)

* 각 Step이 끝날 때마다 해설보기
  ex) Training - 1step 문제 풀고 -> 해설보기 -> Training - 2step 문제 풀고 -> 해설보기

실전같이 풀어라 !!!!

2021학년도 9월 모의고사 나형 보충프린트 (답지)

■ 실시일: 2020년 9월 17일

<답>

1. ③
2. ④
3. ①

3+α

017

$\log_a b = \log_b \sqrt{c} = \log_c \sqrt[4]{a} = k$ 라 두면

$b = a^k$

$\sqrt{c} = b^k \Rightarrow c^{\frac{1}{2}} = b^k \Rightarrow c^{\frac{1}{2k}} = b$

$\sqrt[4]{a} = c^k \Rightarrow a^{\frac{1}{4}} = c^k \Rightarrow c^{4k} = a$

$b = a^k \Rightarrow c^{\frac{1}{2k}} = c^{4k^2} \Rightarrow \frac{1}{2k} = 4k^2 \Rightarrow k^3 = \frac{1}{8}$

$\Rightarrow k = \frac{1}{2}$

$a = c^2$, $b = c$ 이므로

$\frac{1}{\log_{abc} c} = \log_c abc = \log_c c^2 \times c \times c = \log_c c^4 = 4$

답은 4

Tip $\log_a b = k$, $\log_b c = 2k$, $\log_c a = 4k$ 에서 세 식을 곱하면

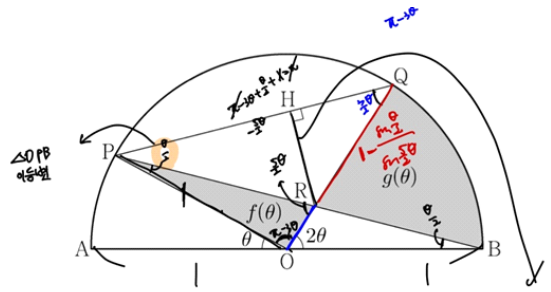
$8k^3 = 1$ 이므로 $k = \frac{1}{2}$

4. ③
5. ③
6. ②
7. 24
8. 12
9. 9
10.

(1) $\overline{\mathrm{OR}} = \dfrac{\sin\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{5}{2}\theta}$

(2) $f(\theta) = \dfrac{\sin\frac{\theta}{2}\sin 3\theta}{2\sin\frac{5}{2}\theta}$, $g(\theta) = \theta - \dfrac{\sin\frac{\theta}{2}\sin 2\theta}{2\sin\frac{5}{2}\theta}$

(3) $\overline{\mathrm{RH}} = \left(1 - \dfrac{\sin\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{5}{2}\theta}\right)\sin\frac{3}{2}\theta$



$\left(1 - \frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{5}{2}\theta}\right)\sin\frac{3}{2}\theta$

△OPR에서 사인법칙

$\frac{1}{\sin(\frac{5}{2}\theta)} = \frac{\overline{OR}}{\sin\frac{\theta}{2}} \Rightarrow \overline{OR} = \frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\sin(\frac{5}{2}\theta)}$

$f(\theta) = \frac{1}{2} \times 1 \times \overline{OR} \times \sin(\pi - 3\theta) = \frac{\sin\frac{\theta}{2}\sin 3\theta}{2\sin(\frac{5}{2}\theta)}$

$g(\theta) =$ 부채꼴 OBQ − 삼각형 BRQ $= \theta - \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{5}{2}\theta} \times \sin 2\theta = \theta - \frac{\sin\frac{\theta}{2}\sin 2\theta}{2\sin\frac{5}{2}\theta}$

$(\frac{1}{2} \times 1^2 \times 2\theta)$

△RQH에서.

$\overline{QR} = \overline{OQ} - \overline{OR} = 1 - \frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{5}{2}\theta}$

$\overline{RH} = \left(1 - \frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{5}{2}\theta}\right)\sin\frac{3}{2}\theta$

10+★. ②

11. ⑤

12.

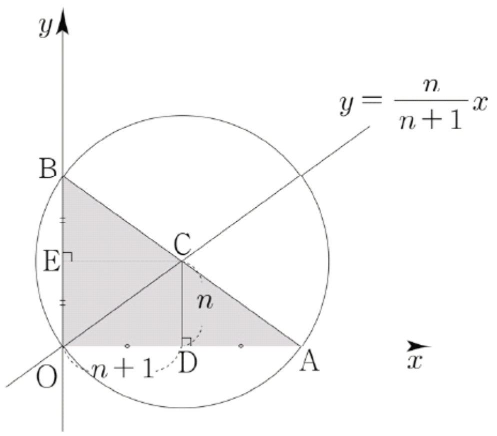
056

삼각형 OAB는 $\angle AOB = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로
빗변 AB가 원의 지름이 된다.

원의 중심이 직선 $y=\frac{n}{n+1}x$ 위에 있으므로

직선 $y=\frac{n}{n+1}x$와 선분 AB의 교점이 원의 중심이다.

원의 중심을 점 C라 하자.



점 C에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하면

$\overline{OB}=2n \Rightarrow \overline{OE}=\overline{CD}=n$

$\overline{OD}=x$라 하면 $\frac{n}{n+1}x=n \Rightarrow x=n+1$이다.

$2\overline{OD}=\overline{OA}=2n+2$이다.

$$S_n=\frac{1}{2}\times 2n\times(2n+2)=2n(n+1)$$

$$\sum_{n=1}^{10}\frac{1}{S_n}=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{10}\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{10}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{11}\right)=\frac{5}{11}$$

답은 ①

13. ⑤

14. 19

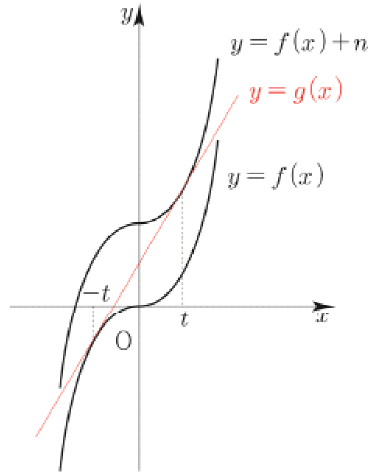
15. 89

16. ②

17. 108

175

함수 $f(x)=x^3$와 자연수 n에 대하여 두 함수
$y=f(x)$, $y=f(x)+n$ 의 그래프와 모두 접하는
직선 $y=g(x)$



곡선 $y=f(x)+n$과 직선 $y=g(x)$가 접하는
접점의 x좌표를 t라 하면
접선의 기울기는 $f'(t)=3t^2$이다.

곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=g(x)$가 접하는
접점의 x좌표를 T라 하면
접선의 기울기는 $f'(T)=3T^2$이다.

두 접선이 동일하므로 접선의 기울기가 서로 같다.
$f'(t)=f'(T) \Rightarrow 3t^2=3T^2 \Rightarrow T=-t\ (T\neq t)$

함수 $y=f(x)+n$ 위의 점 $(t,\ t^3+n)$에서의
접선의 방정식은
$y=3t^2(x-t)+t^3+n \Rightarrow y=3t^2x-2t^3+n$
함수 $y=f(x)$ 위의 점 $(-t,\ -t^3)$에서의
접선의 방정식은
$y=3t^2(x+t)-t^3 \Rightarrow y=3t^2x+2t^3$

두 접선이 동일하므로 접선의 y절편이 서로 같다.
$-2t^3+n=2t^3 \Rightarrow 4t^3=n$

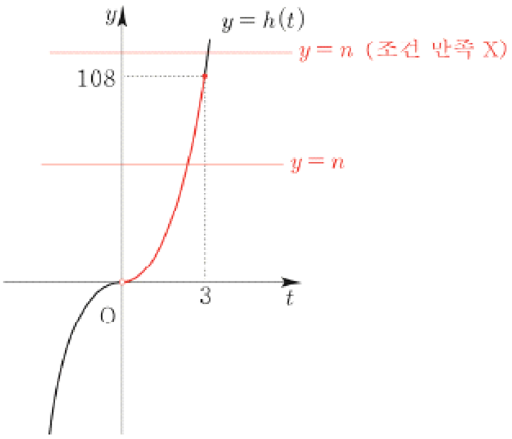
모든 실수 x에 대하여 $g'(x)\le 27$이 되려면
$g'(x)=3t^2$이므로
$3t^2\le 27 \Rightarrow t^2\le 9 \Rightarrow (t-3)(t+3)\le 0$

$\Rightarrow 0<t\le 3\ (\because t>0)$
이면 된다.

즉, t에 대한 방정식 $4t^3=n$에서 실근 t가

$0 < t \le 3$이 되도록 하는 자연수 n의 개수를 구하면 된다.

$h(t) = 4t^3$ 라 하고 $y = h(t)$를 그리면



만약 $n > 180$이라면 $4t^3 = n$의 실근 t가 $t > 3$이므로
$0 < t \le 3$를 만족시키지 않는다.

조건을 만족시키는 n의 범위는 $1 \le n \le 108$ 이므로
모든 자연수 n의 개수는 108이다.

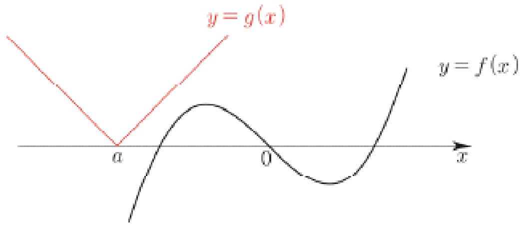
답은 108

18. ④

186

$f(x) = 6x^3 - x,\ g(x) = |x - a|$

$f(x) = x(\sqrt{6}x + 1)(\sqrt{6}x - 1)$
$f(x)$는 기함수이므로 원점에 대하여 대칭이다.



두 함수의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나려면 두 그래프가 접해야 한다.

$$g(x) = \begin{cases} x - a & (x > a) \\ -x + a & (x \le a) \end{cases}$$

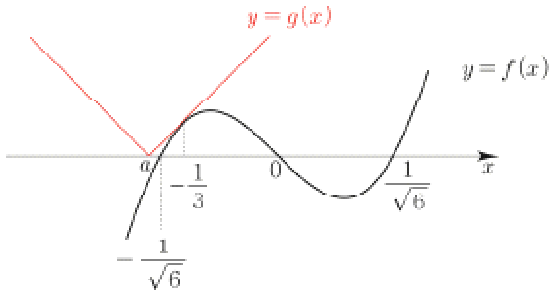
두 그래프가 $x > a$에서 접할 때 접점의 좌표를 t라 하면
$g(x) = x - a,\ f(x) = 6x^3 - x$

$g'(t) = f'(t) \Rightarrow 1 = 18t^2 - 1 \Rightarrow t^2 = \dfrac{1}{9}$

$\Rightarrow t = -\dfrac{1}{3}$ or $t = \dfrac{1}{3}$

$-\dfrac{1}{\sqrt{6}} < -\dfrac{1}{3} < 0 < \dfrac{1}{3} < \dfrac{1}{\sqrt{6}}$이므로

$t = -\dfrac{1}{3}$에서만 접한다.



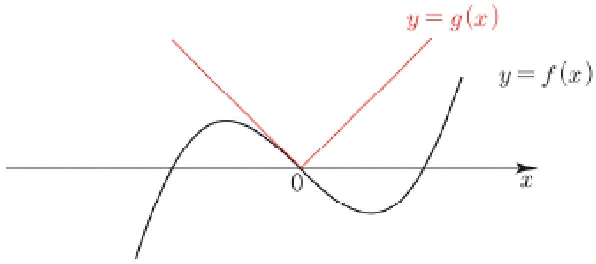
$g\left(-\dfrac{1}{3}\right) = f\left(-\dfrac{1}{3}\right) \Rightarrow -\dfrac{1}{3} - a = 6\left(-\dfrac{1}{3}\right)^3 + \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow -\dfrac{1}{3} - a = \dfrac{1}{9} \Rightarrow a = -\dfrac{4}{9}$

두 그래프가 $x < a$에서 접할 때 접점의 좌표를 t라 하면
$g(x) = -x + a,\ f(x) = 6x^3 - x$

$g'(t) = f'(t) \Rightarrow -1 = 18t^2 - 1 \Rightarrow t = 0$

(참고로 $f''(0) = 0$이므로 $(0,\ 0)$은 $f(x)$의 변곡점이므로
$y = -x$는 Guide step에서 배운 변곡접선이라 할 수 있다.)



$g(0) = f(0) \Rightarrow a = 0$

따라서 조건을 만족시키는 모든 실수 a의 값의
합은 $-\dfrac{4}{9} + 0 = -\dfrac{4}{9}$이다.

답은 ④

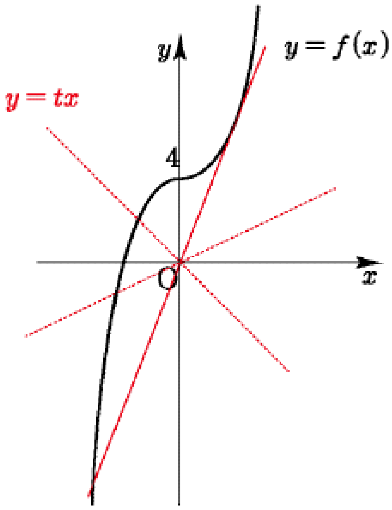
19. 4

025

실수 t에 대하여 직선 $y=tx$가 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$

함수 $f(x)=\begin{cases} -x^2+4 & (x<0) \\ x^2+4 & (x \geq 0) \end{cases}$ 와 $y=tx$의 그래프를 그려서 판단해보자.

여기서 $y=tx$는 정점이 $(0,\ 0)$이고 기울기가 t인 일차함수라고 해석할 수 있다. 즉, 원점을 고정시켜 빙글빙글 돈다고 볼 수 있다.

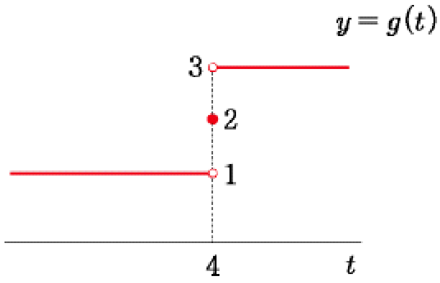


$t \leq 0$일 때, 한 점에서 만나므로 $g(t)=1$이다.
점점 t가 커지면서 $y=tx$와 $y=f(x)$가 접할 때 $g(t)=2$이다.

접할 때 t를 찾기 위해 판별식을 쓰면

$tx=x^2+4 \Rightarrow x^2-tx+4=0$
$D=0 \Rightarrow t^2-16=0 \Rightarrow t=4\ (t>0)$
즉, $g(4)=2$ 이고 $g(t)=1\ (t<4)$

$t>4$일 때, 세 점에서 만나므로 $g(t)=3$이다.
이를 바탕으로 $y=g(t)$를 그리면



따라서 함수 $g(t)$가 열린구간 $(-\infty,\ a)$에서 연속이도록 하는 실수 a의 최댓값은 4이다.

답은 4

Tip 이런 문제들은 항상 **경계**를 조심해야한다.
"만약 $a=4$가 되면 연속이 될까?" 직접 해보고 판단하면 된다. "a가 4보다 조금 더 커지면 불연속이므로 최댓값이 4구나"라고 판단할 수 있는 능력을 기르도록 하자.
이 문제에서는 실수를 물어보았지만 특히, 자연수나 정수의 개수를 묻는 문제에서 조심해야한다. 경계를 조심하자!

20. 5

21.

050

$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 16x - 2$

$f'(x) = -x^2 + 16 = -(x-4)(x+4)$

$-a < x < a$에서 $f'(x) \ge 0$이어야하므로
양수 a의 최댓값은 4이다.

답은 4

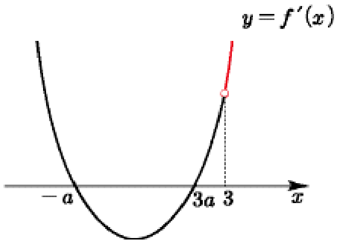
052

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 - 3a^2x$

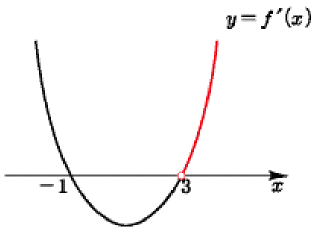
$f'(x) = x^2 - 2ax - 3a^2 = (x-3a)(x+a)$

$3 < x_1 < x_2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여
$f(x_1) < f(x_2)$이므로 $x > 3$에서 $f(x)$가 증가한다.
즉, $x > 3$에서 $f'(x) \ge 0$

$a > 0$이므로 $f'(x)$를 그리면



조건을 만족하려면 $3a < 3$이어야 하므로 $a < 1$이다.
위와 같은 그림은 직관적으로 당연하게 받아들일 수 있지만
만약 $3a = 3$일 때에도 조건을 만족시킬 수 있을까?



$3a = 3 \Rightarrow a = 1$이어도 조건을 만족시킨다.

$0 < a \le 1$이므로 a의 최댓값은 1이다.

답은 1

Tip 항상 경계를 조심해야한다.
a가 자연수나 정수일 때, a의 개수나 합을 물어보는
문제에서 특히 조심해야한다.

위 문제에서는 $a = 1$일 때가 경계가 되는데
$a = 1$인 상황을 그려보고 특히 유의하면서 판단하면
된다.

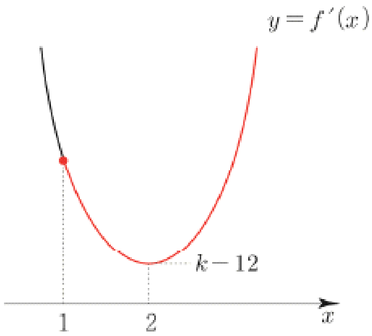
054

실수 t에 대하여 정의역이 $\{x \mid x \ge t\}$인
함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + kx$의 역함수가 존재하도록 하는
실수 k의 최솟값을 $g(t)$

① $t = 1$

$x \ge 1$에서 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + kx$의 역함수가
존재해야하므로 $f(x)$는 $x \ge 1$에서 증가함수이거나
감소함수이어야 한다.
즉, $x \ge 1$에서 $f'(x) \ge 0$이거나
$x \ge 1$에서 $f'(x) \le 0$이어야한다.
$f'(x)$의 최고차항의 계수가 양수이므로
$x \ge 1$에서 $f'(x) \ge 0$이어야 한다.

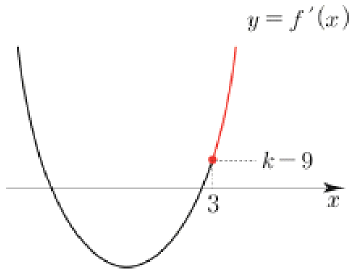
$f'(x) = 3x^2 - 12x + k$
$f'(x)$를 그리면



최솟값 $k-12$가 0이상이면 된다.
$k - 12 \ge 0 \Rightarrow k \ge 12$ 이므로
$g(1) = 12$이다.

② $t = 3$

마찬가지로
$f'(x)$를 그리면



최솟값 $k-9$가 0이상이면 된다.
$k - 9 \ge 0 \Rightarrow k \ge 9$ 이므로
$g(3) = 9$이다.

따라서 $g(1) + g(3) = 21$이다.

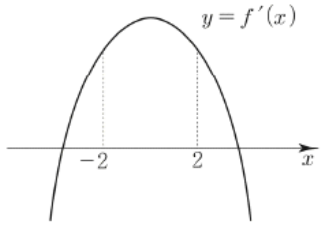
답은 21

055

$f(x) = -x^3 + ax + 5$
$f'(x) = -3x^2 + a$

$-2 < x_1 < x_2 < 2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여
$f(x_1) < f(x_2)$이므로
$-2 < x < 2$에서 $f(x)$가 증가한다.

즉, $-2 < x < 2$에서 $f'(x) \geq 0$



$f'(x)$는 y축 대칭이므로 위 그림과 같이 되려면
$f'(2) \geq 0$만 만족시키면 된다.
$f'(2) = -12 + a$이므로
$-12 + a \geq 0 \Rightarrow a \geq 12$

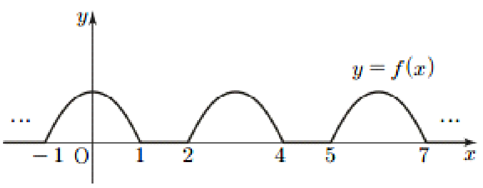
$f(3) = -22 + 3a$이므로 $f(3)$의 최솟값은 14이다.

답은 14

22. ③

23. 12

28. [출제의도] 정적분을 활용하여 추론하기
모든 실수 x에 대하여
$\{f(x)+x^2-1\}^2 \geq 0$, $f(x) \geq 0$이므로
정적분 $\int_{-1}^{2} \{f(x)+x^2-1\}^2 dx$의 값이 최소가
되기 위해서는
(ⅰ) $-1 \leq x \leq 1$에서
$x^2-1 \leq 0$이므로 $f(x) = -(x^2-1) = -x^2+1$
(ⅱ) $1 < x \leq 2$에서
$x^2-1 > 0$이므로 $f(x) = 0$
$f(x+3) = f(x)$이고, (ⅰ), (ⅱ)에 의하여
함수 $f(x)$의 그래프의 개형은 다음과 같다.



$$\int_{-1}^{2} f(x)\,dx = \int_{2}^{5} f(x)\,dx = \int_{5}^{8} f(x)\,dx$$
$$= \cdots = \int_{23}^{26} f(x)\,dx$$

따라서 $$\int_{-1}^{26} f(x)\,dx = 9\int_{-1}^{2} f(x)\,dx$$
$$= 9\int_{-1}^{1} (-x^2+1)\,dx = 12$$

24. 6

083

다항함수 $f(x)$

$$\int_0^x (x-t)\{f(t)\}^2 dt = \frac{1}{12}x^4 + x^3 + ax^2 + bx$$

$$x\int_0^x \{f(t)\}^2 dt - \int_0^x t\{f(t)\}^2 dt = \frac{1}{12}x^4 + x^3 + ax^2 + bx$$

양변을 x에 대해 미분하면

$$\int_0^x \{f(t)\}^2 dt + x\{f(x)\}^2 - x\{f(x)\}^2$$

$$= \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 2ax + b$$

$$\int_0^x \{f(t)\}^2 dt = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 2ax + b$$

x에 0을 대입하면 $b = 0$

$$\int_0^x \{f(t)\}^2 dt = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 2ax$$

양변을 x에 대해 미분하면
$\{f(x)\}^2 = x^2 + 6x + 2a$

$f(1) = -4 \Rightarrow 16 = 1 + 6 + 2a \Rightarrow a = \frac{9}{2}$

$\{f(x)\}^2 = x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$

$\{f(x)\}^2 - (x+3)^2 = 0$

$\{f(x) - (x+3)\}\{f(x) + (x+3)\} = 0$
$f(x)$는 다항함수이므로
$f(x) = (x+3)$ or $f(x) = -x-3$이다.

$f(1) = -4$이므로 $f(x) = -x-3$이다.

$a = \frac{9}{2}$, $b = 0$이고 $f(x) = -x-3$이므로
$f(-2a+b) = f(-9) = 6$이다.

답은 6

Tip <질문>

Q. 연속함수 $f(x)$라고 하면 되지 왜 굳이
다항함수 $f(x)$라고 하였을까?

만약 연속조건만 있다면
$f(x) = |x+3|$ or $f(x) = -|x+3|$
도 가능하기 때문이다.

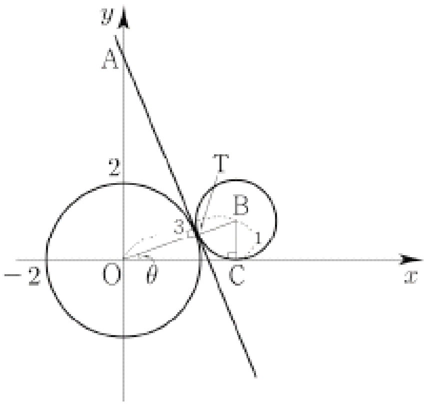
예를 들어 $f(x) = |x+3|$이면
$$f(x) = \begin{cases} -x-3 & (x < -3) \\ x+3 & (x \geq -3) \end{cases}$$ 이므로
$\{f(x)\}^2 = (x+3)^2$를 만족시킨다.

25. 41

26.

056

반지름의 길이가 1인 원의 중심을 B라 하고
점 B에서 x축에 내린 수선의 발을 C라 하자.
$\overline{OB}=3$, $\overline{BC}=1$, $\overline{OC}=2\sqrt{2}$



$\angle BOC=\theta$라 하면 $\tan\theta=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$이다.

$\tan(\angle BOA)=\dfrac{\overline{AT}}{\overline{OT}}$

∠보아 ㅋ.ㅋ
(라이트 N제에서는 이런 거 하지 않으려고 했는데... -_-;;)

$\angle BOA=\dfrac{\pi}{2}-\theta$ 이므로

$\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\dfrac{1}{\tan\theta}=2\sqrt{2}=\dfrac{\overline{AT}}{\overline{OT}}=\dfrac{\overline{AT}}{2} \Rightarrow \overline{AT}=4\sqrt{2}$

따라서 $l^2=32$이다.

답은 32

Tip 직각삼각형을 이용하여 $\angle OAT=\theta$ 로 보고
$\tan(\angle AOT)=\dfrac{\overline{AT}}{\overline{OT}}$로 접근해도 된다.
삼각함수 갈다 technic은 정말 자주 나오니 반드시 기억하자!

044

$\angle B=90^\circ$ 이므로 선분 AC는 원의 지름이 되고
원의 넓이가 25π 이므로 $\overline{AC}=10$이다.

$\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=10$이므로
$(\overline{AC})^2=(\overline{AB})^2+(\overline{BC})^2 \Rightarrow \overline{BC}=8$

$\angle ACB=\theta$라 하자.
삼각함수 갈다 technic을 사용하면
$\overline{EC}=4$이므로
$\tan\theta=\dfrac{6}{8}=\dfrac{\overline{DE}}{\overline{EC}}=\dfrac{\overline{DE}}{4} \Rightarrow \overline{DE}=3$

$\overline{AE}=\overline{AC}-\overline{EC}=10-4=6$이므로
$(\overline{AD})^2=(\overline{AE})^2+(\overline{DE})^2=36+9=45 \Rightarrow \overline{AD}=3\sqrt{5}$

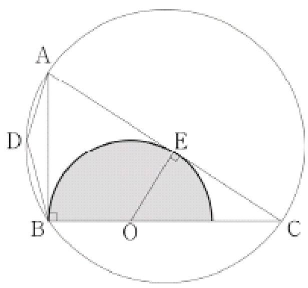
내접원의 반지름을 r이라 하자.
내접원의 공식사용하면
삼각형 ADE 의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times6\times3=9$이므로
$\dfrac{6+3+3\sqrt{5}}{2}\times r=9 \Rightarrow r=\dfrac{6}{3+\sqrt{5}}=\dfrac{9-3\sqrt{5}}{2}$
따라서 $a+b=12$이다.

답은 12

046

$\cos(\angle ADB)=-\dfrac{4}{5}$
원에 내접하는 사각형은 마주 보고 있는 두 각의 합이 180°
이므로 $\angle ADB+\angle ACB=\pi \Rightarrow \cos\angle ACB=\dfrac{4}{5}$

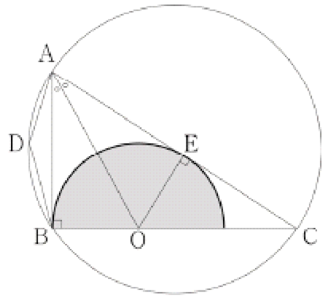
$\Rightarrow \sin\angle ACB=\dfrac{3}{5} \Rightarrow \overline{AB}=6$, $\overline{BC}=8$, $\overline{AC}=10$



원 S의 중심을 O 라 하고 반지름을 r이라 하자.

$\overline{OC}=8-r$, $\overline{OE}=r$이므로
삼각함수 갈다 technic을 사용하면
$\sin\angle ACB=\dfrac{r}{8-r}=\dfrac{3}{5} \Rightarrow 5r=24-3r \Rightarrow r=3$

각의 이등분성질을 이용하여 r을 구할 수도 있다.



$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BO} : \overline{OC} \Rightarrow 3:5 = \overline{BO} : \overline{OC}$

$\Rightarrow \overline{BO} = r = \frac{3}{8} \times \overline{BC} = 3$

따라서 원 S의 내부와 직각삼각형 ABC의 내부의

공통부분의 넓이는 원 S의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\frac{9}{2}\pi$이다.

답은 ①

27. 121
28. ②
29. 51 (해설지 p.39)
30. ②
31. ③
32. ④

21. [출제의도] 수학적 귀납법을 이용하여 문제 해결하기

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공차를 d라 하자.

$a > 0$, $d < -1$이므로

$n \le k$일 때 $a_n \ge 0$, $n \ge k+1$일 때 $a_n < 0$인 자연수 k가 유일하게 존재한다.

$n \le k$일 때,

$a_n \ge 0$, $b_n = a_{n+1} - \frac{n}{2}$ 이므로

$b_1 = a_2 - \frac{1}{2}$, $b_2 = a_3 - 1$, $\cdots$, $b_k = a_{k+1} - \frac{k}{2}$

따라서 수열 $\{b_n\}$은 $n = 1, 2, 3, \cdots, k-1$일 때,

$b_{n+1} - b_n = d - \frac{1}{2}$ 을 만족시킨다.

$n \ge k+1$일 때,

$a_n < 0$, $b_n = a_n + \frac{n}{2}$ 이므로

$b_{k+1} = a_{k+1} + \frac{k+1}{2}$, $b_{k+2} = a_{k+2} + \frac{k+2}{2}$,

$b_{k+3} = a_{k+3} + \frac{k+3}{2}$, $\cdots$

따라서 수열 $\{b_n\}$은 $n = k+1, k+2, k+3, \cdots$ 일 때, $b_{n+1} - b_n = d + \frac{1}{2}$ 을 만족시킨다.

즉, $n \le k-1$일 때, $d - \frac{1}{2} < 0$이므로 $b_n > b_{n+1}$,

$n \ge k+1$일 때, $d + \frac{1}{2} < 0$이므로 $b_n > b_{n+1}$,

$n = k$일 때,

$$b_{k+1} - b_k = \left(a_{k+1} + \frac{k+1}{2}\right) - \left(a_{k+1} - \frac{k}{2}\right)$$
$$= k + \frac{1}{2} > 0 \text{ 이므로 } b_n < b_{n+1}$$

그러므로 $n = k$일 때만 $b_n < b_{n+1}$이다.

조건(가)에서 $b_5 < b_6$이므로 $k = 5$이다.

그러므로 $b_n = \begin{cases} a_{n+1} - \frac{n}{2} & (n \le 5) \\ a_n + \frac{n}{2} & (n \ge 6) \end{cases}$

조건(나)에 의하여

$$S_5 = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5$$
$$= \frac{5(b_1 + b_5)}{2} = \frac{5}{2} \times \left\{\left(a_2 - \frac{1}{2}\right) + \left(a_6 - \frac{5}{2}\right)\right\}$$
$$= \frac{5}{2} \times (2a + 6d - 3) = 0$$

즉, $2a + 6d - 3 = 0$ …… ㉠

$$S_9 - S_5 = b_6 + b_7 + b_8 + b_9$$
$$= \frac{4(b_6 + b_9)}{2} = \frac{4}{2} \times \left\{\left(a_6 + 3\right) + \left(a_9 + \frac{9}{2}\right)\right\}$$
$$= 2 \times \left(2a + 13d + \frac{15}{2}\right) = 0$$

즉, $2a + 13d + \frac{15}{2} = 0$ …… ㉡

㉠, ㉡에 의하여

$a = 6$, $d = -\frac{3}{2}$ 이므로 $a_n = -\frac{3}{2}n + \frac{15}{2}$

$S_9 = 0$, $b_{10} = a_{10} + 5 = -\frac{15}{2} + 5 = -\frac{5}{2}$

$n \ge 6$일 때, 수열 $\{b_n\}$은

$b_{n+1} - b_n = d + \frac{1}{2} = -1$을 만족시키므로

$$S_n = S_9 + (b_{10} + b_{11} + b_{12} + \cdots + b_n)$$
$$= 0 + \frac{(n-9)\{-5 + (n-10)(-1)\}}{2}$$
$$= -\frac{(n-5)(n-9)}{2} \quad (n \ge 10)$$

$S_n \le -70$을 만족시키는 n의 값의 범위는

$n \ge 19$이므로 자연수 n의 최솟값은 19

[참고]

$b_n = \begin{cases} 6 - 2n & (n \le 5) \\ \frac{15}{2} - n & (n \ge 6) \end{cases}$

$S_n = \begin{cases} n(5-n) & (n \le 5) \\ -\frac{1}{2}(n-5)(n-9) & (n \ge 6) \end{cases}$

이므로 $n \le 9$일 때, $S_n \ge 0$

33. 168
34. 20
35. 267
36. 72

29. [출제의도] 중복조합을 활용하여 문제 해결하기

3명의 학생을 A, B, C 라 하자.

(i) 1명의 학생이 흰 공 2개를 모두 받는 경우
흰 공 2개를 모두 받는 1명의 학생을 정하는 경우의 수는 ${}_3C_1 = 3$
흰 공 2개를 모두 받은 학생이 A 일 때, 학생 A 는 빨간 공과 검은 공을 각각 적어도 1개씩 받아야 한다. 학생 A 에게 빨간 공 1개와 검은 공 1개를 주고, 남은 빨간 공 2개와 검은 공 2개를 학생 A, B, C 에게 나누어 주는 경우의 수는 ${}_3H_2 \times {}_3H_2 = 36$
학생 B 가 공을 하나도 받지 못하는 경우의 수는 남은 빨간 공 2개와 검은 공 2개를 학생 A, C 에게 나누어 주는 경우의 수이므로 ${}_2H_2 \times {}_2H_2 = 9$
같은 방법으로 학생 C 가 공을 하나도 받지 못하는 경우의 수도 ${}_2H_2 \times {}_2H_2 = 9$
학생 B 와 C 가 모두 공을 하나도 받지 못하는 경우의 수는 ${}_1H_2 \times {}_1H_2 = 1$
그러므로 1명의 학생이 흰 공 2개를 모두 받도록 나누어 주는 경우의 수는
$3 \times (36 - 2 \times 9 + 1) = 57$

(ii) 2명의 학생이 흰 공을 1개씩 받는 경우
흰 공을 1개씩 받는 2명의 학생을 정하는 경우의 수는 ${}_3C_2 = 3$
흰 공을 1개씩 받은 학생이 A, B 일 때, 학생 A, B 는 빨간 공과 검은 공을 각각 적어도 1개씩 받아야 한다. 학생 A, B 에게 각각 빨간 공 1개와 검은 공 1개를 주고, 남은 빨간 공 1개와 검은 공 1개를 학생 A, B, C 에게 나누어 주는 경우의 수는 ${}_3H_1 \times {}_3H_1 = 9$
학생 C 가 공을 하나도 받지 못하는 경우의 수는 ${}_2H_1 \times {}_2H_1 = 4$
그러므로 2명의 학생이 흰 공을 1개씩 받도록 나누어 주는 경우의 수는 $3 \times (9 - 4) = 15$

(i), (ii)에 의하여
구하는 경우의 수는 $57 + 15 = 72$

37. 105
38. ③
39. 64 (해설지 별도 첨부)
40. ① (해설지 별도 첨부)

3.3 수학Ⅱ 영역

보충 설명 $+\alpha$

01

삼차함수 $f(x)$와 함수

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)}{x} & (x\neq 0)\\ 0 & (x=0)\end{cases}$$

에 대하여 함수 $|f(x)+g(x)|$가 $x=k\,(k\neq 0$인 상수$)$에서만 미분가능하지 않을 때, $\dfrac{f(5+k)}{g(k)}$의 값을 구하시오.

출제의도

① 연속 조건을 이용하여 $f(0)=f'(0)=0$임을 알아낼 수 있는가?
② 미분가능한 함수 $h(x)$에 대하여 함수 $|h(x)|$가 $x=a$에서 미분가능하지 않을 조건

해설강의

함수 $|f(x)+g(x)|$가 $x=k\,(k\neq 0)$ 에서만 미분가능하지 않는다고 했으니까 $x=0$에서는 당연히 미분가능하겠죠? ㅎㅎ

$x=0$에서 미분이 가능하다는 말은 $x=0$에서 당연히 연속이라는 말이겠군요.

따라서 $\lim_{x\to 0}|f(x)+g(x)|=|f(0)+g(0)|=|f(0)|$ 가 성립하겠군요~

$\lim_{x\to 0}|f(x)+g(x)|=\lim_{x\to 0}\left|f(x)+\dfrac{f(x)}{x}\right|=|f(0)|$ 이 되어야겠죠?

$\lim_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$가 수렴해야겠죠? 만약에 발산하면 위 등식이 성립할 수 없으니까요.

그런데 $\lim_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=p$ 가 되기 위해서는 반드시 $\lim_{x\to 0}f(x)=0$ 이 되어야하겠죠?
(분모가 0으로 가는데 수렴하니까요~)
$f(x)$는 삼차함수이므로 실수 전체에서 미분가능하고 연속이니까 $f(0)=0$이 되겠군요~ 결국 $\lim_{x\to 0}\left|\dfrac{f(x)}{x}\right|=0$ 이므로 $\lim_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=0$ 이죠?
따라서 $f(x)$는 반드시 x^2이라는 인수를 가지고 있어야 하겠군요~

즉, $f(x)=ax^2(x-b)$ 라고 설정할 수 있겠군요.

그러면 이제 $g(x)$를 구할 수 있습니다~

$g(x)=ax(x-b)$ 가 되겠죠? ㅎㅎ

$f(x)+g(x)=ax^2(x-b)+ax(x-b) = ax(x-b)(x+1)$ 이므로

함수 $|f(x)+g(x)|=|ax(x-b)(x+1)|$ 이겠군요~

여기서 질문하나 해볼게요~ ㅎㅎ

미분가능한 함수 $h(x)$ 에 대하여 함수 $|h(x)|$가 $x=k$에서 미분이 가능한지 가능하지 않은지 확인하려면 어떻게 해야 할까요?

크게 2가지 case로 나뉠 수 있습니다.

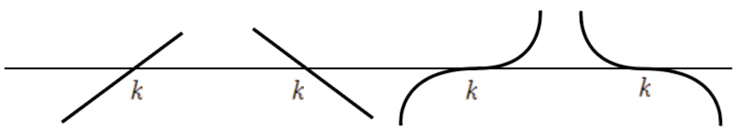
① $h(k)\neq 0$

$h(k)\neq 0$인 경우에는 미분가능한 함수를 x축 아래 부분을 접어 올리기만 하는 거죠? 실수 전체에서 미분가능하니까 $h'(k)$ 도 당연히 존재하겠죠?

② $h(k)=0$

문제는 ② case입니다. $h(k)=0$일 때에는 case분류를 해줘야 합니다.

ⅰ) $x=k$를 경계로 부호가 바뀔 때는 총 4가지의 개형이 가능합니다.

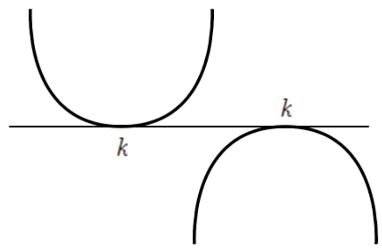


첫 번째와 두 번째 개형은 $h'(k)\neq 0$이므로 접어 올렸을 때 좌미분계수와 우미분계수가 같아질 수가 없겠죠? ($h'(k) = -h'(k) \Rightarrow h'(k)=0$ 모순!)

결국 미분이 가능하려면 세 번째와 네 번째 개형과 같이 $h'(k)=0$이 되어야 겠군요~ 즉, $x=k$에서 뚫는 접선이 나와야겠죠?

보충 설명 +α

ii) $x=k$를 경계로 부호가 바뀌지 않을 때는 총 2가지 개형이 가능합니다.



(애초에 $h(x)$가 실수 전체에서 미분가능하다고 했기 때문에 첨점은 나올 수가 없겠죠? ㅎ)

첫 번째, 두 번째 개형 모두 $h'(k)=0$가 되겠군요~

이제 다시 문제로 돌아가 봅시다~

함수 $|f(x)+g(x)|=|h(x)|=|ax(x-b)(x+1)|$는 $x=k(k\neq 0)$에서만 미분가능하지 않으니까 $x=0$에서는 미분가능 해야겠죠?
그런데 $h(0)=0$이므로 미분가능하려면 위의 논리에 의해서 $h'(0)=0$이 되어야 하니까 $b=0$으로 확정되겠죠?

미분이 불가능한 점은 $h(x)=0$ 를 만족시키는 $x=-1$밖에 가능하지 않겠군요.
$h(-1)=0,\ h'(-1)\neq 0$이므로 미분가능하지 않겠군요~

따라서 $k=-1$이 되겠죠? ㅎㅎ

마무리 계산해봅시다~ $f(x)=ax^3,\ g(x)=ax^2$

$$\therefore \frac{f(5+k)}{g(k)}=\frac{f(4)}{g(-1)}=\frac{64a}{a}=64$$

답은 64

출제자의 한마디

함수 $|h(x)|$가 $x=k$에서 미분이 가능한지 가능하지 않은지를 판단하는 방법을 알려드리기 위해서 만든 문제입니다.ㅎㅎ 해설에서 알려드렸던 논리를 완벽히 체화했다면 아주 손쉽게 풀 수 있는 문제였죠? ㅎㅎ

자~이제 준비운동은 모두 끝났습니다. +_+ !! 다음 문제부터 본격적인 개형추론문제들이 등장합니다. "규토쌤 그렇게 말씀하시니까 떨리는데요?" 후후 걱정마세요 ㅎㅎ 틀려도 상관없습니다. 틀린 문제를 계속 반복할수록 강해질 테니까요. 규토 N제에 있는 수학2 문제들을 완벽히 체화했다면 개형추론에 강한 자신감을 갖게 되실 거라 확신합니다!

보충 설명 +α

17

보충 설명 +α

삼차함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_0^4 f(x)dx > 0$

(나) $f'(0)f'(4) \geq 0$

(다) 방정식 $f(x) = f(4)$의 실근은 모두 정수이다.

$f(x)$에 대하여 집합 S를

$$S = \{ a \mid \lim_{x \to a} \frac{f(x)}{x-a} = f'(a) \text{이고 } a\text{는 } 1\text{이 아닌 정수}\}$$

라 하고, S의 원소의 개수를 $n(S)$라 하자. $\{0,\ 4\} \subset S$를 만족시키는 모든 $f(x)$에 대하여 서로 다른 모든 $\frac{n(S)f(-1)}{f(5)}$ 의 값의 곱은?

① 24 ② 36 ③ 48 ④ 60 ⑤ 72

출제의도

① 식이 의미하는 것을 정확히 파악해 $f(x)$ 의 개형을 추론 할 수 있는가?
② 실수 하지 않기 ! (a는 1이 아닌 정수 조건)

해설강의

최고차항의 계수가 없네요? 따라서 음수도 고려해야하겠죠? 이젠 보이시죠? ㅎㅎ

$S = \{ a \mid \lim_{x \to a} \frac{f(x)}{x-a} = f'(a)$ 이고 a는 1이 아닌 정수$\}$ 에서

$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{x-a} = f'(a)$가 의미 하는 것이 무엇일까요?

$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{x-a}$ 이 $f'(a)$가 되려면 $f(a)=0$라는 조건이 있어야 해요.

결국 ! 집합 S는 $f(a)=0$를 만족하면서 1이 아닌 정수를 원소로 갖겠죠?

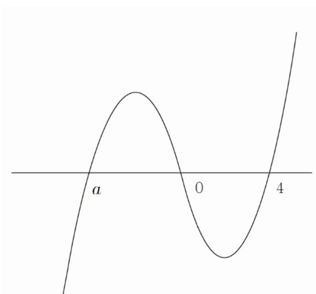
$\{0,\ 4\} \subset S$ 라는 의미에서 반드시 $\{0,\ 4\}$ 을 포함하고 있어야하니까
$f(0)=f(4)=0$ 이라는 조건을 얻을 수 있어요.
$f(x)$ 가 삼차함수이기 때문에 여기서 case 분류가 가능하겠죠?
$S=\{0,\ 4\},\ n(S)=2$ 와 $S=\{0,\ 4,\ a\},\ n(S)=3$ (a는 0, 1, 4 가 아닌 정수에요.)

(다) 의 조건은 $f(4)=0$ 이니까 $f(x)=0$ 의 실근은 모두 정수이다. 로 바뀌겠죠?

여기서 개형추론을 할 때 도움이 되는 스페셜 조건이 무엇일까요?
$f(0)=f(4)=0$ 겠죠? ㅎㅎ $f(0)=f(4)=0$ 를 만족하면서 주어진 조건을 만족하는지 따져봅시다! 또한 최고차항의 계수가 나오지 않았으니까 음수도 고려해야겠죠? ㅎ

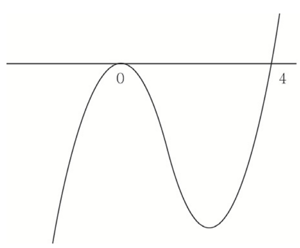
① 최고차항의 계수가 양수일 때
$f(x)=kx(x-4)(x-a)$
($f(x)$ 가 삼차함수이고 2개 실근을 무조건 갖기 때문에 반드시 하나의 실근을 더 갖겠죠? 저번에 배웠던 것 기억하시죠? ㅎ)
이제 무엇을 해야 하죠? $f(x)$ 의 그림을 그려야 하는데 a를 몰라서 그릴 수 없어요. 당황하지 말고 같은 개형이 나올 수 있는 a의 범위에 따라 case 분류하면 되겠죠?

① i) $a<0$



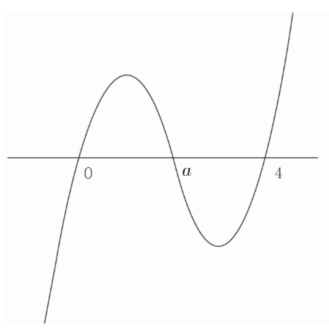
(나) 만족 X

① ii) $a=0$



(가) 만족 X

① iii) $0<a<4$



(나) 조건 만족

[1] 여기서 (가) 조건을 만족시키려면

$$\int_0^4 kx(x-4)(x-a)\,dx>0$$

$$\left[\frac{x^4}{4}-\frac{(4+a)x^3}{3}+2ax^2\right]_0^4=64-\frac{64(4+a)}{3}+32a>0$$

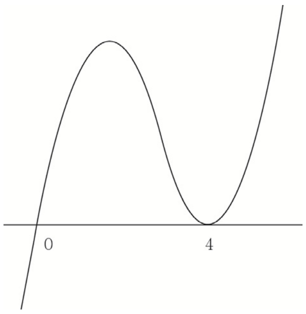
$\therefore a>2$
$0<a<4$ 만족시켜야 되므로 $a=3$이 되겠죠?
따라서 $f(x)=kx(x-3)(x-4)$

$n(S)=3$
이니까 $\dfrac{n(S)f(-1)}{f(5)}=-6$

보충 설명 +α

1) $a=2$일 때,
$\int_0^4 f(x)\,dx=0$이므로
($\because$ $(2,0)$ 점대칭)
$\therefore a>2$

① iv) $a=4$



(가) , (나) 조건 모두 만족하겠죠?

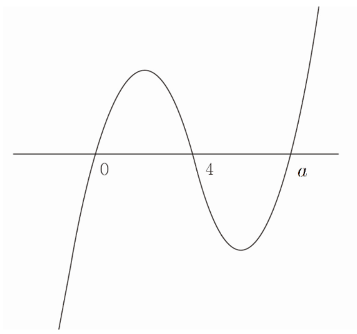
따라서 $f(x)=kx(x-4)^2$

$n(S)=2$

이니까 $\dfrac{n(S)f(-1)}{f(5)}=-10$

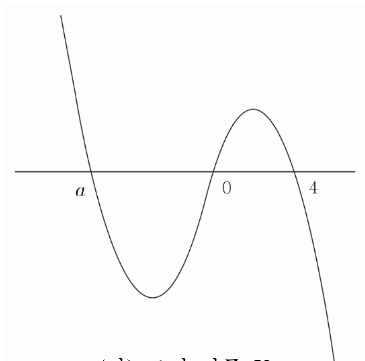
② 최고차항의 계수가 음수일 때

① v) $a>4$



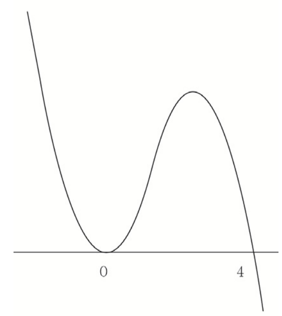
(나) 조건 만족 X

② i) $a<0$



(나) 조건 만족 X

② ii) $a=0$



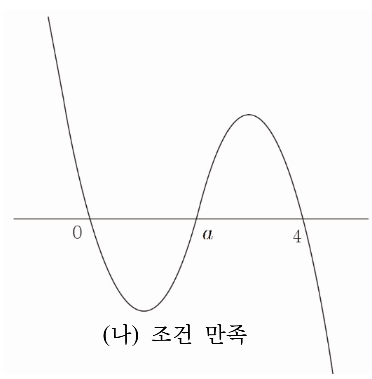
(가), (나) 조건 모두 만족하겠죠?

따라서 $f(x)=kx^2(x-4)$

$n(S)=2$

이니까 $\dfrac{n(S)f(-1)}{f(5)}=-\dfrac{2}{5}$

② iii) $0<a<4$ 함정 유도 !



(나) 조건 만족

여기서 (가) 조건을 만족하려면
case ① iii)에서 했었죠? 부등호만 반대로 ~
$\therefore a<2$
$0<a<4$ 만족시켜야 되므로 $a=1$ 이 되겠죠?
따라서 $f(x)=kx(x-1)(x-4)$

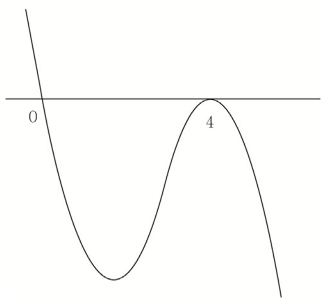
$n(S)=2$

(집합 S에서는 a가 1이 될 수 없죠? +_+ 함정 !)

이니까 $\dfrac{n(S)f(-1)}{f(5)}=-1$

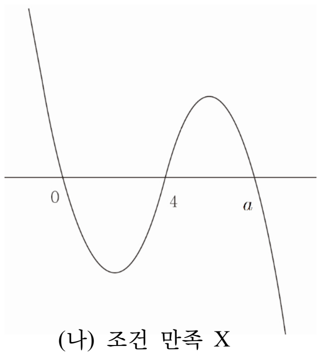
보충 설명 +α

③ iv) $a=4$



(가) 조건 만족 X

③ v) $a>4$



(나) 조건 만족 X

2) 따라서 $(-10)\times(-6)\times\left(-\frac{2}{5}\right)\times(-1)=24$

답은 ① 24

출제자의 한마디

정수 조건을 이용한 개형추론 문제를 만들어봤어요. 조건들의 연결고리를 잘 파악하면 쉽게 답을 구할 수 있었을 거에요. 이 문제의 point 는 a가 1이 아닌 정수라는 조건이에요. 출제의도가 실수하지 않기인 만큼 교묘하게 함정을 배치했어요. +_+ 실제로 이 문제를 푼 사람의 절반 이상이 답을 36이라고 해서 틀렸어요. 평가원이었다면 36이라는 보기를 주지 않았겠지만 제가 36이라는 보기를 넣은 이유는 함정에 걸림으로써 경각심을 주기 위해서 보기에 넣었습니다.
실수도 실력인거 아시죠?

"규토쌤.. 저는 실수를 너무 많이 해요. 실수를 줄이는 방법이 뭐 없을까요?"

개념노트를 한번 만들어보세요. 저는 2곱하기3을 자주 5라고해서 틀리곤 했어요. 개념노트를 만들고 나서 그런 실수는 현저히 줄어들었어요. 2곱하기3만보면 조심해야 한다고 생각이 들었거든요. 대표적으로 실수라고 생각하는 부분이 실력이랑 직결된 부분도 무시할 수 없어요. 예를 들어 경우의 수는 한 개라도 빼먹으면 그런 실수가 아니라 생각을 못해서 틀린 것이기 때문에 실력이 되는 거죠. 그리고 너무 덤벙대며 풀면 그럴 수 있어요. 가장 중요한 것!! 체계적이고 논리적으로 풀지 않고 막 찍어서 풀면 실수할 가능성이 높아요. 예를 들어 case분류를 할 때 도 a가 1개 있을 때 2개 있을 때 3개 있을 때 이렇게 차분히 하지 않고 중구난방으로 케이스분류를 한다든지 식을 전개할 때 중구난방으로 푼다든지 이건 저도 연습을 좀 했어요. 최대한 풀이과정을 다시 확인하더라도 알아볼 수 있을 정도로요. 그리고 멘탈 관리가 중요해요. 내가 푼 문제의 답이 확실하다는 자신감 말이죠. 쫄지 마세요. 가장 현실적인 조언은 개념노트를 만들어보셨으면 좋겠네요. 실수한 유형들을 공책에 정리해보세요 (단,)을 못 봐서 틀린 것인가 계산실수인가 등등이요 ㅎㅎ 만약 시간이 남아 검토할 때는 무엇을 구하라고 했는지부터 보시는 것이 좋습니다. 마지막 부분에서 실수할 확률이 높거든요. :D

보충 설명 +α

2) 〈여기서 잠깐 !〉
"규토쌤,, 함정이라고 적힌 마지막케이스를 제외해야 하니까 답은 -24 아닌가요?"

함정이라고 적힌 케이스에서 결국 $0<a<2$가 되어야 한다는 것이겠죠?

여기서 a가 정수와는 별개로 $0<a<2$에 해당하는 $f(x)$는 (가) (나) (다) 조건을 만족시켜요. 그러나 $n(S)$에서는 $a=1$라는 케이스를 제거해야 되서 원소의 개수가 3개가 아니라 2개라고 해야 돼요.

즉. 함정에 영향을 받는 부분은 집합 S의 원소의 개수입니다.