

제 2 교시

수학 영역

가 형

성명

수험 번호

5지선다형

1. $\sin\theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\frac{1}{\cos^2\theta} + \frac{\tan\theta}{\cos\theta}$ 의 값을 구하시오. [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

2. 등식 ${}_nH_3 = 3 \times {}_{n+1}C_2$ 를 만족하는 자연수 n 의 값을 구하시오.
[2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{x}{x-1}}$ 의 값을 구하시오. [2점]

- ① $\frac{1}{e^2}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ 1 ④ e ⑤ e^2

4. $\sum_{k=0}^{32} k^2 {}_{32}C_k \frac{3^{32-k}}{4^{32}}$ 의 값은? [3점]

- ① 64 ② 66 ③ 68 ④ 70 ⑤ 72

8. 등차수열 a_n 이 다음 조건을 만족한다.

- (가) $a_1 a_3 \leq 0$
 (나) $a_4 \leq 4, a_5 \geq 2$

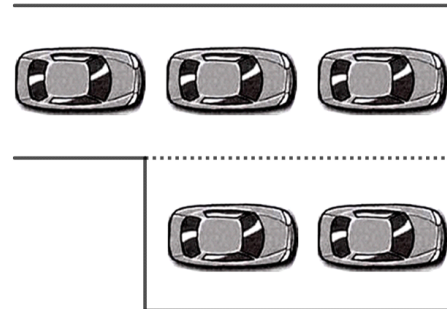
수열 a_n 의 공차의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오. [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ $\frac{13}{2}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos^2 x) \sin x}{e^x (x - \sin x)}$ 의 값을 구하시오. [3점]

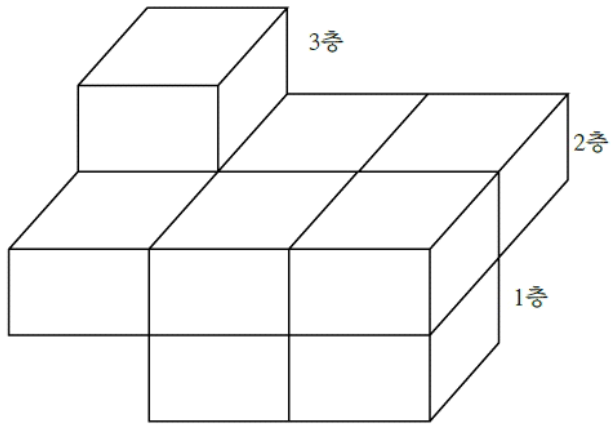
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

10. 그림과 같이 1열의 양쪽, 2열의 한쪽에 출구가 있는 주차장에 다섯 대의 차량이 세워져 있다. 주차된 차량이 전진 또는 후진으로만 한 대씩 빠져나오려고 할 때, 차량이 모두 빠져나오는 순서의 경우 수를 구하시오. (단, 순서가 같은 경우 나오는 출구 및 방향은 고려하지 않는다.) [3점]



- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

15. 그림과 같이 1층 2개, 2층 6개, 3층 1개의 공간으로 구성된 건물이 있다. 각 인접한 공간들은 서로 연결되어 있다고 할 때, 이 건물의 어느 한 블록에서 출발하여 한번 지난 공간은 다시 지나지 않고 모든 곳을 지날 수 있는 경로의 수를 구하시오. [4점]



- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

16. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족할 때,

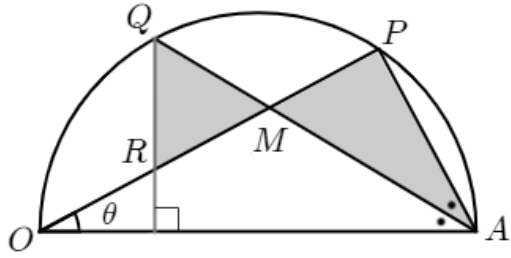
$$(가) \quad g(x) = f(x) \left(\int_0^x f(t) dt - 1 \right)$$

$$(나) \quad \int_0^2 g(x) dx = \frac{3}{2}$$

$\int_0^2 f(x) dx$ 의 값을 구하시오. 단, (단, $f(x) \geq 0$) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 그림과 같이 길이가 1인 선분 OA 를 지름으로 하는 반원의 호 위의 점 P 에 대하여 $\angle POA = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 하자. 각 $\angle OAP$ 의 이등분선과 반원의 호가 만나는 점을 Q , 점 Q 에서 OA 에 내린 수선과 선분 OP 의 교점을 R , OP 와 AQ 의 교점을 M 이라고 할 때, 삼각형 APM 의 넓이를 $S(\theta)$, QRM 의 넓이를 $T(\theta)$ 라고 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S(\theta)}{\theta^2 T(\theta)}$ 의 값을 구하시오. [4점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. 함수 $f(x) = x^2 + \frac{1}{2} \ln|x-2|$ 에 대하여 보기 중 옳은 것을 모두 고르시오. [4점]

<보 기>

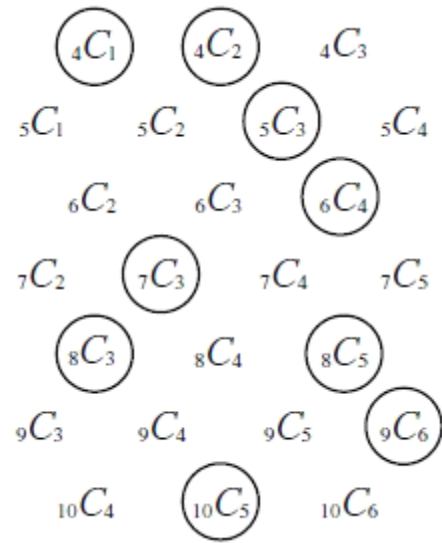
- ㄱ. $y = f(x)$ 의 변곡점의 개수는 2개 이다.
 ㄴ. $f(x) = 1$ 의 서로 다른 모든 실근의 합은 4보다 작다.
 ㄷ. 모든 양수 t 에 대하여 $f(x) = tx$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2개다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수 $f(x) = -|x|(x-2)e^{-x}$ 에 대하여 부등식 $f(x) \geq t$ ($t \geq 0$)를 만족시키는 x 의 최댓값을 $g(t)$ 라 정의하자. 함수 $g(t)$ 가 α 에서 불연속일 때,
- $$\int_0^{\alpha} g(t)dt = \alpha g(\alpha) + \int_{g(\alpha)}^p f(x)dx$$
- 를 만족하는 p 의 값을 구하시오. [4점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형

22. 그림은 파스칼 삼각형의 일부이다. 보기 중 표시한 수들의 합을 구하시오. [3점]



23. 구간 $(0, 3\pi)$ 에서 정의된 함수 $f(x) = |\cos x + x - c|$ 가 정의된 전체 구간에서 미분 가능하도록 하는 모든 c 값의 합을 $p\pi$ 라고 한다. p 의 값을 구하시오 (단, $0 < c < 3\pi$) [3점]

24. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 네 부분집합 A, B, C 가 아래 조건을 만족한다.

- (가) $A \subset B, A \cap C = \emptyset$
(나) $C \neq \emptyset$

이때, 순서쌍 (A, B, C) 의 개수를 구하시오. [3점]

25. 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족하는 두 정수 a, b 의 순서쌍의 (a, b) 의 개수를 a_n 이라 하자.

- (가) $0 \leq a \leq n$
(나) $-\sqrt{na} \leq b \leq \frac{2a^2}{n}$

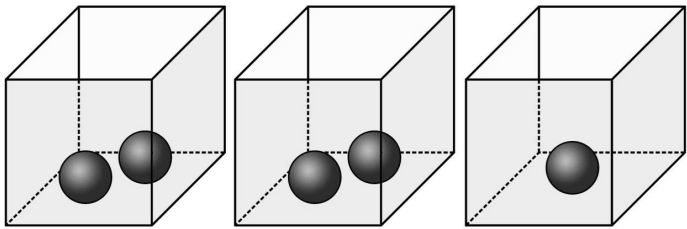
$30 \times \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{2n^2 + 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 모든 항이 양수인 수열 a_n 이 임의의 자연수 n 에 대하여 다음을 만족한다.

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n + 3}{2} & (a_n \text{이 소수인 경우}) \\ a_n + n & (a_n \text{이 소수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

$a_7 = 10$ 일 때, a_4 가 될 수 있는 모든 수의 합을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 같은 종류의 공이 각각 2개, 2개, 1개가 들어있는 세 개의 상자가 있다. 이 중 두 개의 상자를 뽑아 아래와 같은 규칙에 따라 옮기려고 한다.



- (가) 선택한 두 상자의 공의 수가 다를 경우, 공이 많은 상자의 공 두 개를 뽑지 않은 나머지 상자로 옮긴다.
(나) 선택한 두 상자의 공의 수가 같은 경우, 각 상자에서 하나씩 뽑지 않은 다른 상자로 옮긴다.

위 규칙을 반복하여 모든 공이 한 상자에 모이면 시행을 멈추려고 할 때, 4번째 시행에서 마치는 경우의 수를 구하시오.
(단, 규칙에 따라 옮길 공의 개수가 부족 할 경우, 있는 만큼 옮긴다.) [4점]

30. 구간 $(0, 2\pi)$ 에서 정의되고 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $f(0) = 1, f(x) > 0$

(나) $x \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x \frac{f(t)\cos t}{f'(t)} dt = x \text{ 이다.}$$

$f(x)$ 위의 점 $(p, f(p))$ 에서의 접선과 $f(x)$ 의 교점의 개수를 $g(p)$ 라고 할 때, 함수 $g(p)$ 의 불연속 점의 개수를 구하시오.
(단, $0 < p < 2\pi$) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.