01 $\alpha=\sqrt{\beta}$인 α, β와 $\log_{\alpha}n$이 자연수가 되도록 하는 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 양수 a의 개수를 $f(n)$이라 하자.

(가) $\log_{\alpha}a$는 정수이다.
(나) $\dfrac{\log_{\beta}(n\times a^{3})}{\log_{\beta}a}$은 자연수이다.

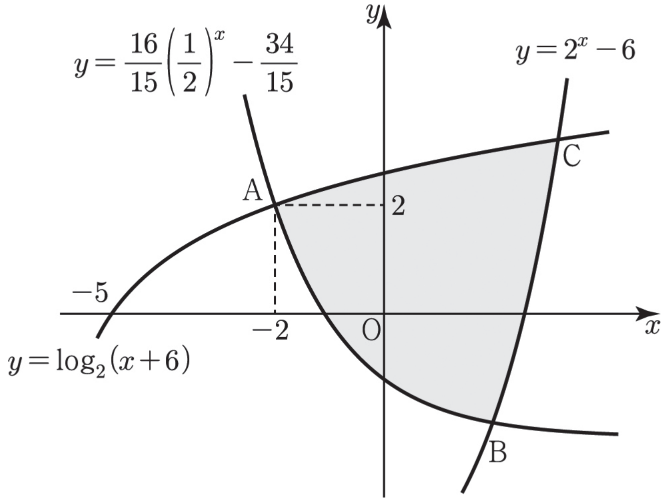
$f(n)=10$을 만족하는 자연수 n의 최솟값을 m이라 할 때, $\log_{\beta}m$의 값을 구하시오.
(단, α는 자연수이고 $\beta>0$, $\beta\neq1$이다.)

04 다음 조건을 만족시키는 10이하의 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [수학II 연계]

$\log_3(na^2-a^3)$ 과 $\log_3(nb^2-b^3)$ 은 같은 자연수이고 $0<b-a\le\frac{\sqrt{3}}{3}n$ 인 두 양수 a, b 가 존재한다.

16

그림과 같이 곡선 $y=\frac{16}{15}\left(\frac{1}{2}\right)^x-\frac{34}{15}$ 가 두 곡선 $y=\log_2(x+6)$, $y=2^x-6$와 만나는 점을 각각 $\mathrm{A}(-2, 2)$, B 라 하고, 두 곡선 $y=\log_2(x+6)$, $y=2^x-6$가 제1사분면에서 만나는 점을 C 라 할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, O는 원점이다.)



| 보기 |

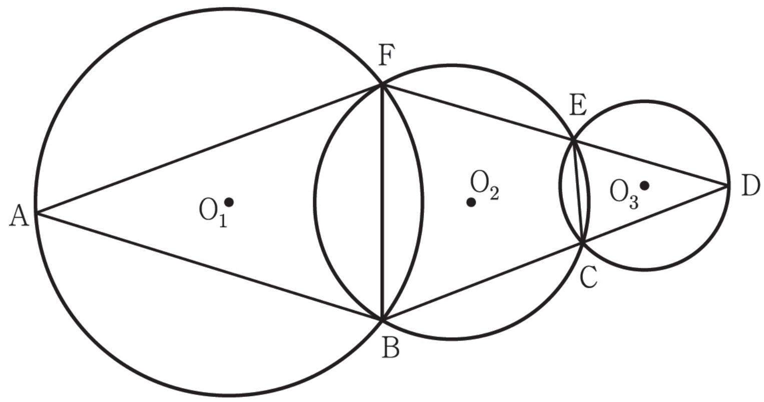
ㄱ. 두 점 A, B를 지나는 직선은 $y=-x$이다.
ㄴ. 그림의 색칠 된 영역의 경계 및 내부의 점 중 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수는 18이다.
ㄷ. 삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면 $12<S<14$이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

44 그림과 같이 한 평면 위에 있는 삼각형 ABF의 외심을 O_1, 사각형 FBCE의 외접원의 중심을 O_2, 삼각형 ECD의 외심을 O_3라 하고 $\angle FAB = \angle FDB = \alpha$, $\angle FEB = \beta$, $\angle EBC = \gamma$라 할 때,

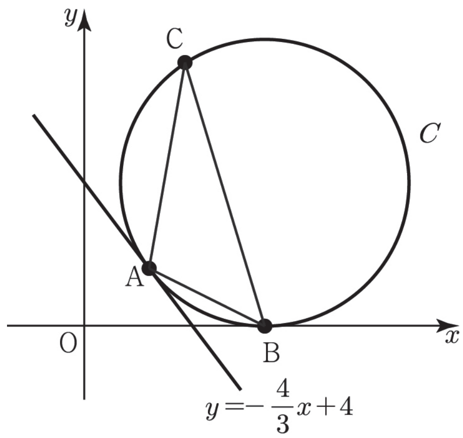
$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{3}{2},\quad \cos(\alpha+\beta) = \frac{1}{3},\quad \overline{O_1O_2} = \sqrt{17}$$

이 성립한다. 삼각형 ABF의 외접원의 넓이와 삼각형 ECD의 외접원의 넓이의 합이 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, 세 점 B, C, D와 세 점 D, E, F는 한 직선 위에 있고 p와 q는 서로소인 자연수이다.)



52

좌표평면에 그림과 같이 직선 $y=-\frac{4}{3}x+4$와 원 C가 있다. 원 C는 직선 $y=-\frac{4}{3}x+4$와 x축에 동시에 접하고 접점을 각각 A, B라 하자. 점 B의 x좌표는 5이고 원 위의 A, B가 아닌 임의의 점 C에 대하여 삼각형 ABC 넓이의 최댓값은?



① $\frac{20+12\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{26+12\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{32+12\sqrt{5}}{5}$

④ $\frac{32+16\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{36+16\sqrt{5}}{5}$

65

수열 $\{a_n\}$의 일반항은 $a_n = \dfrac{n^2+n-1}{(n+1)!}$이고 수열 $\{b_n\}$, $\{c_n\}$을 각각

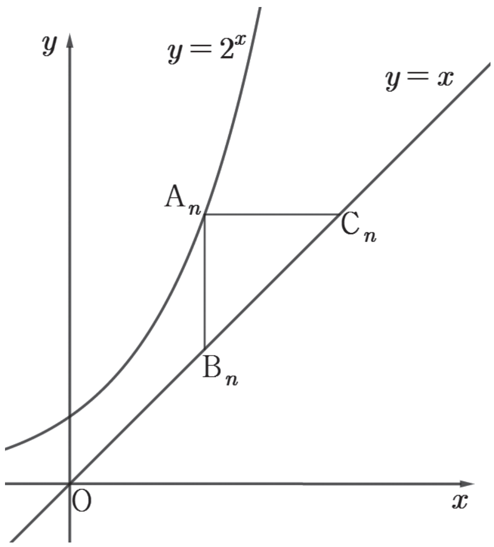
$$b_n = n!\sum_{k=1}^{n} a_k,\ c_n = n! - \frac{1}{2}b_n$$

로 정의할 때, $\displaystyle\sum_{k=1}^{m} \log_2 \sqrt{\frac{1}{c_k}}$ 의 값이 300이하의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 m의 값의 합은? (단, $0! = 1$)

① 162 ② 296 ③ 408
④ 562 ⑤ 672

77 그림과 같이 좌표평면에서 빗변이 $y=x$ 위에 있고 빗변의 길이가 $\sqrt{2}n$인 직각이등변삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 꼭짓점 A_n은 곡선 $y=2^x$ 위의 점이고, 꼭짓점 B_n은 직선 $y=x$ 위의 점이다.
> (나) 변 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$은 y축에 평행하고 변 $\mathrm{A}_n\mathrm{C}_n$은 x축에 평행하다.



직각이등변삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$의 둘레와 그 내부에 있는 점 중 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{30} a_n$의 값은? (단, A_n의 x좌표는 양수이다.)

① 4912　② 4960　③ 4992　④ 5012　⑤ 5062

99

그림과 같이 자연수 n에 대하여 중심이 O이고 반지름의 길이가 2^n인 원이 있다. 원 위의 점 A에서 접하는 직선 l위에 $\overline{PA}=3\times 2^{n-1}$인 점 P가 있다. 점 P를 지나고 원과 두 점에서 만나는 직선을 그을 때 점 P에 가까운 순으로 점 B, 점 C라 하자. 중심 O에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{OH}=2^{n-1}$이다. $\overline{PB}=a_n$일 때, 수열 $\left\{(a_n)^2\right\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$\dfrac{\sqrt{3}\,(S_{10}+1)}{a_{14}}$의 값을 구하시오.