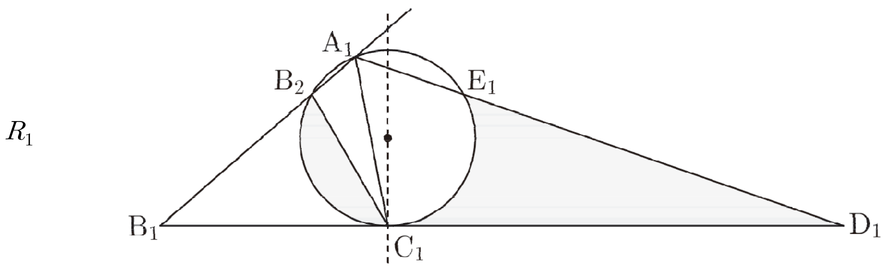
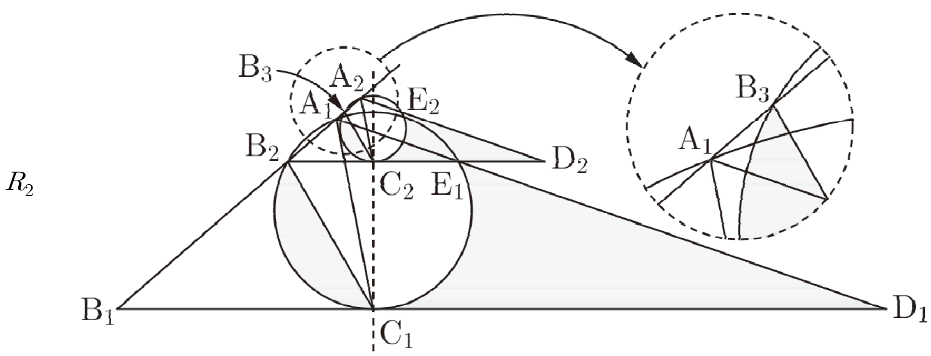
05 다음 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=3$, $\overline{A_1C_1}=2$이고 $\angle B_1A_1C_1=\frac{\pi}{3}$인 삼각형 $A_1B_1C_1$이 있다. 점 A_1을 지나고 직선 B_1C_1위의 점 C_1에 접하는 원이 직선 A_1B_1과 만나는 점을 B_2라 하자. 직선 B_1C_1위에 $\angle C_1A_1D_1=\frac{\pi}{3}$가 되도록 하는 점을 D_1라 하고 선분 A_1D_1이 원과 만나는 점을 E_1이라 하자. 선분 B_2C_1과 호 B_2C_1로 둘러싸인 부분과 호 C_1E_1, 선분 C_1D_1, 선분 D_1E_1으로 둘러싸인 부분인 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에서 두 점 B_2, E_1을 지나는 직선이 점 C_1과 원의 중심을 지나는 직선과 만나는 점을 C_2라 하고 점 C_2를 지나고 선분 A_1C_1에 평행한 직선이 직선 A_1B_1과 만나는 점을 A_2라 하자. 점 A_2를 지나고 직선 B_2C_2위의 점 C_2에 접하는 두 번째 원을 그리고 직선 A_2B_1과 두 번째 원이 만나는 점을 B_3, $\angle C_2A_2D_2=\frac{\pi}{3}$가 되도록 하는 점을 D_2라 하고 선분 A_2D_2가 두 번째 원과 만나는 점을 E_2라 하자. 선분 B_3C_2과 호 B_3C_2로 둘러싸인 부분과 호 C_2E_2, 선분 C_2D_2, 선분 D_2E_2으로 둘러싸인 부분인 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?





① $\frac{341}{45\sqrt{3}}$　② $\frac{343}{45\sqrt{3}}$　③ $\frac{23}{3\sqrt{3}}$

④ $\frac{63}{8\sqrt{3}}$　⑤ $\frac{83}{11\sqrt{3}}$

11 다음 극한값을 구하시오.

(1) $\lim_{x \to 0+} \dfrac{2\tan\frac{x}{2} - \tan x}{x^3}$의 값은?

① $-\dfrac{1}{8}$ ② $-\dfrac{1}{6}$ ③ $-\dfrac{1}{4}$

④ $-\dfrac{1}{2}$ ⑤ -1

(2) $\lim_{x \to 0} \dfrac{\cos x - \sqrt{1-\tan^2 x}}{x^4}$의 값은?

① $\dfrac{1}{8}$ ② $\dfrac{1}{6}$ ③ $\dfrac{1}{4}$

④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ 1

(3) $\lim_{x \to 0+} \dfrac{1}{\sin x}\left(\dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{x}\right)$의 값은?

① $\dfrac{1}{6}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ $\dfrac{1}{2}$

④ $\dfrac{2}{3}$ ⑤ 1

44

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 함수 $f(x)$를 평행이동하여 얻은 함수 $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 1이 아닌 모든 실수 x에 대하여 $f\left(\pi^{x}\right) > f(\pi)$이다.
>
> (나) 임의의 실수 x에 대하여 $f'(x)$의 최솟값이 $-\dfrac{16}{27}\pi^{2}$이다.
>
> (다) 함수 $h(x)=\begin{cases} f(x) & (x<0) \\ g(x) & (x \geq 0) \end{cases}$는 실수 전체에서 미분가능하고 역함수를 갖는다.

이때, $h\left(\dfrac{5}{9}\pi\right)-h\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{q}{p}\pi^{3}$이다. $q-p$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

71 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$, $h(x)$, $p(x)$, $q(x)$는 다음과 같이 정의된다.

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ -h(x) & (x < 0) \end{cases}, \quad h(x)=\begin{cases} g(x-1) & (x \geq 0) \\ -g(-x) & (x < 0) \end{cases}$$

$$p(x)=\begin{cases} f(x) & (f'(x) \geq 0) \\ q(x) & (f'(x) < 0) \end{cases}, \quad q(x)=\begin{cases} f(x) & (f'(x) \geq 0) \\ \{p(x)\}^2+p(x)-4 & (f'(x) < 0) \end{cases}$$

함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 함수 $p(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. 이때, $f(2)$의 값을 구하시오.

83 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\int_0^x \left|\sin t\, e^{\cos t}\right| dt-\int_0^x \left(\sin t\, e^{\cos t}\right) dt$$

라 할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

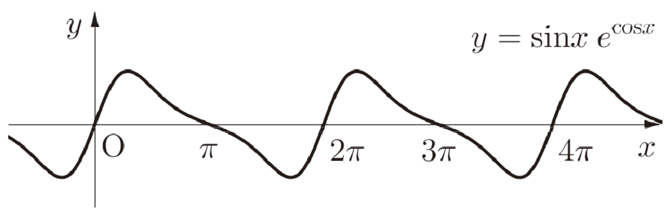
| 보기 |

ㄱ. $f(2\pi)=2e-\dfrac{2}{e}$

ㄴ. $2\pi<\alpha<3\pi$인 α에 대하여 $f'(\alpha)=0$이다.

ㄷ. $0<\beta<\pi$인 β에 대하여 $\displaystyle\int_{3\pi}^{3\pi+\beta} f(x)dx-\int_{\pi}^{\pi+\beta} f(x)dx=3\beta\left(e-\frac{1}{e}\right)$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



95

다음 조건을 만족하는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체에서 미분가능한 함수 $g(x)$가 $g(x)=\begin{cases} \dfrac{kx}{2+f(x)} & (x>0) \\ -f(-x) & (x \leq 0) \end{cases}$ 이다.

부등식 $\{f(x)-x+2\}\left\{f\left(\dfrac{1}{x}\right)-\dfrac{1}{x}+2\right\} \leq 0$의 해집합은 $\{1\}$이다.

$g(x)$의 최댓값을 M이라 할 때, $\displaystyle\int_{g'(-1)}^{k} xg(x)\,dx-\int_{g(-1)}^{M} g(x)\,dx=\alpha$이다. e^{α}의 값을 구하시오.