목 차

개념 04 ❙ 항등식

(1) 항등식의 정의

등식에 포함된 문자에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립하는 등식을 항등식이라 한다.

(2) 미정계수법

항등식에 포함된 계수를 결정하는 방법을 미정계수법이라 한다.

① 계수비교법 : 양변의 동류항의 계수를 비교하여 미정계수를 정하는 방법

② 수치대입법 : 양변의 문자에 적당한 수를 대입하여 미정계수를 정하는 방법

개념 05 ❙ 다항식의 나눗셈

(1) 다항식 A를 B ($B \neq 0$)로 나눈 몫을 Q, 나머지를 R 라 하면 다음이 성립한다. $\rightarrow A = BQ + R$ (단, (R의 차수)〈(B 의 차수))

(2) 다항식의 나눗셈의 방법

① 직접 나누는 방법 : 자연수의 나눗셈처럼 나누려는 다항식으로 직접 나누는 방법

예 다항식 $A = 2x^2 - 7x + 3$을 $B = x - 2$ 로 나눌 때의 몫과 나머지 구하기

$$
\begin{array}{rl}
 & 2x-3 \qquad \Leftarrow \text{몫} \\
x-2 \;\big) & 2x^2-7x+3 \\
 & 2x^2-4x \qquad \cdots\cdots\ (x-2)\times 2x \\
 & -3x+3 \\
 & -3x+6 \qquad \cdots\cdots\ (x-2)\times(-3) \\
 & -3 \qquad \Leftarrow \text{나머지}
\end{array}
$$

② 조립제법 : 다항식을 $ax+b$로 나눌 때, 계수만을 사용하여 몫과 나머지를 구하는 방법

예 다항식 $ax^3 + bx^2 + cx + d$ 을 일차식 $x - \alpha$ 로 나누었을 때,

몫 : $lx^2 + mx + n$,

나머지 : R

$$
\begin{array}{c|cccc}
\alpha & a & b & c & d \\
 & & l\alpha & m\alpha & n\alpha \\
\hline
 & a & b+l\alpha & c+m\alpha & d+n\alpha \\
 & \| & \| & \| & \| \\
 & l & m & n & R
\end{array}
$$

개념 06 ❙ 나머지 정리와 인수 정리

(1) 나머지 정리

x에 대한 다항식 $f(x)$를 일차식 $x-\alpha$로 나누었을 때의 나머지를 R라 하면 $R = f(\alpha)$

(2) 인수 정리

x에 대한 다항식 $f(x)$가 일차식 $x-\alpha$로 나누어떨어지기 위한 조건은 $f(\alpha) = 0$ 이다.

$f(\alpha) = 0 \Leftrightarrow x - \alpha$가 $f(x)$의 인수

랑/데/뷰/팁/

TIP

다음 등식이 x 또는 y에 대한 항등식일 때

① $ax+b=0$

$\Leftrightarrow a=0,\ b=0$

② $ax+b=cx+d$

$\Leftrightarrow a=c,\ b=d$

③ $ax^2+bx+c=0$

$\Leftrightarrow a=0,\ b=0,\ c=0$

④ $ax^2+bx+c=dx^2+ex+f$

$\Leftrightarrow a=d,\ b=e,\ c=f$

TIP

나누는 식의 일차항의 계수가 1이 아닌 경우 몫과 나머지

다항식 $f(x)$를 일차식 $x+\frac{b}{a}$로 나눈 몫을 Q, 나머지를 R라 하면

$f(x)=\left(x+\frac{b}{a}\right)Q+R$

$=(ax+b)\frac{Q}{a}+R$

$f(x)$를 $ax+b$로 나눈

몫 : $\frac{Q}{a}$, 나머지 : R

TIP

(1) x에 대한 다항식 $f(x)$를 일차식 $ax+b$로 나누었을 때의 나머지는 $f\left(-\frac{b}{a}\right)$이다.

(2) 다항식 $f(x)$는 $x-\alpha$로 나누어떨어진다.

$\Leftrightarrow f(\alpha)=0$

$\Leftrightarrow$ 다항식 $f(x)$는 $x-\alpha$를 인수로 갖는다.

$\Leftrightarrow f(x)=(x-\alpha)Q(x)$

STEP-1

01

다항식 $A=4x^3+2x^2+x-1$, $B=x^2-3$, $C=x+1$에 대하여 $A-2BC$를 계산하면?

① $2x^3-3x^2+5$
② $2x^3+7x^2+5$
③ $2x^3-7x-5$
④ $2x^3-3x+7$
⑤ $2x^3+7x+5$

02

$a+b=3$, $ab=1$일 때, a^2+b^2의 값은?

① 6
② 7
③ 8
④ 9
⑤ 10

STEP-2

37

$(a-b+5)^3+(b-c-2)^3-(a-c+3)^3$을 인수분해하여라.

38

다항식 $f(x)$를 $2x+1$로 나눈 몫은 $Q(x)$이고 나머지는3이다. 이때, $(x+1)f(x)$를 $x+\frac{1}{2}$로 나눈 몫과 나머지를 차례대로 나열한 것은?

① $xQ(x)+3$, 3

② $(x+1)Q(x)+3$, $\frac{3}{2}$

③ $2(x+1)Q(x)+3$, $\frac{3}{2}$

④ $2(x+1)Q(x)+3$, 3

⑤ $3(x+1)Q(x)+3$, 3

STEP-3

50 심화유형 1-1

3이하의 자연수 n에 대하여 A_n을 다음과 같이 정의한다.

(가) $A_1 = 9 + 99 + 999$
(나) $A_n =$(세 수 9, 99, 999에서 서로 다른 $n(n \geq 2)$개를 택하여 곱한 수의 총합)

이때, $A_1 + A_2 + A_3 - 3$의 값을 100으로 나눈 나머지를 구하시오.

51

3이하의 자연수 n에 대하여 A_n을 다음과 같이 정의한다.

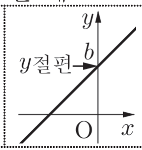
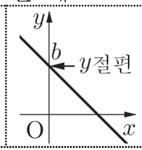
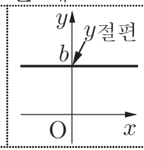
(가) $A_1 = 5 + 55 + 555$
(나) $A_n =$(세 수 5, 55, 555에서 서로 다른 $n(n \geq 2)$개를 택하여 곱한 수의 총합)

이때, $\dfrac{A_1A_2 - A_3}{1000}$의 값의 일의 자리 수를 구하시오.

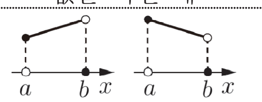
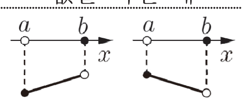
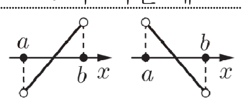
개념 12 ▍일차함수의 그래프

(1) 함수 $y=ax+b$의 그래프

함수 $y=ax+b$의 그래프는 기울기가 a이고, y절편이 b인 직선이다.
따라서 기울기 a의 값의 부호에 따라 그 직선의 모양은 다음과 같이 결정된다.

$a>0$일 때		$a<0$일 때		$a=0$일 때	
왼쪽 아래에서 오른쪽 위로 올라가는 직선		왼쪽 위에서 오른쪽 아래로 내려가는 직선		x축에 평행한 직선	
일차함수 $y=ax+b$ $(a>0)$		일차함수 $y=ax+b$ $(a<0)$		상수함수 $y=b$	

(2) 일차함수 $y=f(x)$ 가 양 또는 음의 값을 가지는 경우

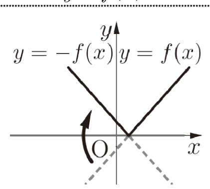
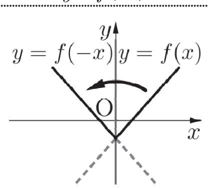
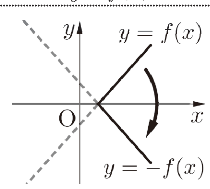
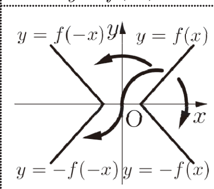
$a<x\le b$ 에서 $f(x)$가 항상 양의 값을 가질 때	$a<x\le b$ 에서 $f(x)$가 항상 음의 값을 가질 때	$a\le x\le b$ 에서 $f(x)$가 양, 음의 값을 모두 가질 때
		
$f(a)\ge 0,\ f(b)>0$	$f(a)\le 0,\ f(b)<0$	$f(a)f(b)<0$

개념 13 ▍절댓값 기호를 포함한 식의 그래프

(1) 구간을 나누어 그리는 방법

① 절댓값 기호 안을 0으로 하는 x 또는 y의 값을 구한다.
② ①에서 구한 값을 경계로 구간을 나누어 식을 구한다.
③ 각 구간의 ②에서 구한 식의 그래프를 그린다.

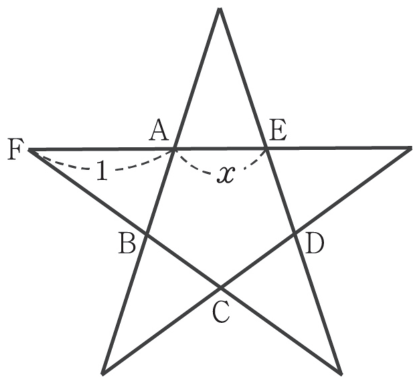
(2) 대칭을 이용하여 그리는 방법

$y=\lvert f(x)\rvert$	$y=f(\lvert x\rvert)$	$\lvert y\rvert=f(x)$	$\lvert y\rvert=f(\lvert x\rvert)$
			
절댓값 기호가 없는 식을 0으로 하는, 즉 $y=0$(x축)을 기준으로 $y<0$인 부분을 대칭이동	절댓값 기호가 있는 식을 0으로 하는, 즉 $x=0$(y축)을 기준으로 $x\ge 0$인 부분을 대칭이동	절댓값 기호가 있는 식을 0으로 하는, 즉 $y=0$(x축)을 기준으로 $y\ge 0$인 부분을 대칭이동	절댓값 기호가 있는 식을 0으로 하는, 즉 $x=0$(y축), $y=0$(x축), 원점을 기준으로 $x\ge 0$, $y\ge 0$인 부분을 대칭이동

TIP
대칭을 이용하여 그래프를 그리기 힘든 경우 $y=\lvert x\rvert+\lvert x+1\rvert$과 같이 한 문자에 대해 절댓값 기호가 2개 이상 포함된 함수의 그래프는 대칭을 이용하여 그리기 쉽지 않으므로 구간을 나누는 방법을 이용한다.

216

다음 그림은 $\overline{\mathrm{AF}}=1$이고 내부의 정오각형 ABCDE의 한 변의 길이가 x인 도형이다. 이때, $x^4-\dfrac{1}{x^4}$의 값을 구하시오.



217

실수가 아닌 복소수 z에 대하여 $\dfrac{z}{1+z^2}$와 $\dfrac{z^2}{1+z}$이 모두 실수일 때, $2(z^2+\overline{z}^2)$의 값을 구하시오. (단, $\overline{z}$는 z의 켤레복소수이다.)

258

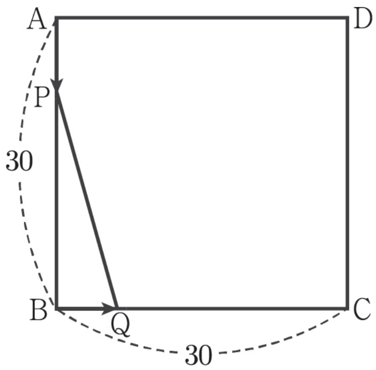
그림과 같이 한 변의 길이가 30인 정사각형 ABCD가 있다. 점 P는 점 A에서 출발하여 변 AB 위를 매초 5의 속력으로 움직이고, 점 Q는 점 B에서 출발하여 변 BC 위를 매초 4의 속력으로 움직인다. 두 점 P, Q가 동시에 출발하여 t초가 되는 순간 삼각형의 넓이를 각각

$\triangle DAP = S_1$, $\triangle PBQ = S_2$,

$\triangle DCQ = S_3$, $\triangle DPQ = S$라 할 때

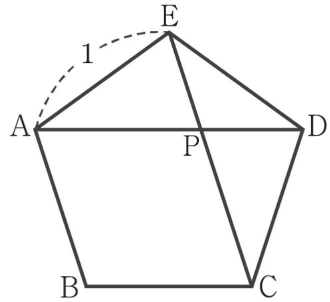
$S_1 + S_2 + S_3 : S = 3 : 2$을 만족하는 t를 구하시오.

(단, $0 < t < 6$)



259

한 변의 길이가 1인 정오각형 ABCDE에서 두 대각선 AD 와 EC 의 교점을 P라 하면 $\overline{AD} : \overline{DE} = \overline{DE} : \overline{EP}$가 성립한다. $\overline{AD}$의 길이를 x라 할 때, $x^3 + \dfrac{1}{x^3}$의 값을 구하시오.



459 심화유형 3-3

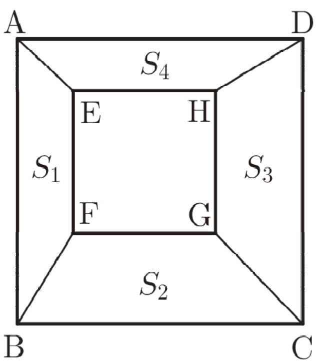
다음 그림은 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 내부에 한 변의 길이가 2인 정사각형 EFGH를 두 선분 AB와 EF가 평행하도록 그린 것이다. 네 사다리꼴 ABFE, BCGF, CDHG, DAEH의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3, S_4라 하자. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

〈보 기〉

ㄱ. $\overline{AE}^2 + \overline{CG}^2 = \overline{BF}^2 + \overline{DH}^2$

ㄴ. $\overline{AE} = \overline{BF}$이면 $\overline{CG} = \overline{DH}$이다.

ㄷ. $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$



① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

460

다음은 랑랑이네 가족의 대화이다. 읽고 물음에 답하여라.

화랑 : 누나, 삼각형 무게중심은 구할 수 있는데 사각형 무게중심은 어떻게 구하는지 알아?

사랑 : 음... 사각형의 한 대각선을 그으면 두 삼각형으로 나뉘잖아. 그 두 삼각형의 각각의 무게중심을 구한 뒤 그 무게중심들을 지나는 직선과 같은 방법으로 나머지 다른 대각선을 그어 생긴 두 삼각형의 무게중심들을 지나는 직선의 교점이 사각형의 무게중심이야.

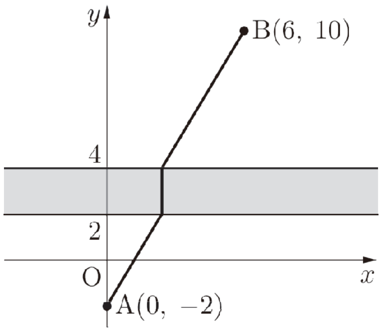
화랑 : 음... 복잡한데... 다른 방법은 없어?

아빠 : □ABCD에서 누나 말처럼 대각선 AC를 그은 뒤 나오는 두 삼각형의 무게중심과 각각의 넓이를 구해서 구해도 되. 예를 들어 △ABC의 무게중심이 G_1 넓이가 n, △ACD의 무게중심이 G_2 넓이가 m일 때, □ABCD의 무게중심 G는 G_1과 G_2를 $m : n$으로 내분하는 점이야.

A$(-3,\ 0)$, B$(6,\ 0)$, C$(3,\ 9)$, D$(0,\ 12)$으로 주어지는 사각형 ABCD의 무게중심의 좌표 $(a,\ b)$를 구할 때, $7(a+b)$의 값을 구하시오.

469

그림과 같이 A지점과 B지점 사이에 x축과 평행하고 폭이 2인 강이 흐르고 있다. 그 강에 x축에 수직인 다리를 건설하려 한다. A지점에서 B지점까지 최단거리가 되게 다리를 건설 할 때 다리 아래쪽의 좌표를 구하시오.



470

그림과 같이 거리 공연장 앞에 가로 8, 세로 9인 직육면체 모양의 건물이 있다. 건물의 A지점에 서 있는 사람이 공연장을 보기 위해 이동해야 하는 최소 거리를 구하시오.