

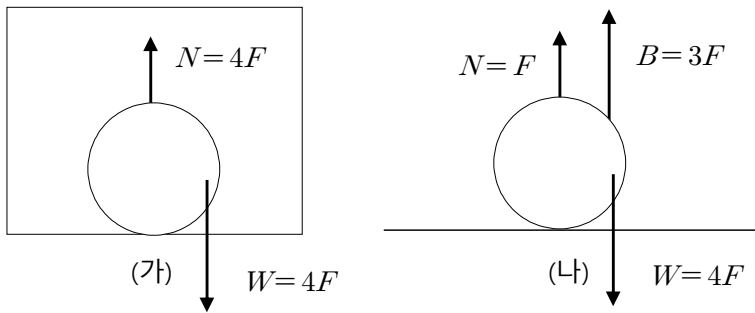
해설 강의

25. ④

아르키메데스의 원리를 소재로 물리량들을 문자화하여 정리할 수 있는 지를 물어보는 문항입니다.

[해설]

먼저 공에 작용하는 힘들을 먼저 살펴보면, (가)에서 상자가 공을 떠받치는 힘의 크기는 (나)에서 바닥이 공을 떠받치는 힘의 크기의 4배이다. (가)에서 상자가 공을 떠받치는 힘의 크기를 $4F$ 이라 하고, (나)에서 바닥이 공을 떠받치는 힘의 크기를 F 이라 합시다. 그러면 공의 무게(공에 작용하는 중력)가 $4F$ 임을 알 수 있습니다.



이를 그림으로 표시하면 위와 같습니다. 따라서 (나)에서 공이 받는 부력 $B_{\text{공}} = 3F$ 입니다. 따라서 공의 밀도는 $\frac{4}{3}\rho$ 입니다. ¹⁾

이제 상자에 작용하는 힘들을 살펴보면, ²⁾ (가)에서 상자와 공이 정지해 있으므로 상자와 공에 작용하는 무게의 합이 상자에 작용하는 부력의 크기와 같아야 합니다.

라서 $\rho'(2V)g + \frac{4}{3}\rho Vg = 2\rho Vg$, $\rho' = \frac{1}{3}\rho$. 이제 V 를 적당히 주어진 문자(S 와 h)로 정리하면 됩니다. 그런데 상자의 밑면적이 S , (가)와 (나)의 높이차가 h 로 주어졌으므로, (가)와 (나)를 비교해 보면 상자가 잠긴 부피가 곧 $V - Sh$ 임을 알 수 있습니다. ³⁾ 그런데 상자의 밀도는 $\frac{1}{3}\rho$ 이므로 이것으로 계산한 상자가 잠긴 부피는

$\frac{1}{3} \times 2V = \frac{2}{3}V$. 따라서 $V - Sh = \frac{2}{3}V$, $V = 3Sh$. 이제 상자의 질량 $\frac{1}{3}\rho \times 2V = 2\rho Sh$.

1) 물의 밀도를 ρ , 공의 밀도를 d , 공의 부피를 V , 공의 질량을 $m = dV$ 로 두면

[부력 $B = \rho Vg$]

[중력 $W = dVg$]

[수직항력 $N = \frac{1}{4}dVg$]

입니다. 여기서

$$dVg = \frac{1}{4}dVg + \rho Vg$$

이어야 하므로

$$\frac{3}{4}d = \rho, \quad d = \frac{4}{3}\rho.$$

2) 상자의 부피는 공의 두 배이므로 공의 부피를 V , 상자의 부피를 $2V$, 상자의 밀도를 ρ' 이라고 놓았습니다.

3) (가)에서 물에 잠긴 총 부피가 $2V$ 이므로 (나)에서는 $2V - Sh$ 이어야 수면이 h 만큼 내려갈 것입니다. 그런데 이미 공이 V 만큼 잠겨 있으므로 상자가 잠긴 부피는 $V - Sh$ 입니다.