CONTENTS

◭ 삼극사기_Zero Set 사용법

23 수능 대비를 함께하게된 이선우라고 합니다. :)

우선, 이 책은 오로지 수능 수학을 위한 책입니다. 수학적 성취감, 수학이라는 학문 자체에 대한 실력 증진보다는, 수능 수학 점수만을 위한 책이라고 생각하시면 됩니다.

근사라는 방법을 통해 여러분의 삼각함수 도형의 극한 풀이에 대한 속도와 정확성을 비약적으로 올려드리는 것이 제 목표입니다. 그러기 위해서 이 책에 대한 몇 가지 부탁이 있습니다.

1. 한 번 읽어서 알아내기는 어려운 내용이어서 몇 차례 정독이 필요합니다.
   설명 부분에서 한 글자도 놓치지 않겠다는 생각으로 차분히 읽어주시길 바랍니다.
2. 앞에 있는 예제가 쉬운 문제로 구성한 것이 아닌, 예제의 풀이만으로 다른 문제들도 모두 풀 수 있도록 문제를 선별했습니다. 그래서 예제를 풀고 해설을 볼때 어려울 수도 있으실겁니다. 하지만, 유제를 풀 때 예제에서 보지못한 풀이를 갑자기 들고 와서 '사실 이런 문제는 요렇게 하면 되지~'하는 상황은 없을 겁니다. 즉, 예제를 풀 때 고생스럽더라도 신경써서 학습하시면 이후의 과정에서 보다 수월하실 겁니다!
3. 심화편의 경우 문제가 얼마 없는 것이 사실입니다. 거의 출제되지 않는 유형들이지만, 수능에서 도박을 할 수는 없기에 이런 문제들도 유형을 나누어 학습에 지장이 없으시도록 하였습니다. 그러니 이 책을 사전삼아, 이 책의 풀이에 나온 방법을 바탕으로 본인이 푸신 다른 사설 N제나 모의고사 문제에서 삼도극 문제를 푸시길 권장드립니다.
4. 문제 해설을 보시면 번호가 매겨진 Mini Map이 있을 겁니다. 이 미니맵은 실제로 제가 시험장에서 쓰는 풀이의 전부를 가져온 겁니다. 그정도 식만을 사용하여 문제를 푸는 것을 목표로 하여 학습을 하시라고 첨부했습니다. 여러분도 시험장에서 최소한의 식만을 사용하여 빠르고 정확하게 삼도극 파트를 파훼하시길 기원합니다 :)
5. 근사 풀이만 학습하지는 마시길 바랍니다. 근사 풀이는 정석풀이가 되는 사람들이 가질 수 있는 보험이라고 생각해주시면 됩니다. 혹여나 시험장에서 정석풀이가 보이지 않으면, 근사풀이로라도, 혹은 그 반대로 시험장에서 근사풀이가 보이지 않으면, 정석풀이로라도 풀 수 있는 상호보완적 관계임을 명심하시고 학습해주길 바랍니다. 그러니 다른 사설문제에서 근사가 보이지 않는다면 당황하지 않고, 정석풀이로 풀다가 계산만 근사로 하는 등의 자신만의 규칙을 확립해주신다면 수능장에서 어떠한 상황에서도 성공적인 대처가 가능하실 겁니다.

여러분의 23 수능 건승을 기원합니다! 이제 삼도극을 마스터하러 갑시다 :)

P · A · R · T

0 Zero

삼각함수 도형의 극한을 대하는 우리 자세

미적분 선택과목을 선택하신 여러분이 항상 정답을 챙기고 시간을 벌 수 있는 유일한 파트일 것입니다.

우리의 목표는 단 하나입니다.

‘정확하고 빠르게 삼도극을 수능에서 푸는 것입니다.’

◭ Zero. 삼각함수 도형의 극한을 대하는 우리의 자세

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{\theta}{\theta} = 1$$

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{\theta + \theta^2}{\theta} = 1$$

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{\theta + \theta^2 + \theta^3}{\theta} = 1$$

이 세 가지 식의 값이 모두 같다는 것에서 근사는 시작합니다.

우리가 흔히 $x \to \infty$의 상황에서 다항식의 분수로 표현된 식의 극한값을 구할 때 최고차항을 기준으로 해석합니다.

θ가 0으로 가는 상황도 마찬가지이지만, 정확히 반대로 해석하시면 됩니다.

'최저차항'을 기준으로..!

따라서 우리는 삼각함수 도형의 극한을 계산할 때 정말로 필요한 부분까지만 얻어내면 된다는 겁니다. 그럼 우리가 다루는 식들중 곱으로 이루어지지 않은 단일한 식에서 몇 차까지 나오는가?

단 3차입니다.

$\sin\theta, \tan\theta \to \theta$; 1차

$(1-\cos\theta)$, $(\sec\theta - 1) \to \theta$; 2차

$(\tan\theta - \sin\theta) = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} - \sin\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}(1-\cos\theta) \to \theta$; 3차

◭ 이쯤에서 가져야 할 의문_ (1-cos)이 왜 0이 아니지?

근사를 처음 배우고, 정석 풀이만 하던 사람들은 자연스레 의문이 듭니다.

"과연 이렇게 막 같다고 해도 되나?"

수학적 직관이 있는 사람들은 눈치챘겠지만, 단적으로 $\overline{BC}$만 해봐도 의문이 생깁니다.

OB는 반지름이니까 R, OC는 $R\cos\theta$니까 마찬가지로 R. 따라서 BC는 $R-R=0$ ..?

사실, BC는 $R\times\frac{1}{2}\theta^2$도 맞고 0도 맞습니다. 앞의 것에 θ를 0으로 극한을 취해보면 0이기 때문입니다. 그럼 우리가 어떨 때는 0이라고 했다가 어떤 때는 θ의 이차식으로 한다면, 일관적인 답을 얻지 못할 것입니다.

이게 바로 근사로 풀었을 때 '틀리는 이유'입니다.

"적재적소에 0을 0이라 쓰던지, 0이라 쓰지 않을 수 있는가?"

이러한 문제가 발생하는 상황은 오직 '빼기 연산'을 했을 때입니다.

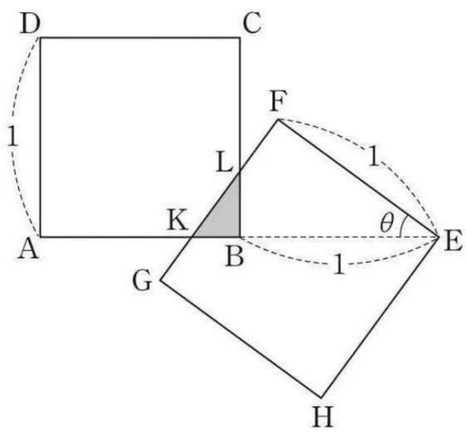
결론부터 서술하자면, BC를 구할 때 OB에서 OC를 빼면 0이 나오고, BC를 한 번에 '기본 근사'를 이용해서 구하면 $R\times\frac{1}{2}\theta^2$ 인거죠.

2차까지 엄밀해야 상황에서 $R\times\frac{1}{2}\theta^2$라고 써야할 것을 0이라 쓰기 때문입니다.

결국, 우리는 우리가 어디까지 엄밀해야 할지를 미리 정해두고, 그에 맞는 근사들을 쓸 줄 아는 안목을 길러야 합니다. 그걸 살펴보기 위해 근사의 꽃이라 할 수 있는 **'차수 논리'**를 살펴봅시다..!

02

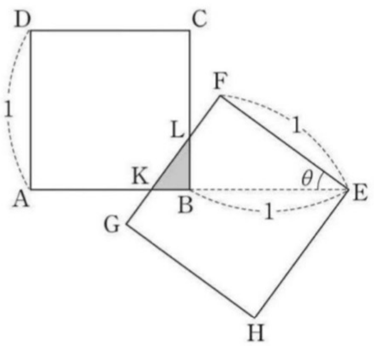
그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD에서 변 AB를 연장한 직선 위에 BE=1인 점 E가 있다. 점 E를 꼭짓점으로 하고, 한 변의 길이가 1인 정사각형 EFGH에 대하여 $\angle BEF = \theta$일 때, 변 FG와 변 AB의 교점을 K, 변 FG와 변 BC의 교점을 L이라 하자. 삼각형 KBL의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$이다. $p^2 + q^2$의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$이고, p,q는 서로소인 자연수이다.)

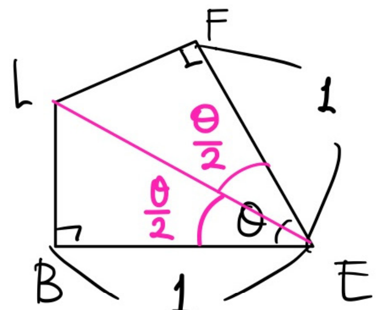


정석풀이

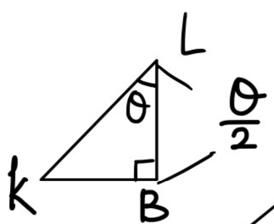
근사풀이

기본 근사





$$\overline{BL} = \overline{FL} = \frac{\theta}{2}$$

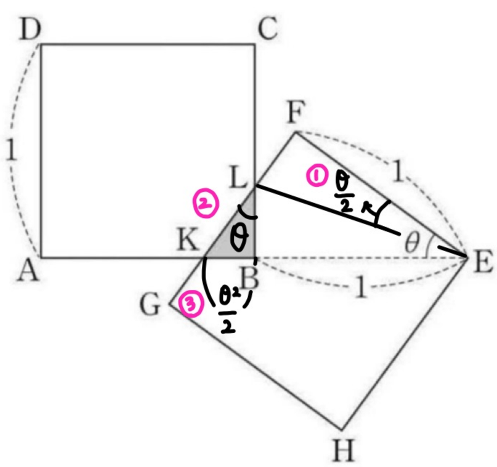


$$;\ \overline{BK} = \frac{\theta}{2} \times \theta = \frac{1}{2}\theta^2$$

$$\therefore \triangle BKL = \frac{1}{2} \times \underbrace{\frac{\theta}{2}}_{\overline{BL}} \times \underbrace{\frac{1}{2}\theta^2}_{\overline{BK}} = \frac{1}{8}\theta^3$$

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{1}{8} \rightarrow \boxed{65}$$ 답

✓ Mini_Map



④ $\frac{1}{2} \times \frac{\theta}{2} \times \frac{\theta^2}{2} = \boxed{\frac{1}{8}}\theta^3$

↓

⑤ $\boxed{65}$ 답

P • A • R • T

2

TWO

심화편

심화편에 해당하는 문제가 평가원, 교육청, 사관학교 기출에는 몇 문제 없습니다.

이 말은 기본편만으로도 어느 정도는 대비가 된다는 뜻이지만,

앞으로 나올 가능성도 있을뿐더러 수능 대비 사설 N제나 모고에서도 사용하시려면,

이 심화편의 개념까지 학습하시길 추천드립니다.

N제나 모고를 푸시다가 심화 개념에 해당하는 문제가 나오면,

이 책의 내용에서 힌트를 얻어서 풀어나가시면 될 것입니다.