2023학년도 대학수학능력시험대비

수학영역

킬러IT수다 모의고사

KIS수학연구소 지음

2023학년도 고3 킬러 IT 수다 3회 모의고사

수학 영역

성명	

수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

‘뭐해?’라는 두 글자에 ‘정답을 알고 싶어’ 나의 속마음

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

수학 영역

(공 통)

100분
100점

5지선다형

1. $-\frac{\pi}{2}<\theta<0$이고 $\cos\theta=\frac{7}{25}$일 때, $\sin(\pi+\theta)$의 값은? [2점]

① $-\frac{24}{25}$ ② $-\frac{7}{15}$ ③ $\frac{7}{15}$ ④ $\frac{7}{24}$ ⑤ $\frac{24}{25}$

2. $\lim_{x\to-1}(2x^2+x+3)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $-2\le x\le 1$에서 함수 $f(x)=a\times 3^{1-x}+b$의 최댓값이 24, 최솟값이 -2일 때, $f(0)$의 값은? (단, $a<0$이고, a와 b는 상수이다.) [3점]

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

4. 다항함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(1,4)$에서의 접선의 기울기가 3일 때, 함수 $(2x^2-3)f(x)$의 $x=1$에서의 미분계수는? [3점]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

27. 좌표 공간에 세 점 $A(0,\ 0,\ 3)$, $B(5,\ 4,\ 0)$, $C(0,\ 4,\ 0)$이 있다. 선분 AB 위의 한 점 P에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{PH}=3$을 만족하도록 하는 점 P의 좌표를 $(a,\ b,\ c)$라 하자. $a+b+c$의 값은? [3점]

① $\frac{19}{5}$ ② $\frac{21}{5}$ ③ $\frac{23}{5}$ ④ 5 ⑤ $\frac{27}{5}$

28. 좌표평면에서 점 $A(3,\ 4)$를 지나는 직선 $l : x-3=\frac{y-4}{-2}$ 위의 두 점 B, C와 직선 $m : \frac{x-3}{-2}=y-4$ 위의 점 D가 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{CD}=36$, $\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=0$을 만족시킬 때, $\triangle ABD$의 넓이는? (단, 점 B의 x좌표는 A의 x좌표보다 크다.) [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

2023학년도 킬러IT수다 모의고사 답안지

② 교시 수 학 영 역

※ 답안지 작성(표기)은 반드시 검은색 컴퓨터용 사인펜만을 사용하고, 연필 또는 샤프 등의 필기구를 절대 사용하지 마십시오.
※ 뒷면의 <수험생 준수사항>을 숙지하여야 하며, 이를 준수하지 않을 경우 불이익을 받을 수 있습니다.

※ 문제지 표지에 안내된 필적 확인 문구를 아래 '필적 확인란'에 정자로 반드시 기재하여야 합니다.

필 적 확인란	

성 명	

수 험 번 호

				—				
	0	0	0		0	0	0	0
1	1	1	1		1	1	1	1
2	2	2	2		2	2	2	2
3	3	3	3		3	3		3
4	4	4	4	—	4	4		4
5	5	5	5		5	5		5
6	6		6		6	6		6
7	7		7		7	7		7
8	8		8		8	8		8
9	9		9		9	9		9

선택과목

확률과통계 ○
미적분 ○
기하 ○

문제의 문형을 확인 후 표기

감독관 확인	서 명 또는 날 인	수험번호 및 문형의 표기가 정확한지 확인, 옆란에 서명 또는 날인

공 통 과 목

문번	답 란	문번	답 란
1	① ② ③ ④ ⑤	11	① ② ③ ④ ⑤
2	① ② ③ ④ ⑤	12	① ② ③ ④ ⑤
3	① ② ③ ④ ⑤	13	① ② ③ ④ ⑤
4	① ② ③ ④ ⑤	14	① ② ③ ④ ⑤
5	① ② ③ ④ ⑤	**15**	① ② ③ ④ ⑤
6	① ② ③ ④ ⑤		
7	① ② ③ ④ ⑤		
8	① ② ③ ④ ⑤		
9	① ② ③ ④ ⑤		
10	① ② ③ ④ ⑤		

킬러IT수다

※ 단답형 답란 표기방법

- 십진법에 의하되, 반드시 자리에 맞추어 표기
- 정답이 한 자리인 경우 일의 자리에만 표기하거나, 십의 자리에 0을 표기하고 일의 자리에 표기

※ 예시

- 정답 100 → 백의 자리 1, 십의 자리 0, 일의 자리 0
- 정답 98 → 십의 자리 9, 일의 자리 8
- 정답 5 → 일의 자리 5 또는 십의 자리 0, 일의 자리 5

16번

백	십	일
	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

17번

백	십	일
	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

18번

백	십	일
	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

19번

백	십	일
	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

20번

백	십	일
	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

21번

백	십	일
	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

22번

백	십	일
	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

선 택 과 목

문번	답 란
23	① ② ③ ④ ⑤
24	① ② ③ ④ ⑤
25	① ② ③ ④ ⑤
26	① ② ③ ④ ⑤
27	① ② ③ ④ ⑤
28	① ② ③ ④ ⑤

29번

백	십	일
	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

30번

백	십	일
	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

15	수학적 귀납법	정답	①

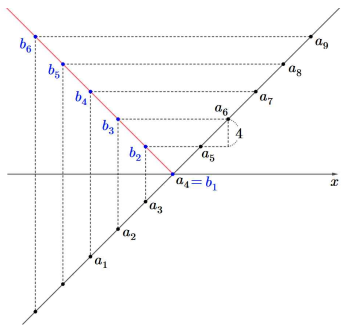
공차가 4인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족한다.

> (가) 모든 자연수 n에 대하여 $|a_n|$의 값은 다르다.
> (나) $|a_n|$의 값을 크기순으로 $b_1, b_2, b_3, \cdots, b_n$이라 할 때,
> $b_{n+2}-b_{n+1}=b_{n+1}-b_n$을 만족하지 않는 자연수 n은
> 8뿐이다.

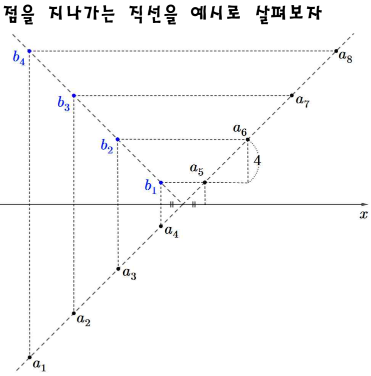
이때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은? [4점]

① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

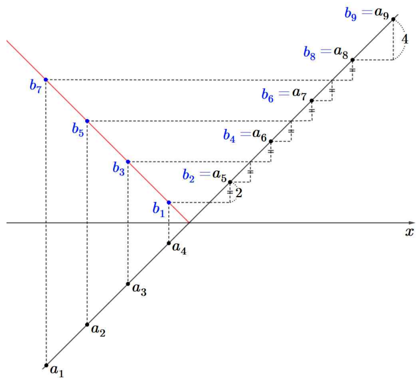
공차의 값은 4로 주어져있으므로 첫째항 a_1을 조사해야한다.
만약 a_1이 양수이거나 0이라고 한다면, $|a_n|=a_n$이므로 $|a_n|$값이 크기순으로 $b_1, b_2, b_3, \cdots, b_n$이라 할 때, 모든 값이 등차수열이 되므로 (나)조건에 위배된다. 따라서 $a_1<0$이다.
$a_n=a_1+(n-1)d=dn-d+a_1$이라 할 때, n에 대한 1차식으로 대응하여 본다면 직선으로 관찰이 가능하다. 직선의 관점에서 위의 수열을 바라본다면 기울기가 4인 직선이 $a_n=0$이 되는 자연수 n이 존재하는 경우와 존재하지 않는 경우로 나눌 수 있다.
[1] $a_n=0$이 되는 자연수 n이 존재하는 경우
$a_4=0$인 경우를 하나의 예시로 들어 살펴보자.



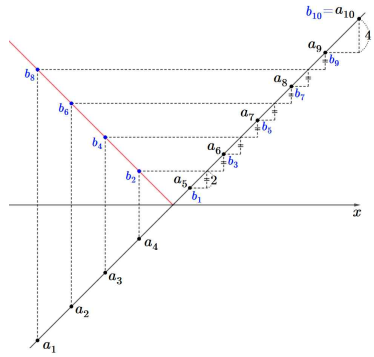
$b_1=0, b_2=a_5, b_3=a_6, b_4=a_7, \cdots$이므로 b_n는 모든 자연수 n에 대하여 등차수열이 된다. 따라서 이러한 경우라면 (나)조건에 위배 된다. 즉, $a_n=0$이 되는 자연수 n은 존재하지 않음을 알 수 있다.
[2] $a_n=0$이 되는 자연수 n이 존재하지 않는 경우
(1) 어떤 자연수 k에 대하여 k와 $k+1$의 중점을 직선이 지나간다면?
4와 5사이의 중점을 지나가는 직선을 예시로 살펴보자



$b_1=-a_4=a_5, b_2=a_6, b_3=a_7, b_4=a_8, \cdots$이므로 이후의 자연수 n에 대해서도 계속 등차수열로 유지되어 나간다. 따라서 이 경우도 (나)조건에 위배 된다. 즉, 어떤 자연수 k에 대하여 k와 $k+1$의 중점을 직선이 지나가서 성립하는 경우는 없음을 알 수 있다.
(2) 어떤 자연수 k에 대하여 k와 $k+1$의 중점보다 작은쪽을 지나간다면?
위의 경우와 같이 4와 5를 기준으로 살펴보자



이 경우라면 그림과 같이 b_1에서부터 b_8까지는 공차가 일정하게, 즉 2씩 커지게 만들어 줄 수 있고, 이후에는 다시 b_n의 수열이 공차가 4가 되어 나감을 볼 수 있다. $b_{n+2}-b_{n+1}=b_{n+1}-b_n$을 만족시키지 않는 순간의 자연수가 8뿐이어야 하는데 $n=6$일 때를 먼저 살펴보면 $2b_7=b_8+b_6$로 성립함을 볼 수 있고, $n=7$일 때는 $2b_8=b_9+b_7$이 성립하지 않음을 볼 수 있다. 따라서 $b_{n+2}-b_{n+1}=b_{n+1}-b_n$를 만족하지 못하는 자연수가 $n=7$이므로 조건에 맞지 않는다.
(그림에서 b_8까지는 공차가 2로 유지되다가 b_9항 이후부터는 공차가 4씩 커짐을 볼 수 있다)
(3) 어떤 자연수 k에 대하여 k와 $k+1$의 중점보다 큰 쪽을 지나간다면?
위의 경우와 같이 4와 5를 기준으로 살펴보자



이 경우라면 그림과 같이 b_1에서부터 b_9까지는 공차가 일정하게, 즉 2씩 커지게 만들어 줄 수 있고, 이후에는 다시 b_n의 수열이 공차가 4가 되어 나감을 볼 수 있다. $b_{n+2}-b_{n+1}=b_{n+1}-b_n$을 만족시키지 않는 순간의 자연수가 8뿐이어야 하므로 $n=7$일 때는 $2b_8=b_9+b_7$로 성립함을 볼 수 있고, $n=8$일 때는 $2b_9=b_{10}+b_8$이 성립하지 않음을 볼 수 있다.
(그림에서 b_9까지는 공차가 2로 유지되다가 b_{10}항 이후부터는 공차가 4씩 커짐을 볼 수 있다)
$n=9$일 때는 $2b_{10}=b_{11}+b_9$가 다시 성립하게 되므로 이 경우가 맞는 경우임을 알 수 있다.
그럼 이 예시가 맞는 설명이 되었으므로 $a_n=4(n-m)$이라 두자.
그림을 통해 $2|a_4|=|a_5|+|a_6|$이고 $a_4<0, a_5>0, a_6>0$이므로
$-2a_4=a_5+a_6$, $-2\bullet 4(4-m)=4(5-m)+4(6-m)$, $m=\frac{19}{4}$이므로
4와 5의 중점인 $\frac{9}{2}$보다 크므로 $m=\frac{19}{4}$임을 확인할 수 있다.

따라서 $a_n=4(n-\frac{19}{4})$, $\sum_{n=1}^{10}4(n-\frac{19}{4})=30$