2022.12

2024 수능 대비 확률과 통계 -고1 개념 정리

made by 물덕

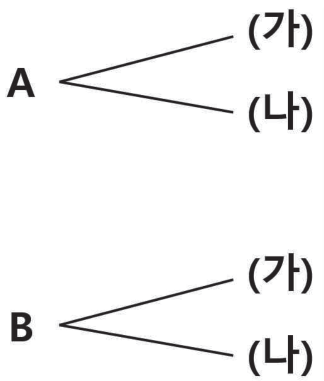
1. 고1 확률과 통계 개념

수형도

수형도는 경우의 수를 셀 때 가장 기본적이고 간단한 방법이다.
다음 예시를 살펴보자.

민수네 가족이 제주도로 여행을 가려고 한다. 비행기는 A사 비행기와 B사 비행기가 있고, 렌터카는 (가) 렌터카와 (나) 렌터카가 있다. 민수네 가족이 비행기와 렌터카를 선택하는 경우의 수를 구하시오.

수형도로 풀어보면



총 4가지가 있다. 모든 확률과 통계 문제가 이토록 쉬우면 좋겠으나 우리가 앞으로 접할 확률과 통계 문제들은 이보다 훨씬 복잡하기 때문에 우리는 여러 가지 '도구'를 배우고 사용할 것이다.

① 합의 법칙

두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A와 사건 B가 일어나는 경우의 수가 각각 m, n이면 사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수는 $m+n$이다. 이는 동시에 일어나지 않는 세 가지 이상의 사건에 대해서도 성립한다.

합의 법칙은 어찌 보면 매우 당연한 얘기를 길게 서술하고 있다. 하지만 이 법칙은 케이스 분류에서 매우 중요한 법칙이다. 만약 우리가 각 케이스들이 동시에 일어나지 않도록 설정해줬으면 각 케이스들의 경우의 수를 더한 값이 모든 경우의 수의 합과 같다는 보장을 해준다.
합의 법칙을 이용해 다음 문제를 풀어보자

예제 1

x, y가 자연수일 때, 부등식 $2 \leqq x+y \leqq 3$을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수를 구하시오.

교과서 예제+자작 문항

1. 숫자 1, 2, 3, 4가 적힌 카드 4장이 있다. 이 중에서 2장을 뽑아 두 자리의 자연수를 만들 때, 짝수의 개수를 구하시오. 〔교과서 예제〕

2. 서로 다른 주사위 2개를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 차가 2 이하인 모든 경우의 수를 구하시오. 〔교과서 예제〕

3. 학생 3명의 이름표를 상자 속에 1개씩 넣은 후 임의로 1개씩 고를 때, 모든 학생이 자신의 이름표가 아닌 이름표를 고르는 모든 경우의 수를 구하시오. 〔교과서 예제〕

4. $(a+b)(p+q)(x+y+z)$를 전개하였을 때, 다음을 구하시오. 〔교과서 예제〕
   (1) 모든 항의 개수
   (2) p를 포함한 항의 개수

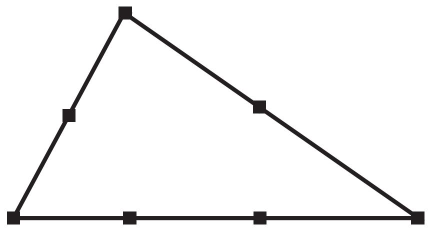
5. 다음을 구하시오. 〔교과서 예제〕
   (1) 학급 3개에서 서로 다른 작품 6개 중 1개씩 골라 각 학급 게시판에 붙이려고 할 때, 작품을 고르는 모든 경우의 수
   (2) 서로 다른 옷 4벌을 옷걸이에 일렬로 거는 모든 방법의 수

기출 모음

1. ${}_{9}\mathrm{C}_{7}$의 값을 구하시오. [3점][2019년 6월 22]

2. ${}_{8}\mathrm{C}_{6}$의 값을 구하시오 [3점][2019년 9월 22]

3. 그림과 같이 삼각형 위에 7개의 점이 있다. 이 중 두 점을 연결하여 만들 수 있는 직선의 개수는? [3점][2004년 4월 가36]



① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

4. 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$의 서로소인 두 부분집합 A, B의 순서쌍 (A, B)의 개수는? [3점][2004년 수능 가38]

① 729 ② 720 ③ 243 ④ 64 ⑤ 36

Ⅰ. 고1 확률과 통계 개념

교과서 예제+ 자작 문항

1. 답: 6

어떠한 수가 짝수라는 것은 일의 자리 숫자에 0, 2, 4, 6, 8가 들어가는 것을 의미한다.
따라서 이 문제에서는 무조건 일의 자리 숫자에는 2 또는 4가 들어가야 한다.
(일의 자리에 들어갈 카드를 고르는 경우의 수)=2
십의 자리에는 일의 자리에 들어가지 않은 카드를 골라야 하므로 총 3가지
십의 자리와 일의 자리를 정하는 것은 동시에 일어나므로 곱의 법칙을 이용해줘야 한다.
$\therefore\ 2\times3=6$

저자의 Comment

배수 판정법
홀수: 일의 자리 숫자가 1, 3, 5, 7, 9
2의 배수(짝수): 일의 자리 숫자가 0, 2, 4, 6, 8
3의 배수: 모든 자리를 다 합친 값이 3의 배수
4의 배수: 끝의 두 자리가 00이거나 4의 배수
5의 배수: 일의 자리 숫자가 0, 5
9의 배수: 모든 자리를 다 합친 값이 9의 배수

2. 답: 15

나오는 눈의 수의 차가 2 이하인 것을 한 번에 구하는 것은 굉장히 힘들다. **그러므로 경우를 나눠보자.**

① 눈의 수의 차가 0인 경우
이 경우는 나온 눈의 수가 같다는 의미이다.
(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)
총 6가지

② 눈의 수의 차가 1인 경우
(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)
총 5가지

③ 눈의 수의 차가 2인 경우
(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6)
총 4가지

이 3가지의 경우는 모두 동시에 일어나지 않으므로 합의 법칙을 이용해야 한다.
총 $6+5+4=15$

3. 답: 2

학생 3명을 임의로 A, B, C라고 놓자.

① A가 B의 이름표를 가져간 경우
B는 C의 이름표를 가져가야 하고
C는 A의 이름표를 가져가야 한다.
총 1가지

② A가 C의 이름표를 가져간 경우
B는 A의 이름표를 가져가야 하고,
C는 B의 이름표를 가져가야 한다.
총 1가지

이 두 경우는 동시에 일어나지 않으므로 합의 법칙을 사용해야 한다.
총 $1+1=2$

[Q&A]

Q. 이거 수형도 그려서 푸는 문제 아녔어요?
A. 네 많은 문제집에서 이 문제를 수형도를 그려서 풀죠. 하지만 이렇게 경우의 수를 나눈 이유는 케이스를 분리하는 방법을 보여주기 위해서입니다. 워낙 이 문제가 쉬운 문제이고 고1 과정이니깐 수형도를 그릴 수 있지만, 나중에 본격적으로 확률과 통계 개념을 배우게 되면 수형도로 그릴 수 없는 문제들이 나옵니다. 그럴 땐 이렇게 케이스를 분류하고 계산하고 답을 내야 하므로 풀이를 이렇게 썼습니다.

저자의 Comment

이 문제를 함수로 표현해보면
$A=\{A,\ B,\ C\}$에 대하여 $f: A\to A$일 때, 함수 f의 모든 정의역에 대하여 $f(k)\neq k$이다.
이렇게 모든 정의역에 대하여 $f(k)\neq k$인 경우 이를 특별히 ‘완전순열’ 또는 ‘교란순열’이라고 한다. ‘자기 모자 안 쓰는 경우의 수’라고도 불린다. 원소가 2개일 때는 1, 원소가 3개일 때는 2, 4개일 땐 9, 5개일 땐 44이다.
1, 2, 9, 44를 외워주면 확실히 문제풀 때 편해진다.