

## 29제 4점모음

# 수학 영역(A형)

---

1. 세 이차정사각행렬  $A, B, X$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 행렬  $A, AB$ 의 모든 성분의 합은 각각  $3, -1$ 이다.

(나)  $A+B=E, A^2-3E=X$

행렬  $X$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

2. 이차정사각행렬  $A = \begin{pmatrix} -4 & a \\ -a & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A-E$ 의 역행렬이 존재하고

$A^3=E$ 일 때,  $A^2$ 의 모든 성분의 합은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

①  $-3$

②  $-2$

③  $-1$

④  $0$

⑤  $1$

## 2

## 수학 영역(A형)

3. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가

$$A - 2B = 2E, \quad AB^2 + B = BA$$

를 만족시키고 행렬  $B$ 의 역행렬이 존재할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ.  $AB = BA$

ㄴ.  $A$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄷ.  $B^{-1} = 2B$

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가

$$B^2A + B = E, \quad B(AB - BA) = 3E - A$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ.  $B$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ.  $A^2 = 6A$

ㄷ.  $B^{-1} = 3B + E$

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 자연수  $n$ 에 대하여 정의역이  $\{x \mid -1 \leq x \leq 0\}$ 인 지수함수  $y = \left(\frac{6}{2n-1}\right)^x$ 의

최댓값을  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{15} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 33                      ② 35                      ③ 37                      ④ 39                      ⑤ 41

6.  $a > 1$ 인 상수  $a$ 에 대하여 정의역이  $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$ 인 두 지수함수  $f(x) = b \times a^x$ ,  $g(x) = a^{2x}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수  $\frac{f(x)}{g(x)}$ 의 최댓값은 3이다.  
 (나) 함수  $f(x) + g(x)$ 의 최댓값은 19이다.

이 때,  $a + b$ 의 값은? (단,  $b$ 는 상수이다.) [4점]

- ①  $\frac{9}{2}$                       ②  $\frac{19}{4}$                       ③ 5                      ④  $\frac{21}{4}$                       ⑤  $\frac{11}{2}$

# 4

## 수학 영역(A형)

---

7. 자연수  $n$ 에 대하여 지수함수  $y = 3 \times \left(\frac{n}{n+20}\right)^x$  과 좌표축,  $x = 2$ 로 둘러싸인

영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점들 중 임의로 두 점을 이었을 때, 기울기가 1인 직선이 오직 하나가 되도록 하는 모든  $n$ 의 값의 합을 구하시오. (단,  $1.7 < \sqrt{3} < 1.8$ 이다.) [4점]

8. 좌표평면에서 로그함수  $y = \log_2(x+3)$  과 직선  $y = -x + 8$ 이 직선  $x = n$  과 만나는 점을 각각  $A_n, B_n$ 라 하자. 점  $H_n(n, 0)$ 에 대하여  $9 < \overline{A_n B_n} \times \overline{B_n H_n} < 40$  을 만족하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

9. 첫째항이 10인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^8 (-1)^n a_n = 12$ 일 때,  $a_5$ 의 값은?

[4점]

- ① 25      ② 24      ③ 23      ④ 22      ⑤ 21

10. 공비가 2인 등비수열  $\{a_n\}$ 과 수열  $\{b_n\}$ 에 대하여 다음을 만족시킨다.

(가)  $b_1 = 9$   
 (나) 수열  $\left\{ \frac{a_n}{b_n} \right\}$ 은 공비가 3인 등비수열이다.

$b_3$ 의 값은? (단,  $a_1 \neq 0$ 이다.) [4점]

- ①  $\frac{9}{4}$       ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 9

# 6

# 수학 영역(A형)

---

11. 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 에 대하여

$S_{2n} = \sum_{k=1}^n a_{2k} + 3n^2 + n$ 을 만족시킬 때,  $a_4 + a_7$ 의 값을 구하시오. [4점]

12. 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_{n+1} = a_n + 2n$ 을 만족하고,  $\sum_{n=1}^5 a_{2n-1} = 30$ 일 때,  $\sum_{n=1}^5 a_{2n}$ 의 값은? [4점]

① 60

② 70

③ 80

④ 90

⑤ 100

13. 자연수  $n$ 에 대하여 좌표평면 위의 점  $P_n$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 두 점  $P_1, P_2$ 의 좌표는 각각  $(1, 0), (0, 1)$ 이다.  
 (나) 제 1사분면 위에 점  $P_{n+2}$ 를 선분  $\overline{P_n P_{n+1}}$ 을 빗변으로 하는 직각이등변삼각형  $P_n P_{n+1} P_{n+2}$ 이 되도록 잡는다. (단, 점  $P_{n+1}$ 의  $y$ 좌표는 점  $P_n$ 의  $y$ 좌표보다 크거나 같다.)

예를 들어, 점  $P_4$ 의 좌표는  $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ 이다. 점  $P_{11}$ 의 좌표를  $(a, b)$ 라 하자.

$a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 3            ②  $\frac{47}{16}$             ③  $\frac{23}{8}$             ④  $\frac{45}{16}$             ⑤  $\frac{11}{4}$

14. 첫째항이 1인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 에 대하여

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4S_n - 3n^2}{(a_n)^2} = \frac{1}{3}$ 을 만족시킬 때,  $a_5$ 의 값은? [4점]

- ① 17            ② 15            ③ 13            ④ 11            ⑤ 9

## 8

## 수학 영역(A형)

15. 첫째항이  $a$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n - 3^n}{S_n} = \frac{1}{3} \text{ 일 때, } a \text{의 값은? [4점]}$$

①  $\frac{2}{3}$

② 1

③ 3

④ 6

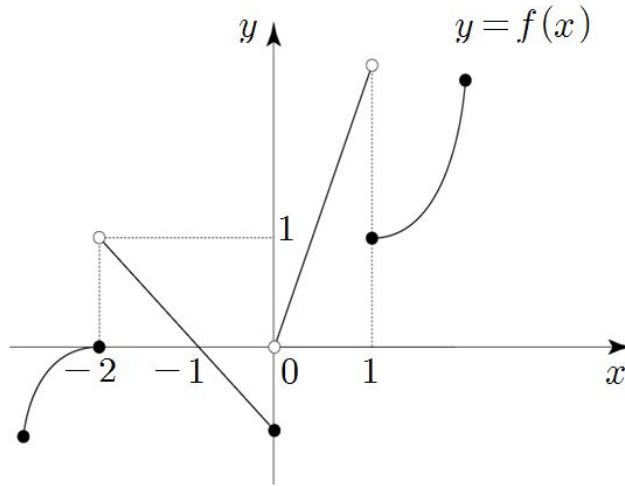
⑤ 9

16. 좌표평면에서 3이상의 자연수  $n$ 에 대하여 기울기가  $-2$ 이고 점  $(0, 2n)$ 을  
지나는 직선이 원  $x^2 + y^2 = n^2$ 과 만나는 두 점을 각각  $P_n, Q_n$ 이라 하자.

삼각형  $OP_nQ_n$ 의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100S_n}{n^2}$ 의 값을 구하시오. [4점]



17. 닫힌 구간  $[-3, 2]$ 에서 정의된 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



함수  $g(x)$ 를  $g(x) = f(x) + |f(x)|$ 라고 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $y=h(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,  $h(3)$ 을 구하시오. [4점]

## 10

## 수학 영역(A형)

18. 함수  $f(x) = \begin{cases} x+3 & (x \leq 1) \\ -x^2+ax-3 & (x > 1) \end{cases}$  에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{f(x-3)} = 2$  일 때,

상수  $a$ 의 값은? [4점]

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

19. 상수  $a$ 에 대하여 사차함수  $f(x) = (x-a)^2(x-a-2)^2$ 와 이차함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $a$ 의 값을 구하시오. (단,  $a > 0$ 이다.) [4점]

$$(가) \quad g(3) = 18$$

$$(나) \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 2$$

20. 삼차함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + 2f'(1)x$ 가  $x=0$ 에서 극값을 가질 때,  $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 14      ② 20      ③ 28      ④ 32      ⑤ 40

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x)$ 가  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ 이고, 함수  $g(x)$ 를  $g(x) = |f(x)|$ 라 하자. 함수  $f'(x)$ 와 함수  $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f'(1) = 0$   
 (나)  $\lim_{h \rightarrow +0} \frac{g(n+h) - g(n)}{h} = n + 3 \quad (n = -3, 0)$

$f(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 54      ② 63      ③ 72      ④ 90      ⑤ 105

# 12

# 수학 영역(A형)

---

22. 최고차항의 계수가 음수인 이차함수  $y=f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f'(1)=6$

(나) 함수  $|f(x)|+f(x)$ 가 오직 구간  $(2, 4)$ 에서만 증가한다.

$f(5)$ 의 값은? [4점]

① 3

② 5

③ 9

④ 12

⑤ 18

23. 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $f(x)=x^3+3x^2-9x+n^2$  위의 점

P  $(1, n^2-5)$ 에서의 접선이 함수  $g(x)=x^2-6x+6n-1$ 과 만나지 않을 때,  
가능한 모든  $n$ 의 값의 합은? [4점]

① 3

② 5

③ 9

④ 14

⑤ 20

24. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x) = ax(x-1)(x-b)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를  $g(x) = \frac{f(x) - |f(x)|}{2}$ 라고 하자. 함수  $f(x)$ 와 함수  $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(5) = 5$

(나)  $\int_t^{t+2} g(x)dx = 0$ 을 만족하는  $t$ 의 최솟값은 4이다.

20( $a+b$ )의 값을 구하시오 [4점]

25. 방정식  $|x-2| + y + z + w = 6$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수해의 순서쌍  $(x, y, z, w)$ 의 개수를 구하시오. (단,  $x \leq 4$ 이다.) [4점]

# 14

# 수학 영역(A형)

26. 닫힌 구간  $[-2, 2]$ 에서 정의된 연속확률변수  $X$ 의 확률밀도함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(-x) = f(x)$

(나)  $\int_{-1}^1 (x+2)f(x)dx = \frac{4}{3}$

30  $P(1 \leq X \leq 2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 확률변수  $X$ 는 평균이  $m$ , 표준편차가 2인 정규분포를 따른다. 실수 전체의

집합에서 정의된 함수  $G(t)$ 는

$$G(t) = P(t \leq X \leq t+6)$$

이고,  $t=1$ 일 때,  $G(t)$ 는 최댓값을 갖는다.

$G(0)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를

이용하여 구한 것은? [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.25	0.0987
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.9772

② 0.8185

③ 0.5328

④ 0.3413

⑤ 0.2902

28. 어느 공장에서 생산되는 A부품의 무게는 정규분포  $N(10, 1^2)$ 을 따르고, B부품의 무게는 정규분포  $N(70, 3^2)$ 을 따른다. 이 공장에서 생산된 A부품과 B부품을 임의로 각각 1개씩 선택할 때, 선택된 A부품의 무게가  $k$ 이상일 확률과 선택된 B부품의 무게가  $k^2$ 이하일 확률의 합이 1이었다.  $k$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 연속확률변수  $X$ 와 확률밀도함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(14-x) = f(14+x)$  이다.  
 (나)  $P(X \leq 7\sigma) = \frac{1}{2}$

$P(12 \leq X \leq 15)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.9772                      ② 0.8185                      ③ 0.5328  
 ④ 0.3413                      ⑤ 0.1915