

열심히 공부하는데도 고등수학에서 무너지는 이유와
수학적 재능이 없어도 성공하는 공부 방법

어수강 선생님

어수강 선생님 소개

[약력]

서울대학교 이학박사 (Ph.D. in Mathematics)

(前) 하나고등학교 교사

(前) 서울과학고등학교 교사

(前) EBS & KAIST 수학캠프 지도교사

(前) 서울대학교 과학영재원 지도교사

(現) 강남대성 모의고사 출제위원

(現) 고등학교 수학 교과서 연구 및 집필 위원

하나고, 민사고, 외대부고 및 강남지역 최상위권 학생 지도
최근 10년간 지도한 학생의 70% 이상 SKY 및 의치한 진학

[논문]

석사논문

[A study on competition numbers of planar graphs \(2016\)](#)

박사논문

[Study on structures of digraphs and graphs in the aspect of their holes \(2019\)](#)

국제 전문학술지 게재 논문¹⁾

1. [On \(1, 2\)-step competition graphs of bipartite tournaments \(2017\)](#)
2. [The partial order competition dimensions of bipartite graphs \(2019\)](#)
3. [A graph with the partial order competition dimension greater than five \(2019\)](#)
4. [The graph grabbing game on \$\{0, 1\}\$ -weighted graphs \(2019\)](#)
5. [The niche graphs of bipartite tournaments \(2020\)](#)
6. [On \$m\$ -step competition graphs of bipartite tournaments \(2020\)](#)
7. [On chordal phylogeny graphs \(2021\)](#)

[홈페이지 및 이메일]

블로그 : blog.naver.com/math-fish

이메일 : mathfish@snu.ac.kr

전자도서²⁾ : www.upaper.net/mathfish

¹⁾현재 국제 전문학술지에 투고하여 심사 중인 논문은 scholar.google.com에서 “Soogang Eoh”로 검색하면 확인하실 수 있습니다.

²⁾전자책 “수학의 비밀” 시리즈는 교보문고, 알라딘, 오르비 등에 출간되어 판매 중입니다.

1. 열심히 공부하는데도 고등수학에서 무너지는 이유

: 선행을 일찍 시작했는데도, 열심히 공부하는데도 불구하고, 대다수 학생들이 고등학교 수학에서 무너지는 이유는 크게 두 가지입니다.

1. 핵심적인 개념과 아이디어에 대한 불완전한 학습
2. (제대로 학습 했더라도) 장기기억에 저장하는데 실패

1. 핵심적인 개념과 아이디어에 대한 불완전한 학습

: 핵심적인 ‘개념’에 대한 불완전한 학습의 예를 들어 볼까요?

[예제1-1] $x^2 + 2x^2y + y$ 은 몇 차식인가?

대부분의 학생들은 [예제1-1]에 대해, “2차식”이라고 답하는 경우가 많습니다. 하지만 [예제1-1]에 주어진 식은

1. x, y 를 모두 문자로 생각하면 3차식
2. x 만을 문자로 생각하면 2차식
3. y 만을 문자로 생각하면 1차식

입니다. 즉, [예제1-1]에 주어진 식은 무엇을 문자로 생각하는지에 따라 차수가 달라집니다.

대다수의 학생들이 [예제1-1]의 답을 “2차식”이라고 답해 틀릴 뿐 아니라, 최상위권 학생들조차도 [예제1-1]은 무엇을 문자로 생각하는지에 따라 답이 달라지는 문제라고 유형화를 하는 선에서 학습하는 경우가 대부분입니다. 하지만 이는 “다항식의 차수”에 대해 잘못 학습했거나 불완전하게 학습한 것입니다.

그럼 어떻게 학습해야 할까요? 간단히 요약하면 다음과 같습니다.

1. 수학(상)에서 다루는 것은 다항식뿐이다.
2. 다항식은 무엇을 문자로 보는지에 따라 차수가 달라진다.
3. 차수가 달라지면, 다항식의 성질도, 그에 대한 풀이도 달라진다.
4. 따라서 문자를 여러 개 포함한 다항식이 나오면, 무엇을 문자로 보아야 할지 생각한다.

다음 예제를 볼까요?

[예제1-2] $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 값을 구하시오.

[풀이1] x, y 를 모두 문자로 생각하면, $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$ 은 실수 조건이 있는 부정방정식이다. 따라서

$$(\text{실수})^2 + (\text{실수})^2 = 0$$

의 꼴로 식을 변형하면 된다. 그런데

$$(x - 2y + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$$

이므로 $x = 3$ 이고 $y = 2$ 이다. ■

[풀이2] x 만을 문자로 생각하면, $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$ 은 x 에 대한 실계수 이차방정식이다. 즉, 실계수 이차방정식

$$x^2 + 2(1 - 2y)x + (5y^2 - 8y + 5) = 0$$

이 실근을 가지므로, 판별식이 0 이상임을 알 수 있다. 따라서

$$\frac{D}{4} = (1 - 2y)^2 - (5y^2 - 8y + 5) \geq 0$$

이다. 따라서 $-(y - 2)^2 \geq 0$ 이므로 $y = 2$ 이다. 이를 준식에 대입하면, $x^2 - 6x + 9 = 0$ 이므로 $x = 3$ 이다. ■

이처럼, [예제1-2]에 주어진 식 $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$ 에서 무엇을 문자로 보는지에 따라 식의 차수가 달라지고, 이에 따라 풀이도 달라짐을 알 수 있습니다.

그런데 문자는 다항식에서만 나오는 것이 아닙니다. 나오는 정도가 아니고, 고등학교 수학의 전과정에서 문자가 등장하지 않는 문제가 별로 없을 정도로 자주 등장합니다. 따라서 수학(상) 뿐만 아니라, 수학(하), 수학 I, 수학 II 등에서도 문자가 여러 개 나온다면? 무엇을 문자로 볼지부터 생각해야 합니다!

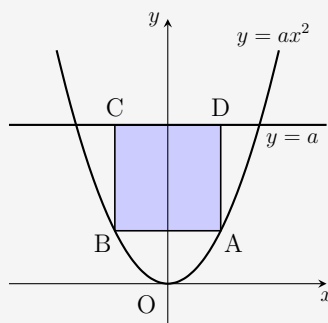
다음 문제를 예로 들어 볼까요?

[예제1-3] 4 이상의 자연수 n 과 3 이상의 자연수 a 에 대하여,

$$\frac{\log_n a}{a-2} \leq \frac{1}{2}$$

를 만족하는 가장 작은 자연수 a 를 $f(n)$ 이라 하자. 이때, $f(4) + f(5) + \dots + f(25)$ 의 값을 구하시오.

[예제1-4] 함수 $y = ax^2$ ($a > 0$)의 그래프 위의 두 점 A, B와 직선 $y = a$ 위의 두 점 C, D에 대하여 사각형 ABCD가 정사각형일 때, 정사각형 ABCD의 넓이를 $S(a)$ 라 하자. 이때, $\lim_{a \rightarrow \infty} S(a)$ 의 값을 구하시오. (단, A의 x 좌표는 양수이고 y 좌표는 a 보다 작다.)



지금까지 핵심적인 ‘개념’에 대한 불완전한 학습에 대해 알아보았습니다. 이제 핵심적인 ‘아이디어’에 대해 알아보을까요?

[예제1-5] 두 수 3^{20} , 4^{15} 의 대소를 비교하시오.

[풀이1] $3^{20} = 9^{10}$ 이고 $4^{15} = 8^{10}$ 이므로 $3^{20} > 4^{15}$ 이다. ■

상위권 학생 뿐 아니라, 공부를 포기하지 않은 학생이라면 대부분 [예제1-5]를 위와 같이 잘 해결합니다. 하지만 [예제1-5]의 풀이에 쓰인 핵심 아이디어는 놓친 채로,

“[예제1-5]와 같은 문제는 밑 또는 지수를 같게 한다.”

고 문제와 그 풀이를 유형화하는 것에 그치는 경우가 대부분입니다.

[예제1-5]에 쓰인 핵심 아이디어는 “여러 가지를 동시에 하기 어려우면, 한 번에 하나씩 한다.”는 것입니다. ¹⁾

그럼 핵심 아이디어에 대해 학습하는 것이 얼마나 중요한지, 예를 들어 알아보을까요?

[예제1-6] 두 집합 $\{1, 2, 3\}$ 과 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여

$$\{1, 2, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하시오.

[풀이1] X 는 1, 2, 3을 포함하는 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이므로 X 는 2^{5-3} 개이다. ■

상위권 학생들을 포함한 대부분의 학생들이 위와 같은 유형의 문제를 위의 풀이와 같은 방식으로 해결합니다. 이는 올바른 풀이지만 올바르게 공부한 것이라 보기는 어렵습니다. 부분집합의 개수에 대한 정리를 올바르게 적용해서 문제를 해결했지만, 풀이를 여기에서 마친다면 이 정리에 쓰인 핵심 아이디어를 놓치기 쉽기 때문입니다.

왜 그런지 다음 페이지의 [예제1-7]과 [예제1-8]을 통해 알아보겠습니다.

¹⁾매우 간단한 것임에도 불구하고, 최상위권 학생들조차 이 아이디어를 캐치하지 못하는 이유는 스스로 질문하지 않기 때문입니다. 3^{20} 과 4^{15} 는 대소 비교가 어렵지만, 9^{10} 과 8^{10} 은 대소 비교가 쉬운 이유는 무엇인지, 스스로 질문하기만 하면 대부분의 학생들은 곧잘 답을 알아냅니다.

[예제1-7] 두 집합 $\{1, 2, 3\}$ 과 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여

$$\{1, 2, 3\} \subset X \subset Y \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

을 만족하는 집합 X, Y 의 순서쌍 (X, Y) 의 개수를 구하시오.

[예제1-8] 두 집합 $\{1, 2, 3\}$ 과 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 에 대하여

$$\{1, 2, 3\} \subset X \subset Y \subset Z \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

을 만족하는 집합 X, Y, Z 의 순서쌍 (X, Y, Z) 의 개수를 구하시오.

지금까지 열심히 공부하는데도 고등수학에서 무너지는 첫 번째 이유인 “핵심적인 개념과 아이디어에 대한 불완전하게 학습”에 대해 알아보았습니다. 그럼 이제 두 번째 이유인 “장기 기억에 저장하는데 실패”하는 이유에 대해 알아보겠습니다.

2. 장기 기억에 저장하는데 실패하는 이유

교육현장에서 학생들을 가르치면서 “배운지 오래돼서 기억이 나지 않는다.”는 말을 무척 많이 듣습니다. 이는 장기 기억에 저장하는데 실패했음을 의미합니다. 배운지 채 1년도 되지 않은 것이 기억나지 않는다면, 지금 공부해봐야 다음 학기 내신이나 수능에서는 전혀 도움이 되지 않는 공부를 하고 있는 것입니다.

그렇다면, 학생들이 공부를 열심히 하는데도 장기 기억에 저장하는데 실패하는 이유는 무엇일까요? 저는 다음의 세 가지가 주된 이유라고 생각합니다.

1. 불완전한 개념 및 아이디어 학습
2. 유형화하여 암기하는 공부 방법
3. 너무 긴 복습 주기

물론 이 세 가지는 모두 연결되어 있습니다.

1. 먼저 대부분의 학생들이 핵심 개념 및 아이디어를 제대로 학습하지 못한 상태로 문제를 풀기 때문에, 학생 스스로 배운 것에 근거해서 문제를 분석하거나 해결할 수 없게 됩니다.
2. 따라서 선생님이 알려주신 풀이, 또는 답지의 풀이를 그대로 외워서 따라 풀게 됩니다.
3. 이 과정에서 개념과 문제가 분리됩니다.
4. 중등수학과 달리 고등수학의 문제 유형이 끝없이 많습니다.
5. 문제 유형이 끝이 없기 때문에, 한 바퀴 도는데 너무 오랜 시간이 걸립니다. 따라서 복습 주기가 길어집니다.
6. 복습 주기가 길기 때문에, 수학(상)부터 수학 II 까지 공부하고 다시 수학(상)으로 돌아오면 거의 기억이 나지 않습니다.

단순히 일찍 선행학습을 시작해서, 이 과정을 몇 번 더 반복한다고 해서 문제는 해결되지 않습니다. 이는 근본적인 해결책이 아니기 때문입니다.

그럼 어떻게 공부해야 할까요? 열심히 해도 실패하는 공부가 아니라, 꾸준히만 하면 성공하는 공부 방법에 대해 알아보겠습니다!

2. 수학적 재능이 없어도 성공하는 공부 방법!

: 앞에서 알아본 바와 같이, 성실하게 공부하는데도 실패하는 이유는 공부 방법이 잘못되었기 때문인 경우가 대부분입니다. 그렇다면 어떻게 공부해야 할까요?

저는 다음과 같이 공부할 것을 권장합니다.

1. 수학의 구조와 학습 원리에 대해 이해한다.¹⁾
2. 문제의 유형이 아니라, 학습 목표에 초점을 맞추고 완전하게 학습한다.
3. 풀이를 외우는 것이 아니라 ‘이해’한다.²⁾

수학(상)을 예로 들어보겠습니다. 수학(상)의 구조를 보려면, 목차를 보는게 좋겠죠? 수학(상)의 목차는 다음과 같습니다.

1. 다항식
2. 방정식과 부등식
3. 도형의 방정식

1단원은 대놓고 다항식입니다. 2단원은 방정식과 부등식이라고 되어있지만, 여기에서는 일차, 이차, 삼차, 사차방정식, 연립일차방정식, 연립이차방정식, 일차함수, 이차함수, 일차부등식, 이차부등식을 배웁니다. 즉, 2단원에서도 다항식(다항방정식과 다항부등식)만 배우는 것입니다. 3단원은 어떨까요? 도형의 방정식이라고 되어있지만, 직선의 방정식은 일차방정식이고, 원의 방정식은 이차방정식이며, 두 직선의 위치관계는 연립일차방정식, 원과 직선의 위치관계는 일차와 이차의 연립방정식, 두 원의 위치관계는 연립이차방정식입니다. 따라서 3단원에서도 다항식만 다루는 것을 알 수 있습니다.

수학(상)에서 다루는 것은 다항식 뿐이므로, 수학(상)을 잘하려면 다항식의 핵심 개념과 아이디어를 포함한 학습 목표를 완전하게 학습하면 되겠네요.

¹⁾수학의 구조와 학습 원리에 대해서는 겨울 방학에 특강을 진행할 계획입니다.

²⁾배운 것에 근거해서 문제를 차근차근 분석하고, 삼단논법을 통해 논리적으로 해결한다.

다항식이란 “문자와 숫자의 (유한 번의) 합과 곱으로만 나타낼 수 있는 식”입니다. 당연히 숫자보다는 **문자가 핵심**이겠죠? :)

앞에서 이야기 했듯이, 다항식은 무엇을 문자로 생각하는지에 따라서 차수가 달라집니다. 차수가 달라지면 모든 것이 달라집니다. **따라서 다항식에 대한 문제가 나오면**

1. 식을 세우기 위해 **무엇을 문자로 둘지³⁾**
2. 주어진 식(혹은 위에서 세운 식)에서 **무엇을 문자로 볼지**

에 대해 먼저 생각해야 합니다. 만약 문제가 너무 복잡하거나 어렵다면, 차수를 낮추거나 문자의 개수를 줄이는데 초점을 맞추고 생각하면 됩니다. **문자가 한 개인 일차식이 어려울 수는 없겠죠? 문자의 개수가 많거나 차수가 높기 때문에 어려운 것입니다. 따라서**

1. 차수를 낮추는 방법
2. 문자의 개수를 줄이는 방법

에 다항식에서의 핵심 아이디어가 있는 것으로 볼 수 있습니다. 실제로 차수가 높은 방정식이나 부등식은 차수를 낮춰서 풀고, 문자가 많은 방정식이나 부등식은 문자의 개수를 줄여서 풀니다.

문제를 풀 때는 문제와 풀이를 유형화하여 암기하는 것이 아니라, 핵심 개념과 아이디어를 바탕으로 문제를 차근차근 분석해서 풀어야 합니다.

문제와 그 풀이를 암기하는 경우, 장기기억에 제대로 저장하지 못했거나, 문제가 조금 생소한 형태로 출제되는 경우 크게 당황하거나 제대로 풀지 못하는 경우가 많습니다.

하지만 문제를 풀 때마다 **무엇을 문자로 둘지, 무엇을 문자로 볼지, 차수나 문자의 개수를 어떻게 줄일지에 초점을 맞추고 공부하면 이야기가 달라집니다.** 성실한 학생이라면 일주일에 최소 30문제 이상은 풀겠죠? 이는 위의 네 가지를 매주 30번 이상 같은 고민한다는 것을 의미합니다. 같은 것을 매주 30번 이상 생각한다면 복습의 주기가 매우 짧기 때문에 장기기억에 쉽게 저장될 뿐 아니라, 위의 네 가지에 대해 고민하는 습관이 강화되며 실력이 쌓일 것입니다. 배운 것에 근거하여 생각하고 고민하며 공부하는 것이기 때문에 **사고력도 향상** 되겠죠? **하나하나 정확하게 생각하며 공부하는 것과 단순 암기하는 것은 천지 차이일 것입니다.** 뿐만 아니라, 수학(상)에서 문자가 1개이면서 차수가 낮은데도 어려운 문제는 없기 때문에, **차수를 낮추거나 문자의 개수를 줄이는 연습이 충분히 되어 있다면, 생소한 형태로 출제된 고난도 문제도 무난히 풀어낼 가능성이 높을 것입니다.**

³⁾문제를 풀기 위해, 모르는 것은 문자로 놓고 식을 세워야 할 때가 많습니다. 이때, 무엇을 문자로 두는 지에 따라서 풀이가 완전히 달라집니다.

위와 같이 공부한다면, 수학(상) 뿐만 아니라, 수학의 전과정에 크게 도움이 될 것입니다. [예제1-3]과 [예제1-4]는 각각 수학 I과 수학 II의 고난도 문제입니다. 물론, 수학(상)의 문제와는 완전히 다른 유형의 문제입니다. 하지만 수학(상)에서 공부한 것과는 완전히 다른 [예제1-3]이나 [예제1-4]와 같은 수학 I, II의 고난도 문제조차도, 수학(상)에서 무엇을 문자로 생각할지에 대한 연습을 충분히 했다면 쉽게 풀 수 있습니다.

수학의 구조와 학습 원리에 대해 이해하고, 문제의 유형이 아니라 학습 목표에 초점을 맞추고 완전하게 학습하는 것, 그리고 풀이를 외우는 것이 아니라 정확하게 이해하는 것, 이것이 실력이 쌓이는 공부 방법이자, 고등학교 수학에서도 안정적으로 고득점을 하는 비결입니다.

어수강 선생님 전자책 “서울대 박사가 알려주는 수학의 비밀” 시리즈 소개

1) 기획의도 : 그저 열심히‘만’ 공부 중이신가요? **열심히 공부하는데도 성적이 오르지 않는다면 공부 방법을 바꾸어야 합니다.**

우리가 몸짱이 되고자 운동을 할 때, 운동 관련 책이나 유튜브 또는 전문 트레이너를 통해 인체 구조와 운동의 원리에 대해 알고 운동한다면 무작정 피트니스에 등록해서 힘닿는 대로 운동하는 것보다 효율적이고 재미있을 것입니다.

수학 공부도 마찬가지입니다. 잘못된 방법으로 공부하면 효율도 떨어지고, 수학에 대한 흥미와 자신감마저 잃어버릴 수도 있습니다. **반면 수학의 구조와 원리, 그리고 흐름을 알고 공부한다면 훨씬 효율적이고 재미있게 공부할 수 있을 것입니다.**

교육현장에서 문제집을 7-8권씩 푸는데도 성적이 오르지 않아 괴로워하는 학생들을 많이 봅니다. 고등학교 수학을 그저 열심히‘만’ 공부한다면 실패할 확률이 높습니다. **본 수업은 학생들이 수학의 구조와 원리, 그리고 흐름을 바탕으로 효과적으로 공부할 수 있도록 구성하였습니다.**

2) 누구를 위한 건가요?

- 본격적으로 고등수학을 공부하고자 하는 학생
- 열심히 공부하는데도 성적이 오르지 않는 학생**
- 성실하게 공부하는데도 성적이 들쭉날쭉한 학생
- 고등학교 입학 후 성적이 곤두박질친 학생**
- 문제를 많이 푸는데도 처음 보는 고난도 문제가 두려운 학생
- 안정적인 1등급을 원하는 학생**
- 최상위권 대학 진학을 희망하는 학생**

3) 얻을 수 있는 것은 무엇인가요?

- 구체적이고 효과적인 공부 방법**
- 효과적인 공부로 노력 이상의 안정적이고 높은 성취**
- 안정적이고 높은 성취로 흥미와 자신감 향상**
- 수학 불안 및 시험 불안 해소
- 처음 보는 고난도 문제에 대한 두려움 해소
- 효과적인 내신·수능·논술·면접 준비 및 성공적인 대학 입시**

4) 당부의 말 : 후기만 보고 **무작정 이 책을 선택하지 마세요.** 당연한 얘기지만 단순히 이 책을 읽는 것만으로 수학 성적이 향상되지는 않습니다. 이 책은 별로 노력하지 않고도 수학 1등급을 받게 해주는 책이 아닙니다.

책의 내용에 대해 충분히 고민해보고, 반드시 예습과 복습을 철저히 할 것을 강력하게 권장합니다. 책의 내용을 숙지한 후에, 교재의 모든 개념과 문제를 공부하는데 이를 적용하기 위해 **노력해야 합니다.** 이와 같이 ‘성실’하게 ‘노력’한다면 시행착오는 줄어들고, 수학 1등급까지 걸리는 시간은 단축되며, 그 과정은 즐거워질 것입니다.

5) 후기

<p>네 감사합니다! 쌤 근데 저 쌤이랑 수업하고 공부방법도 많이 바뀌고 그래서인지 다른 과목 성적도 많이 올랐어요 ㅎㅎ 생각하면서 공부해서 그런거 같아요! (요번 학기동안 4과목에서 1등해봤어요. 이런적 한번도 없었는데..) 공부하는 것도 훨씬 안두렵고 편해졌어요. 한학기 지나고 나니까 쌤 덕분에 변한 것 같다는 생각이들어요. 전반적으로 더 확실하고 정확하게 공부하게 된 것 같아요. 사실 저 1학기때는 통계 공부해도 5등급 밖에 안나왔거든요ㅋㅋ 정말 감사드려요~ 여러 방면에서 많은걸 배운 것 같아요!</p>	<p>감사합니다 ㅋㅋㅋㅋ 방학 때 공부가 많이 도움 된것 같아요. 나중에 쌤 수업 자랑할때 하냐고 학생이 수학 5등급이었는데 방학때 잠깐 듣고 1찍었다고 ㅋㅋㅋ</p>	<p>수학은 매우 잘 본 것 같아요. 모르는 문제가 하나도 없었어요. 한 문제가 위기였는데 1-2분 전에 극적으로 풀이 방법 찾아서 풀었어요.</p>
<p>미국 약학대학</p>	<p>서울대 컴퓨터공학과</p>	<p>오히려 문제를 적게 풀고 개념 위주로 공부해서 더 잘 본것 같아요. 선생님 식으로 생각해서 푼 것도 많고요. 감사합니다.</p>
<p>아이구, 선생님 잘 지내시죠? ○○이는 여전히요^^ 마지막 학기 잘 챙겨야하는데 본인에게 맡겨놓고 걱정만 하고 있습니다. 선형대수 수업도 재밌다 하고요 선행없이 어떻게 따라가는지 모르겠지만, 이번 중간은 건수랑 동점으로 1등이예요. 지난 학기 문과 미적은 독보적으로 올백 1등했고요. 선생님께 기본을 잘 다 녀놓은 덕택같아 감사한 마음입니다.</p>	<p>안녕하세요 선생님 중학교 때 선생님께 수업 들었던 ○○○입니다. 잘 지내고 계신가요? 다름이 아니라 전해도될 소식이 있어서 연락드립니다. 인디애나 주의 노트르담 대학교로 진학하기로 결정했습니다. 제가 가장 가고 싶었던 학교인데 이렇게 가게 되어서 실감이 안 날 정도예요!</p>	<p>서울대 산업공학과</p>
<p>서울대 경제학과</p>	<p>국제학교 와서 특히 IB프로그램에서 수학을 하면서 어려운 문제를 맞닥뜨린 적이 많았는데 그때마다 선생님의 문제 접근법이 큰 도움이 되었습니다! 문제에서 묻는 것을 가장 먼저 파악하고 내가 알고 있는 것은 무엇인지를 생각해보는 접근법 덕에 수학을 잘 헤쳐나갈 수 있었던 거 같아요. 수학을 푸는 데 있어 정말 큰 도움을 주셔서 감사합니다. 서울에 가면 연락드리겠습니다~</p>	<p>선생님, 안녕하세요? ○○가 선생님 수업 방법이 지금까지 공부한 방법 중 가장 좋다고 합니다. 아주 재미있게 수학을 배울 수 있어서 좋고 선생님도 정말 좋으시다고 합니다. 감사합니다.</p>
<p>아! 저 쌤이랑 수학하고나서 수학성적오르고 안내려가네여ㅋㅋㅋ</p>	<p>노트르담 대학교</p>	<p>연세대 경영학과</p>
<p>서강대 사학과</p>	<p>네 시험 2주전에 가서 선생님이 말씀하신 방법 전달해서 그대로 했는데 ~~ 그게 효과가 있었던거 같아요. 시험 끝나면 애들한테 숙제 보내주세요. 방학전 면학시간에 할수 있게요. 지금 자신감 회복으로 하라면 다 할 분위기에요 ㅎㅎ</p>	<p>선생님, 저 ○○○입니다! 오랜만에 연락드립니다~ 😊</p>
<p>선생님 안녕하세요. 저 연대치대 최종합격했습니다. 의대는 발표 기다리고 있구요.</p>	<p>카이스트 전산학부</p>	<p>방금 서울대 치의학과 최종결과 확인했습니다... 합격했습니다!! ππ 그동안 주신 헤아릴 수 없이 많은 도움과 조언에 하나하나 깊이 감사드립니다!!</p>
<p>3년 동안 흔들리지 않는 수학 실력을 완성시켜주셔서 너무 감사합니다.</p>	<p>선생님께 그때 조언받은 내용 잊지않고 개념공부에 시간투자를 많이해서 수학 내신도 등수 많이 올리고 모의고사도 성적 엄청올랐어요. 감사합니다!!</p>	<p>서울대 치과대학</p>
<p>경희대 의과대학</p>	<p>한양대 경제금융학과</p>	<p>○○이 모의고사 등급이 많이 올랐어요. 고전하던 2등급에서 97.29%로 당당히 1등급 찍었어요.</p>
<p>성균관대 경영학과</p>	<p>짧은기간에 이런 결과가 나오다니 놀라울 따름입니다. ○○○이도 이제 수학에 재미도 붙이고 자신감도 생긴것 같아요. 정말 감사드립니다. 수능까지 자~알 부탁드립니다. 😊</p>	

<p>○ ○ 제가 확실히 쌤 수업 듣기 전까지는 의미없이 수학을 했나 봅니다 ㅋㅋㅋ 오후 9:00</p> <p>○ ○ 사실 고1 수학을 엄청 반복했거든요 ㅋㅋㅋㅋ 오후 9:00</p>	<p>○○이 수학세미나 시간에 선생님 수업이 아주 크게 도움 된다고 좋아합니다..감사드려요^^</p>	<p>오늘 ○○○인 수업이 마음에 든다면 "선생님은 완전한 개념을 지향하셔" 라는 말을 했어요. 어렵지만 그 과정이 많은 성취감을 준다고 하네요</p>
<p>고1 1학기 5등급, 공부방법 개선 후, 공부시간 줄이고도 졸업까지 1등급 서울대 컴퓨터공학과</p>	<p>수학의 구조 특강으로 공부법 개선, 내신, 수능, 논술, 면접 한 큐에 해결 서울대 치과대학</p>	<p>서울대 물리학과</p>

제가 옆에서 봤을때
1학년때
시험공부했던
모습(우왕좌왕)과는
확연히 달라졌습니다

그 이유는
수학시험공부에대한
막연했던 부담이 많이
줄어들어서
다른과목 시험공부에도
긍정적영향을
주는듯합니다.

경기외고

너무 감사해요~ 점수 보고 깜놀 했네요.
공부나 시험에 대해서 전혀 얘기하지
않아서, 저도 두렵기도 하고, 해서 묻지
못했거든요. 칭찬 많이할께요.
선생님께도 다시한번 감사드립니다^^

고2 1학기까지 수학 30점에서
고3 6모 92점 1등급
건국대 경영학과

선생님. 안녕하세요 ~~
●●가 이번에 성적이 올라 너무
뿌듯해 하더라고요. 더 열심히
해야겠다는 의지가 굳어진거같아 정말
다행이에요. 감사합니다 ~~

안녕하세요^^ 잘 지내시죠 선생님
덕분에 ●● 수학 잘 보고 연대
언더우드 학부 들어갔어요 정말
감사드립니다 건강하시고 복 많이
받으세요

고1 수학 7등급에서
고2 수학 2등급,
고3 교내 수학 경시 입상
연세대 영어영문학과

짧은기간에 이런 결과가
나오다니 놀라울 따름입니다.
동영이도 이제 수학에 재미도
붙이고 자신감도 생긴것 같아요.
정말 감사드립니다.수능까지
자~알 부탁드립니다😊

선생님 안녕하세요^^
쌤 덕분에 수학 대박나고
성대경영 합격했어요.
시험보는데 가르쳐주시는 쌤 목소리가
들렸다하더라고요. ㅋㅋ
조금 아쉬운점은 있지만 욕심인것
같구요.^.^;;
정말 너무너무 감사드려요.

고2 1학기까지 수학 5등급에서
고2 2학기 2등급, 고3 1등급
수능점수로 고려대 경영 가능,
성균관대 경영학과 수시 납치

부록 : 다음은 수학의 구조와 학습 원리에 대한 간략한 설명입니다. 수학의 구조와 학습 원리에 대해서는 전자책 “서울대 박사가 알려주는 수학의 비밀” 시리즈에서 다루고 있습니다.

① **대상이 분명한 모임을 ‘집합’이라 합니다.** 우리는 어떤 수가 주어지면 자연수인지 아닌지 정확하게 판단할 수 있으므로 “자연수들의 모임”은 집합입니다. 마찬가지로 “정수들의 모임”, “유리수들의 모임”, “실수들의 모임”, “복소수들의 모임”은 모두 집합입니다. 수학에서 ‘정의’ 하는 모든 것은 그 정의를 통하여 대상이 분명해지므로 다항식, 유리식, 무리식, 방정식, 함수들의 모임 뿐 아니라 직선, 삼각형, 사각형, 원 들의 모임 또한 집합이 됩니다. **이를 통해 수학에서 다루는 모든 대상은 ‘집합’임을 알 수 있습니다. 수학에서 다루는 대상은 모두 ‘집합’이기 때문에, 새로운 대상은 기존 대상과 구분되는 성질이 있을 것입니다. 때문에 새로운 대상을 공부할 때 기존의 집합과 비교·대조하여 공부해야 합니다.** 예를 들어, ‘실수’에서 ‘복소수’로 수를 확장하는 과정을 생각해보겠습니다. 이때,

1. 실수의 집합에서 해결되지 않는 수학적 문제가 무엇인지? (복소수로 확장하는 이유)
2. 실수와 복소수의 공통점과 차이점은 무엇인지?
3. 그리고 1에서의 문제가 복소수에서 어떻게 해결되는지?

등에 대하여 공부해야 합니다. **이는 수학에서 하나의 중요한 이야기로서 그 자체로도 의미가 있을 뿐 아니라, 시험에도 자주 출제되기 때문입니다.** (복소수를 열심히 가르치고 나서, 복소수의 성질 중 실수와 똑같은 성질만을 시험에 출제하는 선생님은 없을 것입니다.)

② **참, 거짓이 분명한 식 또는 문장을 ‘명제’라 합니다. (명제는 모두 ‘ $p \rightarrow q$ ’의 꼴)** 만약 이차방정식의 근의 공식이 참인지, 거짓인지 애매하다거나 거짓임이 분명하다면, 이차방정식을 푸는 문제에 근의 공식을 적용할 수 없을 것입니다. 하지만 이차방정식의 근의 공식이 ‘참인 명제’이기 때문에 이차방정식을 풀 때 적용할 수 있는 것입니다.

마찬가지로 피타고라스의 정리, 미적분학의 기본 정리, 등식의 성질, 켈레복소수의 성질, 곱셈 공식, 인수분해 공식, 미분 공식, 다항식의 덧셈에 대한 교환 법칙과 결합 법칙, 지수법칙 또한 ‘명제’입니다. **이처럼 수학에서 다루는 모든 정리, 성질, 공식, 법칙은 명제입니다. 그런데 명제는 ‘참, 거짓’이 분명하므로, ‘왜 참인지, 거짓인지?’를 공부해야 하고, 명제는 모두 ‘ $p \rightarrow q$ ’의 꼴이기 때문에 ‘가정’과 ‘결론’을 모두 알고 있어야 하며, 명제의 역은 참인지, 거짓인지 등을 함께 공부해야 합니다.**

③ 고등학교 수학에서는 5541×331.12 와 같이 복잡한 계산을 찾아보기 힘듭니다. **고등학교 수학에서는 복잡한 것을 그대로 계산하는 것이 아니라, 복잡한 것을 간단하게 계산하는 방법에 관심이 있기 때문입니다. 따라서 복잡한 계산을 간단하게 할 수 있는 방법에 대해서 공부해야 합니다.** 때문에 어떠한 연산을 공부할 때, 연산법칙과 항등원, 역원에 대해서 공부하고, 유리식의 계산에서 ‘부분분수’와 같이 각 단원별 특수한 계산 방법도 공부해두면 복잡한 연산을 쉽게 하는

데 도움이 될 것입니다.⁴⁾

⁴⁾항등원을 포함한 식은 간단히 고칠 수 있고, 그런 항등원을 만들어 주는 것은 역원입니다.