한양대학교
자연계열
수학논술 풀이집 (2022)

이승훈 저

BOONGTOL

붕톨수학연구소

BOONGTOL

매 순간의 본래의 능력에
충실하다 보면
그에 대한 보상은
어디엔가 반드시 존재되는 관점은
항상 존재함을 인지하자

BOONGTOL

목차

2022학년도 수시논술 오전 … p.1

2022학년도 수시논술 오후1 … p.16

2022학년도 수시논술 오후2 … p.29

BOONGTOL

이 책에 관하여

제 목 : 한양대학교 자연계열 수학논술 풀이집 (2022)
발행일 : 2023.06.03
지은이 : 이승훈
이메일 : brian.junior.lee12@gmail.com
홈페이지 : www.boongtol.com

※ 이 책은 저작권법에 의하여 보호를 받는 저작물이므로 무단전제와 복제를 금지합니다.

※ 이 책에 수록된 기출문제에 대한 저작권은 한양대학교에 있습니다. 그 외의 모든 저작권은 붕톨수학연구소에 있으며 무단으로 복제, 복사할 수 없습니다.

한양대학교 2022학년도 논술전형

자 연 계 열 (오전)

성명		지원 학부 · 학과		수험 번호									

유의 사항

1. 90분 안에 답안을 작성하시오.
2. 답안지는 검정색 펜(샤프, 볼펜, 연필)으로 작성하시오.
3. 답안지와 문제지, 연습지를 함께 제출하시오.
4. 다음 경우는 0점 처리됩니다.
   1) 답안지를 검정색 펜(샤프, 볼펜, 연필)으로 작성하지 않은 경우
   2) 자신의 신원을 드러내는 표기나 표현을 한 경우
   3) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

※ 감독의 지시가 있을 때까지 다음 장으로 넘기지 마시오.

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

공간에서 두 평면 α와 β의 교선을 l이라 하고, 두 평면이 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$라고 하자.

1. 평면 α 위에 삼각형 ABC가 있다. $\overline{AB}=\overline{AC}=1$이고 각 A는 직각이며 선분 BC는 직선 l과 평행할 때, 선분 AB의 평면 β 위로의 정사영의 길이를 구하시오.

2. 평면 α 위에 점 P와 Q가 있다. $\overline{PQ}=1$이고 직선 PQ가 직선 l과 이루는 각의 크기를 t라고 할 때, 선분 PQ의 평면 β 위로의 정사영의 길이를 구하시오.

3. 평면 α 위에 한 변의 길이가 1인 정삼각형 RST가 있고 이 삼각형의 평면 β 위로의 정사영을 삼각형 R′S′T′이라고 하자. $\cos\theta=\frac{3}{\pi}$일 때, $\overline{R'S'}^2+\overline{S'T'}^2+\overline{T'R'}^2$의 값을 구하시오.

[문제 2] 다음 물음에 답하시오. (50점)

1. 주머니에 숫자 1, 2, 3이 각각 적힌 카드 3장이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내어 숫자를 확인한 후 다시 주머니에 넣는 시행을 54회 반복할 때, 꺼낸 카드에 적힌 수의 평균을 $\overline{X}$라 하자. 이때 표본평균 $\overline{X}$는 근사적으로 정규분포를 따른다.
   $-2\overline{X}$의 평균과 분산을 구하고, $\mathrm{P}\left(-2\overline{X} \geq -\frac{11}{3}\right)$의 값을 구하시오.
   (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 0.5) = 0.1915$, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.4332$, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$로 계산한다.)

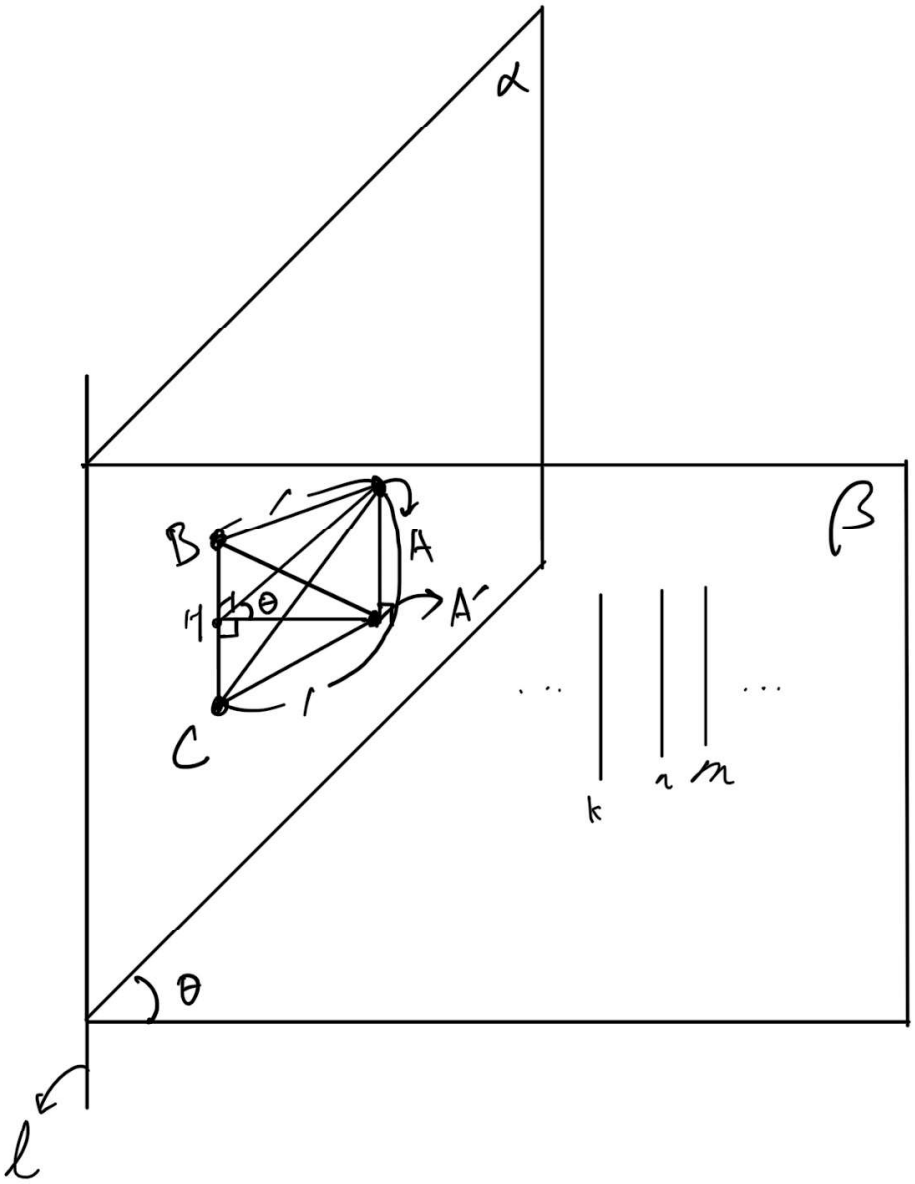
2. 함수 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$를 이용하여 $a^b = b^a$을 만족시키는 서로 다른 양의 정수 a, b의 순서쌍 (a, b)를 모두 구하시오.

3. $n \geq 3$인 자연수 n에 대하여 둘레의 길이가 1인 정 n각형의 넓이를 $f(n)$이라 하자.
   $f(12)$의 값을 구하고, $\lim_{n \to \infty} f(n)$의 값을 구하시오.

BOONGTOL

#1 – 1#

문제 상황을 그려보면 다음과 같고 , 삼수선의 정리에 의해 A'이 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발은 H 이다.



BOONGTOL

공간상의 서로 다른 세 직선 a , b , c 에 대하여 $a \parallel b$, $b \parallel c$

이면 $a \parallel c$ 이다. $\cdots(\alpha)$ (증명은 생략한다.)

평면 β 위의 l 과 평행한 한 직선 m을 생각하자. $\overleftrightarrow{BC}$ 는 m 과 평행하다.

((α) 에의해)

평면 β 위의 l 과 평행한 무수히 많은 직선들에 대해 생각하면 그

직선들은 모두 $\overleftrightarrow{BC}$ 와 평행하다. 따라서 β와 $\overleftrightarrow{BC}$는 서로 평행하다.

β를 위로 평행하게 올리다보면 $\overline{BC}$ 를 포함하는 순간이 존재한다.

이때의 평면을 β' 이라고 하자. 이제 β' 위의 $\triangle A'BC$ 에 대해 생각할 수

있다. 이때 $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$ 이므로 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ABH$ 에서 피타고라스

정리에 의해 $\overline{AH} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 이다.

점 A 와 점 A'를 통해 이면각 θ 에 대해 생각하면,

정사영의 공식에 의해 $\overline{A'H} = \frac{1}{\sqrt{2}}cos\theta$ 이다. $\therefore \triangle A'BH$ 에서

피타고라스 정리를 사용해 $\overline{A'B}$ 을 구하면 $\overline{A'B} = \sqrt{\frac{1}{2}\cos^2\theta + \frac{1}{2}}$

이다.