KIMJISUK

- 서울대학교 수학교육과 졸업 (영문학 부전공)
- 초등학교 수학 30점을 넘어본 적이 없는 수포자
- 꾸준한 성적 향상으로 서울대 수학교육과 졸업, EBS-i 강사

- 현) EBS-i 강사
- 현) 오르비 강사
- 전) 공신닷컴(gongsin.com) 대표멘토
- 전) 미국 Lehi High School 교사인턴

『대박타점 공부법』 저자

- MBC 〈오늘의 아침〉 출연
- 여성중앙 〈공신 멘토링〉 멘토
- 동아일보 〈신나는 공부〉 코너 인터뷰
- 조인스TV 〈열려라 공부〉 출연
- 메가TV 〈수능공부법〉 수리영역 공부법 강의
- 한겨레 신문 보도
- 중앙일보 〈공부 개조 프로젝트〉 자문 멘토
- tvN 〈80일만에 서울대 가기〉 출연
- KBS 〈세상의 아침〉 출연
- KBS 〈생방송 오늘〉 출연
- 신동아 〈‘1등 코드’를 찾아서〉 출연
- MBC 〈경제 매거진〉 출연
- KBS 〈취재파일4321〉 출연
- MBC 〈베란다쇼〉 출연

수능의 Major Trend와 Minor Trend를 알면
올해 수능이 보입니다.

기출문제 1만 문제 중
수능 1868문제를 선별하여
Big-Data Analysis

x

수능문제와 6월 9월 평가원을
한 권으로 깊고 자세하게
서울대학교 수학교육과의 풀컬러 손풀이와 함께하세요.

수능을 한 권에 담았습니다.

수능한권

수능한권 수학Ⅱ Contents

수능을 한 권에 담다.
Big Data Report와 Analysis, 대표문제분석, Prism 해설지, 수능수학과 평가원 모든 문항을 한 권에

수능한권은 대표문제분석이 있는 파트와 워크북 파트가 있어요.
워크북에는 수능 수학Ⅱ 수능+평가원 기출문제 중 현 15개정 시험범위에 맞춘 모든 수능문제가 있답니다.
수능을 정복하는 나만의 맞춤전략을 세워보세요.

수능한권 수학 Ⅱ Preview

수능한권 Big Data Analysis

수능한권 대표문항분석

수능한권 수학 II WorkBook 1. 함수의 극한

수능한권 수학 II WorkBook 2. 미분법

수능한권 수학 II WorkBook 3. 적분법

수능한권

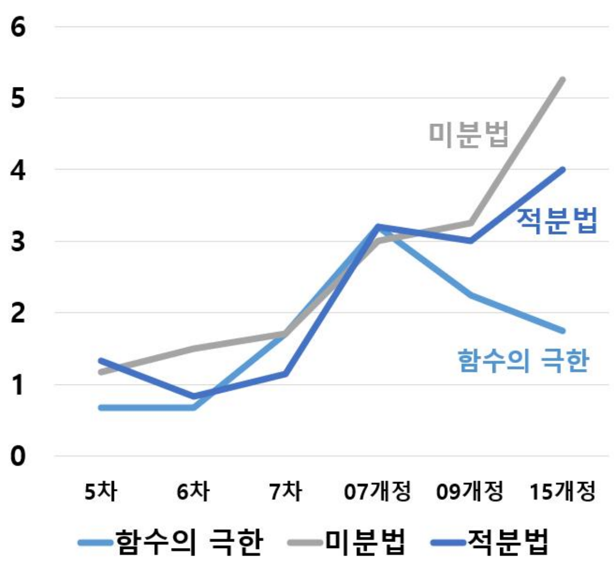
수학 II

1. 함수의 극한
2. 미분법
3. 적분법

Big Data Report

교육과정 별 수능

수II 단원별 출제 문항수 평균



■ 올해 수능은 15개정 교육과정 수능으로 선택과목 수능이 된지 5년차다. 흔히들 이전 수능에서 선택과목 수능 수학 체제가 없었다고 생각할 수 있지만, 이전 교육과정에도 수능 수학 선택과목 체제가 있었다.
결국 돌고 도는 유행, 수능에도 있다.

■ 교육과정별 추구하는 지향점이 조금씩 다르다.
따라서 기출문제를 무작정 푼다면 교육과정 별로 추구하는 지향점이 무시된 채로 문제를 풀기 때문에 동일시간 대비 효과는 반감될 수 있다. 15개정 교육과정에 최적화 작업을 거쳐내었고 30년 수능 Big Data Analysis를 탑재한 수능한권으로 기출문제 푸는 우리랑은 다른 얘기다.

■ 오래된 문제에도 얻어갈 Insight는 분명히 있다.
고난도 문제조차도 이전에 출제된 고난도 문제와 사고방식이 겹치는 부분들이 여러 번 있었다.
올해 수능에서도 얼마든지 발생할 수 있는 일이고, 이런 기회를 놓치지 않도록 철저히 학습을 하자.

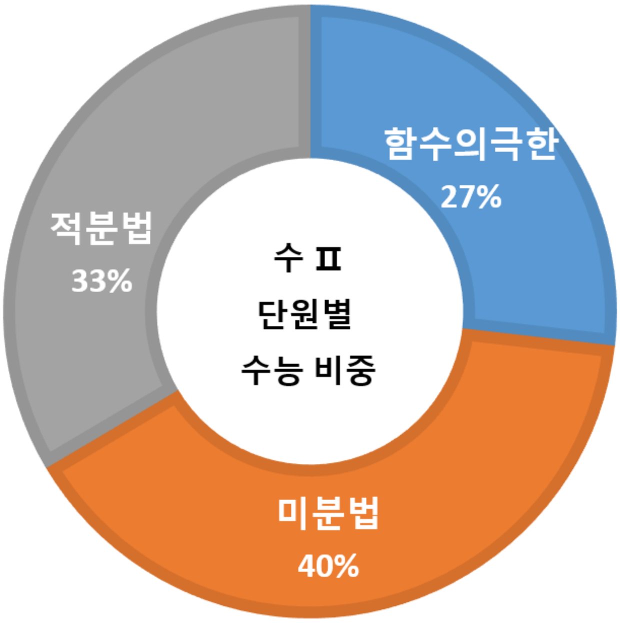
■ 작년에 함수의 극한 문항을 1문항(4번)으로 분류하였는데 관점에 따라 14번 문항도 함수의 극한 단원으로 분류할 수 있다. 이처럼 함수의 극한 단원은 다른 단원과 결합하여 고난도 문항이 나오기도, 독자적으로도 고난도 문항이 나오기 때문에 꼼꼼하게 깊이 개념을 알아두는 것이 반드시 필요하다.

■ 바로 직전 교육과정인 09개정 때보다 미분법과 적분법 단원이 크게 중요해진 것을 알 수 있다. 평균 출제 문항 수가 늘어났고 그래프에 관한 문항들이 많이 나오므로 그래프에 관한 충분한 실전개념학습이 필요하다. (평균 3 문제 출제 → 평균 4-5 문제 출제) 이 책에 뒷부분에 고난도 그래프 기출문제만 모아서 체계적으로 그래프를 공부할 수 있게 프로그래밍 하였다.

■ 전통적으로 미분과 적분 단원에서는 그 해 수능의 최고난도 문제가 출제가 되어왔다. 작년에도 어김없이 22번 문제는 미분에서 출제됐다.

Major Trend

수II 수능 단원별 수능 중요도



■ 미분법은 15개정 수능 수학에서 매년 5 문제 출제되었고, 작년 수능에서는 함수의 극한+미분법 결합으로 6문항 출제되었다.

■ 적분법은 15개정 수능 수학에서 매년 4 문제가 출제 됐다. 작년 수능에서도 어김없이 4문항이 출제되었고 어렵지 않게 출제 되었다. 적분법은 내용이 어려운 것에 비해 문제가 어렵지 않게 줄곧 출제 되는데 주로 3-4년을 주기로 어려운 적분 고난도 그래프 문항이 출제된 이력이 있다. 올해가 바로 그 4년차다.

■ 미분적분에서는 그래프 활용이 무엇보다도 중요하고 적분에서는 식 계산/변형 능력 역시 중요하다. 고난도 문항을 풀기 위해서는 반드시 그래프 능력을 기를 필요가 있고, 이 능력을 기르기 위해서는 반드시 그래프 문항들을 모아서 체계적으로 공부하는 것이 필요하다. 따라서 본 수능한권 책에서 체계적으로 모아서 연습할 수 있도록 준비해뒀다.

■ 작년 수능 출제 문항 분류

단원	문항 수	2점	3점	4점
함수 극한	1문제		4번	
미분	6문제	2	7,17번	14,20 22번
적분	4문제		5,8번	10,12번

올해 수능 수II 학습 방향 조언

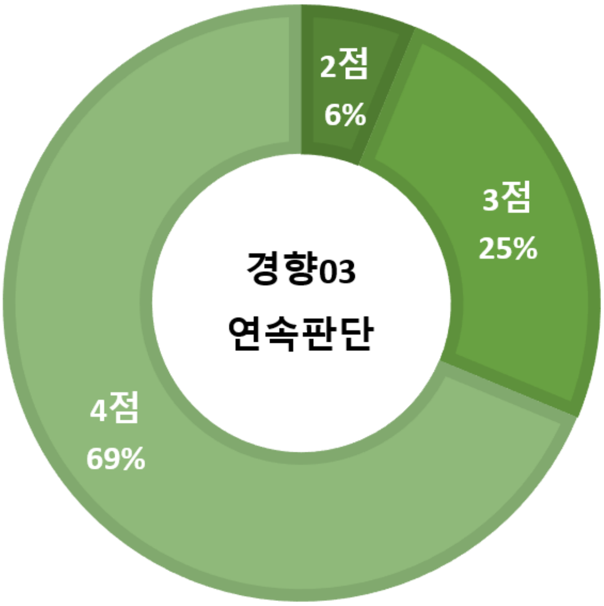
함수의 극한은 연속성에 대한 이해

미분법은 그래프 활용

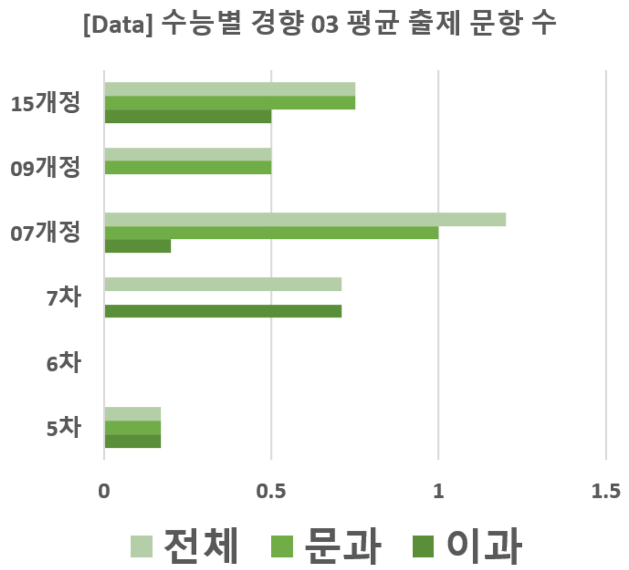
적분법도 그래프 활용 능력과 식에 대한 그래프적인 해석 중요

경향 03 Minor Trend

경향03 수능 출제 난이도



경향03 수능별 데이터 (1)



COMMENT

함수의 극한 단원에서 4점 문제가 가장 많이 출제된 경향이야. 이 경향에서는 공통된 문제 풀이 패턴이 반복되기 때문에 접근법을 정확히 익혀두면 남들이 5분씩 걸려서 풀 문제를 5초 만에 해결하는 것도 가능하니까 꼼꼼히 복습하도록 하자. 15개정 평가원은 이 경향을 지금껏 총 5문항 출제했는데 그 중 3문제는 고난도 문항으로 출제했으니 어렵더라도 꼭 내 것으로 만들어 두자.

경향03 수능 출제 전망

■■■■□

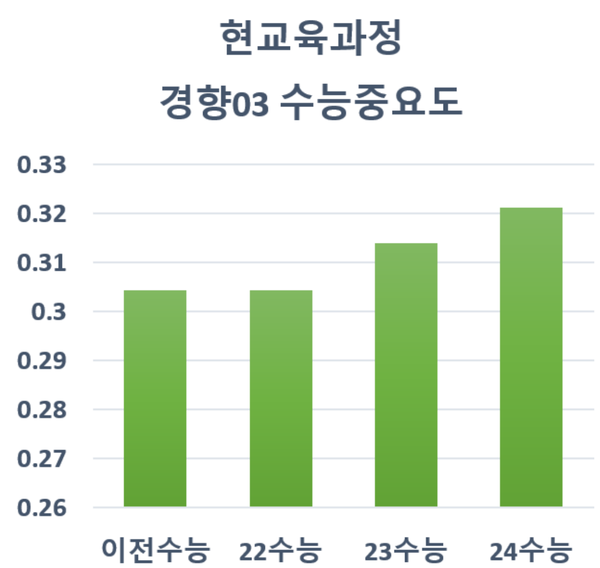
함수의 극한 단원에

대표 고난도 문항 출제파트

경향03 함수의 극한 단원 내 출제 비율

32.69%

경향03 수능별 데이터 (2)



경향03 대표문제분석 008

8. [2024년 수능 (공통) 4번]
함수

$$f(x)=\begin{cases}3x-a & (x<2)\\ x^2+a & (x\geq 2)\end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

Analysis

함수의 연속 개념을 묻는 가장 기본적인 형태의 문제.
기계적으로 문제 푸는 방법은 다들 알지만, 정작 왜 그렇게 풀어야 하는지 모르는 친구들이 많다.

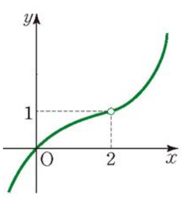
■ $f(x)$가 $x=a$에서 연속

①$f(a)$가 존재

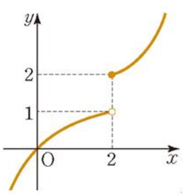
②$\lim_{x\to a} f(x)$가 존재 ($\lim_{x\to a+} f(x)=\lim_{x\to a-} f(x)$)

③$\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$

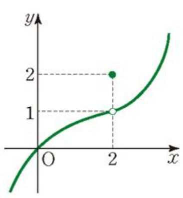
①



②



③



경향 03 Minor Trend

경향03 대표문제분석 022

1등급

22. [2023년 수능 (공통) 14번]
다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x)=\begin{cases} x & (x<-1 \text{ 또는 } x>1) \\ f(x) & (-1\le x\le 1) \end{cases}$$

함수 $h(x)=\lim\limits_{t\to 0+} g(x+t)\times \lim\limits_{t\to 2+} g(x+t)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ. $h(1)=3$
ㄴ. 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $g(x)$가 닫힌구간 $[-1,\ 1]$에서 감소하고 $g(-1)=-2$이면 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 최솟값을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

Analysis

극한의 정의와 최대최소 정리의 개념에 대해 심도 깊게 이해해야만 풀 수 있는 문제다. 당시 수능에서 개념에 대한 본질적인 연구를 외면한 채 양치기 문제 풀이에만 매몰됐던 학생들이 크게 당황한 문제다.

■ 극한의 개념

수렴: 어떠한 변수가 어떤 일정한 수에 한없이 가까워지는 일
극한(값): 그 일정한 수. (변수의 값이 아님)

■ 함수의 수렴

함수 $f(x)$에서 x가 a가 아닌 값을 가지면서
a에 한없이 가까워 질 때,
$f(x)$의 값이 일정한 값 α에 한없이 가까워지면,
$f(x)$는 α에 수렴한다고 한다.
α를 $x=a$에서 $f(x)$의 극한값 또는 극한이라고 한다.

$$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$$

■ $x \to a$ 는 x의 값이 a에 한 없이 가까워짐을 뜻하므로 $x \neq a$이다.

■ 최대·최소의 정리

함수 $f(x)$가 단힌구간 $[a,\ b]$에서 연속이면,
$f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 가진다.

경향 03 Minor Trend

경향03 대표문제분석 022

1등급

22. [2023년 수능 (공통) 14번]
다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x)=\begin{cases} x & (x<-1 \text{ 또는 } x>1) \\ f(x) & (-1\le x\le 1) \end{cases}$$

함수 $h(x)=\lim_{t\to 0+} g(x+t)\times \lim_{t\to 2+} g(x+t)$에 대하여

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ. $h(1)=3$
ㄴ. 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $g(x)$가 닫힌구간 $[-1,\ 1]$에서 감소하고 $g(-1)=-2$이면 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 최솟값을 갖는다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄴ, ㄷ

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$h(x)=\lim_{t\to 0+} g(x+t)\times \lim_{t\to 2+} g(x+t)$$
$$=\lim_{z\to x+} g(z)\times \lim_{z\to x+2+} g(z)$$

i) $x<-1$ → $x+<-1$

$$\lim_{z\to x+} g(z)=\lim_{z\to x+} z=x$$

ii) $-1\le x<1$ → $-1<x+<1$

$$\lim_{z\to x+} g(z)=\lim_{z\to x+} f(z)=f(x)$$

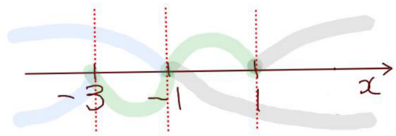
iii) $x\ge 1$ → $x+>1$

$$\lim_{z\to x+} g(z)=\lim_{z\to x+} z=x$$

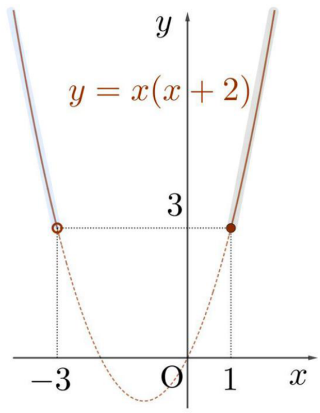
$$\lim_{z\to x+} g(z)=\begin{cases} x & (x<-1) \\ f(x) & (-1\le x<1) \\ x & (x\ge 1) \end{cases}$$

$$\lim_{z\to x+2+} g(z)=\begin{cases} x+2 & (x+2<-1) \Leftrightarrow (x<-3) \\ f(x+2) & (-1\le x+2<1) \Leftrightarrow (-3\le x<-1) \\ x+2 & (x+2\ge 1) \Leftrightarrow (x\ge -1) \end{cases}$$

※ 범위



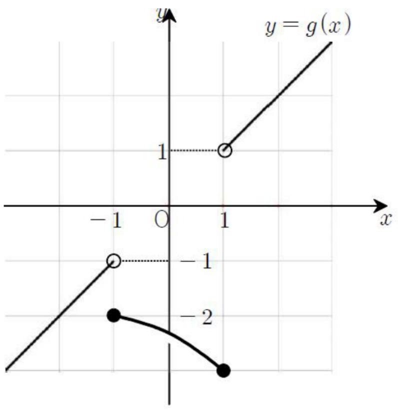
$$h(x)=\lim_{z\to x+} g(z)\times \lim_{z\to x+2+} g(z)$$
$$=\begin{cases} x\times(x+2) & (x<-3) \\ x\times f(x+2) & (-3\le x<-1) \\ f(x)\times(x+2) & (-1\le x<1) \\ x\times(x+2) & (x\ge 1) \end{cases}$$



ㄱ. (참)
$h(1)=1\times 3=3$

ㄴ. (거짓)
$h(-3)\ne 3$이면 함수 $h(x)$는 $x=-3$에서 불연속이다.
∴ 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에 서 연속이라 할 수 없다.
[반례] $f(x)=0$

ㄷ. (거짓)



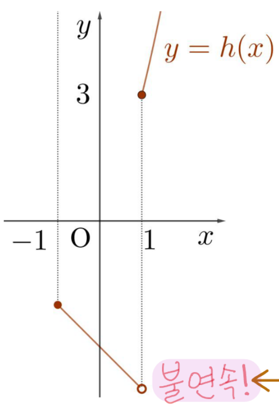
각 구간별로 $h(x)$의 부호를 따져보면

$$h(x)=\begin{cases} x\times(x+2)>0 & (x<-3) \\ x\times f(x+2)>0 & (-3\le x<-1) \\ f(x)\times(x+2)<0 & (-1\le x<1) \\ x\times(x+2)>0 & (x\ge 1)\end{cases}$$

$-1\le x<1$에서만 $h(x)<0$이므로
최솟값이 있다면 $-1\le x<1$ 부분만 파악하면 된다.
최솟값이 있다면 극솟값이므로 미분을 해보자.

$h(x)=f(x)\times(x+2)$
$h'(x)=f'(x)\times(x+2)+f(x)<0$
⊖ ⊕ ⊖

$-1<x<1$에서 함수 $h(x)$는 감소하고
$h(1)=3$이므로 $h(x)$는 최솟값을 갖지 않는다.



Analysis

극한의 정의와 최대최소 정리의 개념에 대해 심도 깊게 이해해야만 풀 수 있는 문제다. 당시 수능에서 개념에 대한 본질적인 연구를 외면한 채 양치기 문제 풀이에만 매몰됐던 학생들이 크게 당황한 문제다.

■ 극한의 개념

수렴: 어떠한 변수가 어떤 일정한 수에 한없이 가까워지는 일
극한(값): 그 일정한 수. (변수의 값이 아님)

■ 함수의 수렴

함수 $f(x)$에서 x가 a가 아닌 값을 가지면서
a에 한없이 가까워 질 때,
$f(x)$의 값이 일정한 값 α에 한없이 가까워지면,
$f(x)$는 α에 수렴한다고 한다.
α를 $x=a$에서 $f(x)$의 극한값 또는 극한이라고 한다.

$$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$$

■ $x\to a$는 x의 값이 a에 한 없이 가까워짐을 뜻하므로 $x\neq a$이다.

■ 최대·최소의 정리

함수 $f(x)$가 단힌구간 $[a,\ b]$에서 연속이면,
$f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 가진다.

고난도 접근법 대표문제분석 070

1등급

70. [2024년 수능 (공통) 22번]
최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> 함수 $f(x)$에 대하여
> $$f(k-1)f(k+1)<0$$
> 을 만족시키는 정수 k는 존재하지 않는다.

$f'\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{4}$, $f'\left(\frac{1}{4}\right)<0$일 때, $f(8)$의 값을 구하시오.
[4점]

고난도 접근법 [수II 미분법 | 적분법]

고난도 접근법 대표문제분석 070

1등급

70. [2024년 수능 (공통) 22번]
최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

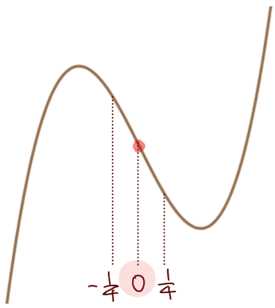
> 함수 $f(x)$에 대하여
> $$f(k-1)f(k+1)<0$$
> 을 만족시키는 정수 k는 존재하지 않는다.

$f'\left(-\dfrac{1}{4}\right)=-\dfrac{1}{4}$, $f'\left(\dfrac{1}{4}\right)<0$일 때, $f(8)$의 값을 구하시오. [4점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

483

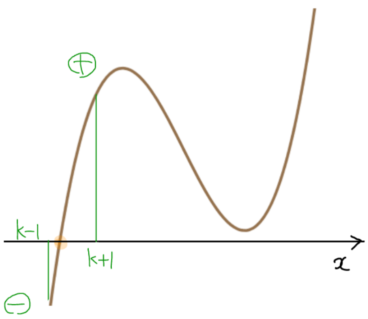
함수 $f(x)$는 최고차항의 계수가 양수이고
$f'\left(\dfrac{1}{4}\right)<0$, $f'\left(\dfrac{1}{4}\right)<0$이므로 그래프의 개형은 아래와 같다.



이때 $f'(0)<0$이라는 것을 주목하자.

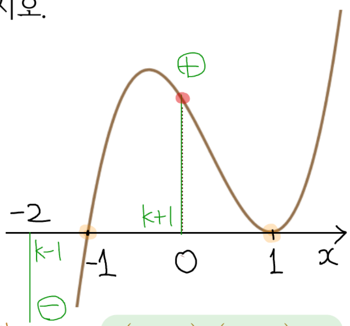
$f(k-1)$과 $f(k+1)$의 부호 다르면
$f(k-1)f(k+1)<0$이다.
→ 삼차함수는 부호변화가 반드시 존재한다.
그럼에도 $f(k-1)f(k+1)<0$인 정수 k가 존재하지 않으려면 부호가 변화하는 부근에서
$f(k-1)=0$ 또는 $f(k+1)=0$이면 된다.
→ 즉 $f(x)=0$의 근이 정수인 그래프 위주로 관찰할 생각을 할 수 있어야 한다!

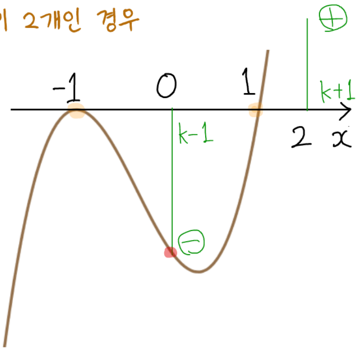
i) $f(x)=0$의 서로 다른 근이 1개인 경우



∴ $f(k-1)f(k+1)<0$인 정수 k 존재 (모순)

ii) $f(x)=0$의 서로 다른 근이 2개인 경우

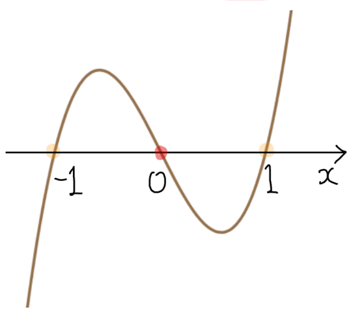




∴ $f(k-1)f(k+1)<0$인 경우 존재 (모순)

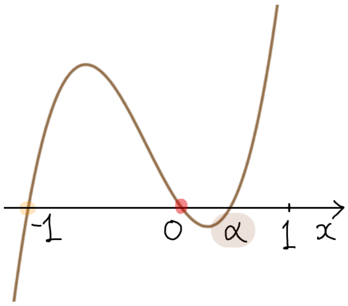
iii) $f(x)=0$의 서로 다른 근이 3개인 경우
$f(x)$의 그래프가 감소하는 부분이 x축과 만나게 되는데
감소하는 구간에 정수 $x=0$이 포함되어 있으므로
0과 가장 가까운 정수인 -1, 1에서
$f(x)=0$이 되는 것을 기준으로 케이스를 나눠보자.

iii-1) $f(-1)=f(0)=f(1)=0$인 경우



모든 정수 k에 대하여
$f(k-1)f(k+1)\geq 0$이 성립하지만
$f(x)=(x+1)x(x-1)=x^3-x$
$f'(x)=3x^2-1$
$f'\left(-\dfrac{1}{4}\right)=-\dfrac{13}{16}\neq-\dfrac{1}{4}$ (모순)

iii−2) $f(1)\neq 0$, $f(-1)=f(0)=0$인 경우
나머지 한 근을 α라고 하자.
모든 정수 k에 대하여
$f(k-1)f(k+1)\geq 0$이 성립하려면 $0<\alpha<1$이다.



$f(x)=(x+1)x(x-\alpha)=(x^2+x)(x-\alpha)$

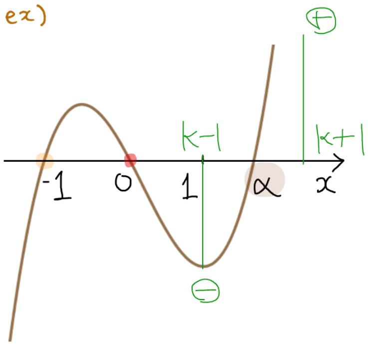
$f'(x)=(2x+1)(x-\alpha)+(x^2+x)$

$f'\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{5}{16}+\frac{1}{2}\alpha=-\frac{1}{4}$

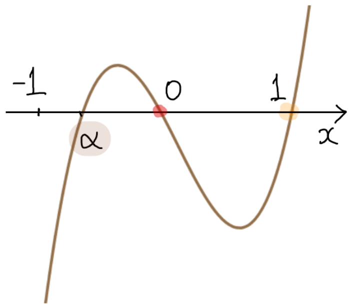
$\therefore\ \alpha=\frac{1}{8}$

$\therefore\ 0<f'\left(\frac{1}{8}\right)<f'\left(\frac{1}{4}\right)$인데 $f'\left(\frac{1}{4}\right)<0$에 모순

※ $\alpha>1$이면
$f(k-1)f(k+1)<0$인 정수 k 존재 (모순)
ex)



iii−3) $f(-1)\neq 0$, $f(0)=f(1)=0$인 경우
나머지 한 근을 α라고 하자.
모든 정수 k에 대하여
$f(k-1)f(k+1)\geq 0$이 성립하려면 $-1<\alpha<0$이다.



$f(x)=(x-\alpha)x(x-1)=(x^2-x)(x-\alpha)$

$f'(x)=(2x-1)(x-\alpha)+(x^2-x)$

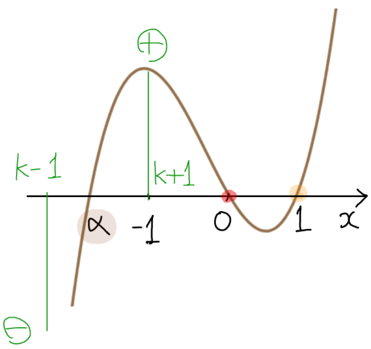
$f'\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{11}{16}+\frac{3}{2}\alpha=-\frac{1}{4}$

$\therefore\ \alpha=-\frac{5}{8}$

$\therefore\ f(x)=\left(x+\frac{5}{8}\right)x(x-1)$

$\therefore\ f(8)=483$

※ $\alpha<-1$이면
$f(k-1)f(k+1)<0$인 정수 k 존재 (모순)
ex)



고난도 접근법 대표문제분석 069

1등급

69. [2023년 수능 (공통) 22번]
최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수 x에 대하여
$f(x)=f(1)+(x-1)f'(g(x))$이다

(나) 함수 $g(x)$의 최솟값은 $\frac{5}{2}$이다.

(다) $f(0)=-3$, $f(g(1))=6$

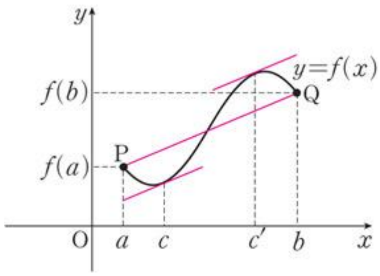
Analysis

평균값의 정리

함수 $f(x)$가 폐구간 $[a, b]$에서 연속이고
개구간 (a, b)에서 미분가능하면

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)\ (\text{단, } a<c<b)$$

인 c가 개구간 (a, b) 안에 적어도 하나 존재한다.



고난도 접근법 [수II 미분법 | 적분법]

고난도 접근법 대표문제분석 069

1등급

69. [2023년 수능 (공통) 22번]
최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수 x에 대하여
$f(x)=f(1)+(x-1)f'(g(x))$이다

(나) 함수 $g(x)$의 최솟값은 $\dfrac{5}{2}$이다.

(다) $f(0)=-3$, $f(g(1))=6$

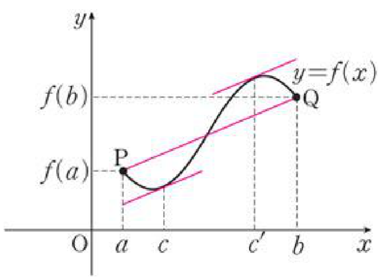
Analysis

평균값의 정리

함수 $f(x)$가 폐구간 $[a,\ b]$에서 연속이고
개구간 $(a,\ b)$에서 미분가능하면

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)\ (\text{단, } a<c<b)$$

인 c가 개구간 $(a,\ b)$ 안에 적어도 하나 존재한다.



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

13

(Step1) $g(x)$의 의미 파악하기

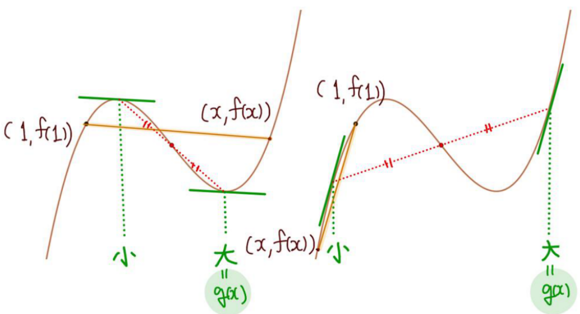
$x\neq 1$일 때,

$f(x)=f(1)+(x-1)f'(g(x))$

$\Leftrightarrow \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(g(x))$

$\therefore$ $g(x)$는 평균값의 정리를 만족하는 값이다.

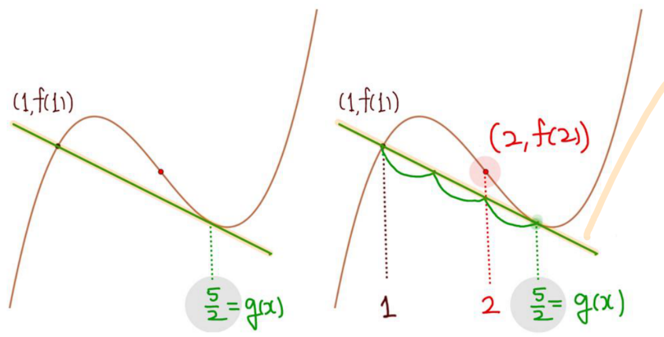
즉, $g(x)$는 평균변화율과 같은 접선의 기울기를 갖는 점의 x좌표다.



삼차함수의 대칭성에 의하여
서로 대칭 관계인 두 점에서의 접선의 기울기는 같다.

$g(x)$의 최솟값이 존재하므로 ($\because$ 조건 (나))
$g(x)$는 평균값의 정리를 만족하는 두 x값 중 큰 값이다.
大

(step2) $g(x)$의 최솟값 활용하기



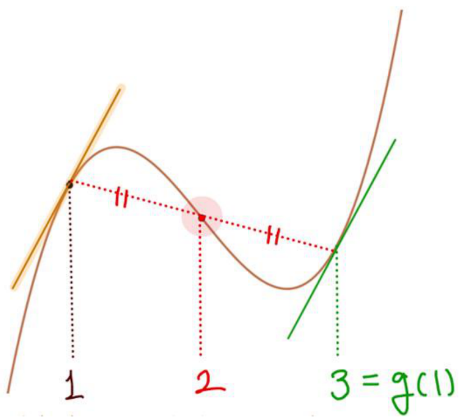
$g(x)$가 최소일 때는

점 $(1,\ f(1))$에서 그은 직선이 $y=f(x)$의 그래프에 접할 때이다.

$\therefore$ 점 $(1,\ f(1))$에서 $y=f(x)$에 접선을 그으면 $x=\dfrac{5}{2}$에서 접한다.

$\therefore$ $2:1$ 비례관계에 의해 삼차함수의 대칭점은 $(2,\ f(2))$이다.

(step3) 대칭점 활용하기



$f'(x)$와 $g(x)$가 연속이므로

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1}f'(g(x))$$

$f'(1)=f'(g(1))$

$f(x)$의 그래프는 $(2,\ f(2))$에서 대칭이므로

$f'(1)=f'(3)$

$\therefore\ g(1)=3$

(step4) 계산하기

점 $(1,\ f(1))$에서 그은 접선을 $y=ax+b$라고 하면

$$f(x)-(ax+b)=(x-1)\left(x-\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow\ f(x)=(x-1)\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+(ax+b)$$

$f(0)=-3$

$$\Leftrightarrow\ -1\left(\frac{5}{2}\right)^2+b=-3$$

$$\therefore\ b=\frac{13}{4}$$

$f(g(1))=6\ \Leftrightarrow\ f(3)=6$

$$\Leftrightarrow\ 2\left(\frac{1}{2}\right)^2+3a+b=6$$

$$\therefore\ a=\frac{3}{4}$$

$$\therefore\ f(4)=3\left(\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\times4+\frac{13}{4}=13$$

수능한권

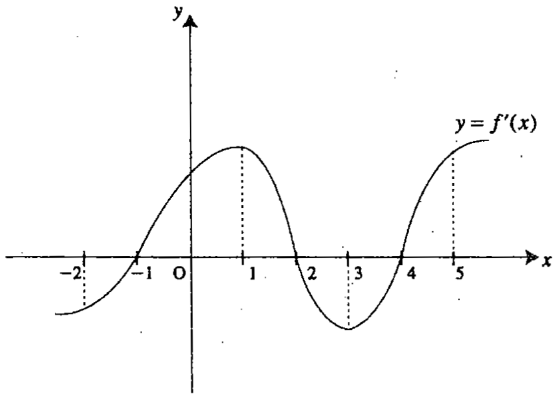
WorkBook

수학 II
250문항

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

116. [1998년 수능 (인문) 10번]

함수 $y=f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 아래 그림과 같다. 다음 중 옳은 것은? [3점]



① $f(x)$는 구간 $(-2,\ 1)$에서 증가한다.
② $f(x)$는 구간 $(1,\ 3)$에서 감소한다.
③ $f(x)$는 구간 $(4,\ 5)$에서 증가한다.
④ $f(x)$는 $x=2$에서 극소이다.
⑤ $f(x)$는 $x=3$에서 극소이다.

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

117. [1998년 수능 (인문) 9번]

포물선 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 점 $(2,\ -1)$에서의 접선과 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

수능 4점

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 OΔX					

118. [2024년 수능 (공통) 20번]

$a > \sqrt{2}$인 실수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x) = -x^3 + ax^2 + 2x$$

라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $\mathrm{O}(0, 0)$에서의 접선이 곡선 $y = f(x)$와 만나는 점 중 O가 아닌 점을 A라 하고, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 A에서의 접선이 x축과 만나는 점을 B라 하자. 점 A가 선분 OB를 지름으로 하는 원 위의 점일 때, $\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{AB}}$의 값을 구하시오. [4점]

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 OΔX					

119. [2023년 9월 (공통) 10번]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(-2, f(-2))$에서의 접선과 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(2, 3)$에서의 접선이 점 $(1, 3)$에서 만날 때, $f(0)$의 값은? [4점]

① 31 ② 33 ③ 35
④ 37 ⑤ 39

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

1등급

120. [2023년 9월 (공통) 13번]

두 실수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} -\dfrac{1}{3}x^3-ax^2-bx & (x<0) \\ \dfrac{1}{3}x^3+ax^2-bx & (x\geq 0) \end{cases}$$

이 구간 $(-\infty,\ -1]$에서 감소하고 구간 $[-1,\ \infty)$에서 증가할 때, $a+b$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M-m$의 값은? [4점]

① $\dfrac{3}{2}+3\sqrt{2}$ ② $3+3\sqrt{2}$ ③ $\dfrac{9}{2}+3\sqrt{2}$

④ $6+3\sqrt{2}$ ⑤ $\dfrac{15}{2}+3\sqrt{2}$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

121. [2022년 수능 (공통) 10번]

삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ 0)$에서의 접선과 곡선 $y=xf(x)$ 위의 점 $(1,\ 2)$에서의 접선이 일치할 때, $f'(2)$의 값은? [4점]

① -18 ② -17 ③ -16 ④ -15 ⑤ -14

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

122. [2022년 6월 (공통) 9번]

두 함수

$$f(x)=x^3-x+6,\ g(x)=x^2+a$$

가 있다. $x\ge 0$인 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$f(x)\ge g(x)$$

가 성립할 때, 실수 a의 최댓값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

1등급

123. [2022년 9월 (공통) 14번]

최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0,\ f(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(t)$를

$$g(t)=\int_t^{t+1} f(x)dx-\int_0^1 |f(x)|dx$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g(0)=0$이면 $g(-1)<0$이다.

ㄴ. $g(-1)>0$이면 $f(k)=0$을 만족시키는 $k<-1$인 실수 k가 존재한다.

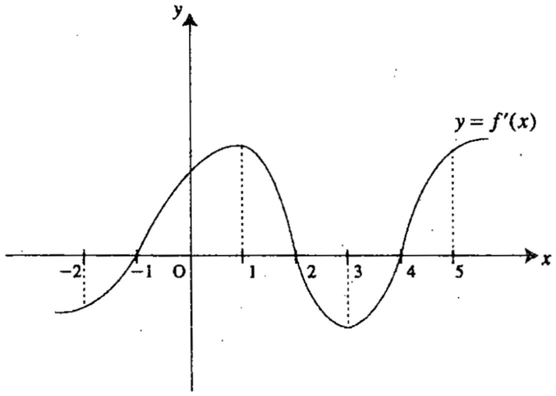
ㄷ. $g(-1)>1$이면 $g(0)<-1$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

116. [1998년 수능 (인문) 10번]

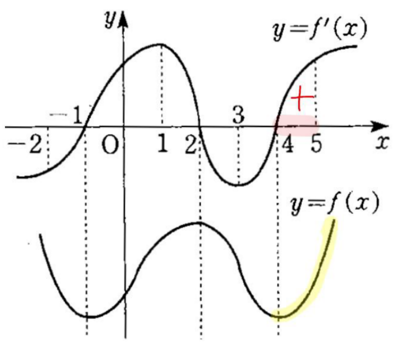
함수 $y=f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 아래 그림과 같다. 다음 중 옳은 것은? [3점]



① $f(x)$는 구간 $(-2,\ 1)$에서 증가한다.
② $f(x)$는 구간 $(1,\ 3)$에서 감소한다.
③ $f(x)$는 구간 $(4,\ 5)$에서 증가한다.
④ $f(x)$는 $x=2$에서 극소이다.
⑤ $f(x)$는 $x=3$에서 극소이다.

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$4<x<5$에서 $f'(x)>0$이므로
$4<x<5$에서 $f(x)$는 증가한다.
$y=f(x)$의 그래프의 개형은 다음과 같다.



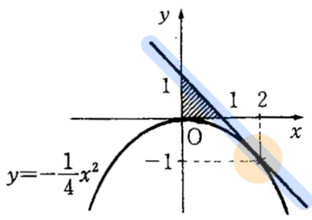
복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

117. [1998년 수능 (인문) 9번]

포물선 $y=-\dfrac{1}{4}x^2$의 점 $(2,\ -1)$에서의 접선과 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는? [3점]

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{1}{4}$ ③ $\dfrac{3}{4}$ ④ $\dfrac{3}{2}$ ⑤ $\dfrac{5}{4}$

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설



$y=-\dfrac{1}{4}x^2$

$y'=-\dfrac{1}{2}x$

점 $(2,\ -1)$에서의 접선의 기울기는 -1

$\therefore$ 접선의 방정식은

$y+1=-1(x-2)$

$\therefore\ y=-x+1$

$\therefore$ x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$S=\dfrac{1}{2}\times1\times1=\dfrac{1}{2}$

수능 4점

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

118. [2024년 수능 (공통) 20번]

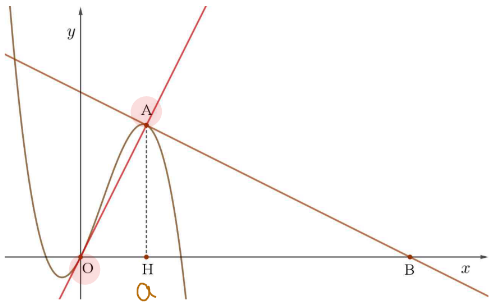
$a > \sqrt{2}$인 실수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x) = -x^3 + ax^2 + 2x$$

라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $\mathrm{O}(0, 0)$에서의 접선이 곡선 $y = f(x)$와 만나는 점 중 O가 아닌 점을 A라 하고, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 A에서의 접선이 x축과 만나는 점을 B라 하자. 점 A가 선분 OB를 지름으로 하는 원 위의 점일 때, $\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{AB}}$의 값을 구하시오. [4점]

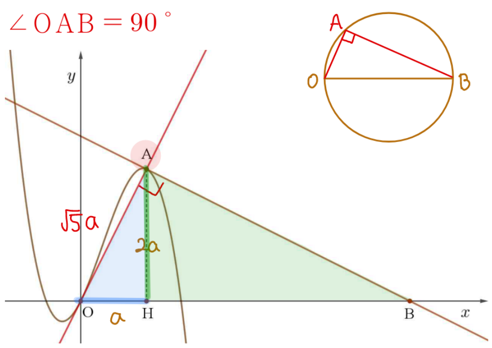
수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

25



삼차방정식 $f(x) = -x^3 + ax^2 + 2x = 0$의
근과 계수의 관계에 의하여
세 실근의 합 $\alpha + \beta + \gamma = a$
$\therefore$ $f(x) = -x^3 + ax^2 + 2x$와 $\mathrm{O}(0, 0)$에서의 접선의
세 실근의 합 또한 $0 + 0 + a = a$
$\therefore$ 점 A의 x좌표는 a
$f(a) = -a^3 + a^3 + 2a = 2a$
$\therefore$ $\mathrm{A}(a, 2a)$

점 A가 선분 OB를 지름으로 하는 원 위의 점이므로
$\angle \mathrm{OAB} = 90°$



$\triangle \mathrm{OAH}$와 $\triangle \mathrm{ABH}$는 닮음이고 닮음비는 1:2
$\therefore$ $\overline{\mathrm{OA}} = \sqrt{5}a$, $\overline{\mathrm{AB}} = 2\sqrt{5}a$

$\angle \mathrm{OAB} = 90°$ 이므로
$f'(0) \times f'(a) = -1$

$f(x) = -x^3 + ax^2 + 2x$
$f'(x) = -3x^2 + 2ax + 2$
$f'(0) = 2$
$f'(a) = -a^2 + 2 = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ $a^2 = \frac{5}{2}$
$\triangle \mathrm{OAH}$와 $\triangle \mathrm{ABH}$가 닮음이고
닮음비가 1:2이므로
$\therefore$ $\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{5}a \times 2\sqrt{5}a = 10a^2 = 25$

[다른 풀이]
$f'(x) = -3x^2 + 2ax + 2$
$\therefore$ $f'(0) = 2$
$\therefore$ $\mathrm{O}(0, 0)$에서의 접선의 방정식은 $y = 2x$
$-x^3 + ax^2 + 2x = 2x$
$\Leftrightarrow$ $x^2(x - a) = 0$
$\Leftrightarrow$ $x = 0$, $x = a$
$\therefore$ 점 A의 x좌표는 a
$f(a) = -a^3 + a^3 + 2a = 2a$
$\therefore$ $\mathrm{A}(a, 2a)$

점 A가 선분 OB를 지름으로 하는 원 위의 점이므로
$\angle \mathrm{OAB} = 90°$ 이므로
$f'(0) \times f'(a) = -1$
$\therefore$ $f'(a) = -a^2 + 2 = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ $a^2 = \frac{5}{2}$.
점 A에서 접선의 방정식은
$y = -\frac{1}{2}(x - a) + 2a = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}a$
$\therefore$ $\mathrm{B}(5a, 0)$
$\therefore$ $\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{5}a \times 2\sqrt{5}a = 10a^2 = 25$

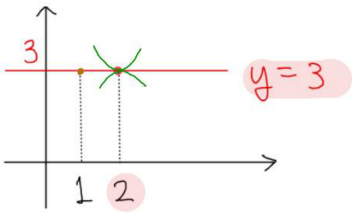
복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

119. [2023년 9월 (공통) 10번]
최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-2,\ f(-2))$에서의 접선과 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2,\ 3)$에서의 접선이 점 $(1,\ 3)$에서 만날 때, $f(0)$의 값은? [4점]

① 31 ② 33 ③ 35
④ 37 ⑤ 39

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2,\ 3)$에서의 접선이 점 $(1,\ 3)$을 지나므로
함수 $f(x)$의 그래프는 $x=2$에서 $y=3$에 접한다.



$f(x)-3=(x-2)^2(x-a)$
$\therefore\ f(x)=(x-2)^2(x-a)+3$
$\therefore\ f'(x)=2(x-2)(x-a)+(x-2)^2$

점 $(-2,\ f(-2))$에서의 접선이 점 $(1,\ 3)$을 지나므로

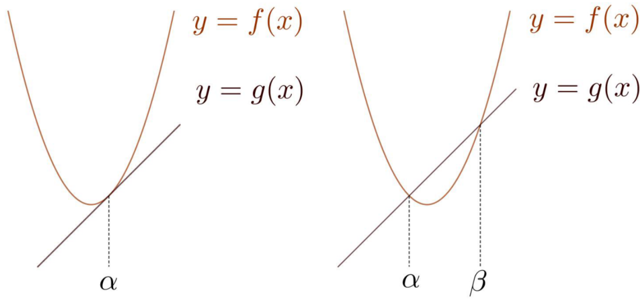
$f'(-2)=\dfrac{f(-2)-3}{-2-1}$

$\Leftrightarrow\ 2\cdot(-2)(-2-a)+(-4)^2=\dfrac{(-2-2)^2(-2-a)}{-3}$

$\therefore\ a=-8$
$\therefore\ f(x)=(x-2)^2(x+8)+3$
$\therefore\ f(0)=35$

Analysis

접선으로 함수의 식을 구하기



$f(x)-g(x)$
$=(x-\alpha)^2 p(x)$

$f(x)-g(x)$
$=(x-\alpha)(x-\beta)p(x)$

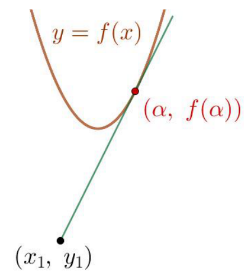
$f(x)$
$=(x-\alpha)^2 p(x)+g(x)$

$f(x)$
$=(x-\alpha)(x-\beta)p(x)+g(x)$

Analysis

외부의 점 $(x_1,\ y_1)$에서 곡선 $y=f(x)$에 접선을 그을 때 접점이 $(\alpha,\ f(\alpha))$라고 하면

$f'(\alpha)=\dfrac{f(\alpha)-y_1}{\alpha-x_1}$



※ 접선 $y-f(\alpha)=f'(\alpha)(x-\alpha)$에 $(x_1,\ y_1)$를 대입한 식과 동일하다.

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

1등급

120. [2023년 9월 (공통) 13번]
두 실수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} -\dfrac{1}{3}x^3-ax^2-bx & (x<0) \\ \dfrac{1}{3}x^3+ax^2-bx & (x\geq 0) \end{cases}$$

이 구간 $(-\infty, -1]$에서 감소하고 구간 $[-1, \infty)$에서 증가할 때, $a+b$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M-m$의 값은? [4점]

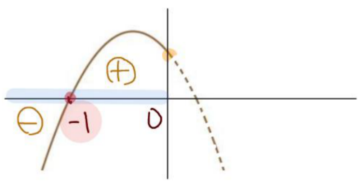
① $\dfrac{3}{2}+3\sqrt{2}$ ② $3+3\sqrt{2}$ ③ $\dfrac{9}{2}+3\sqrt{2}$ ④ $6+3\sqrt{2}$ ⑤ $\dfrac{15}{2}+3\sqrt{2}$

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

함수 $f(x)$가 구간 $(-\infty, -1]$에서 감소
⇔ $f'(x)\leq 0$
함수 $f(x)$가 구간 $[-1, \infty)$에서 증가
⇔ $f'(x)\geq 0$

$$f'(x)=\begin{cases} -x^2-2ax-b & (x\leq 0) \\ x^2+2ax-b & (x>0) \end{cases}$$

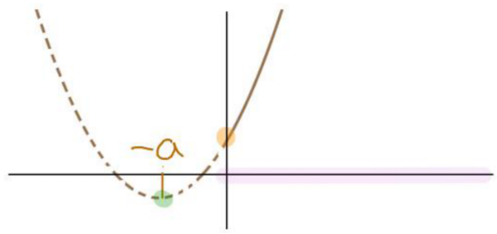
(step1) $x\leq 0$에서의 $f'(x)$



$x\leq 0$에서 $f'(x)=-x^2-2ax-b$는
$x<-1$에서 ⊖
$-1<x\leq 0$에서 ⊕
$\therefore f'(-1)=0$
⇔ $-1+2a-b=0$
$\therefore b=2a-1$
구하는 답 $a+b=a+(2a-1)=3a-1$이므로
a의 범위를 구하면 된다.
$f'(0)\geq 0$
⇔ $-b\geq 0$ ⇔ $b\leq 0$
$\therefore a\leq \dfrac{1}{2}$ $(\because b=2a-1)$

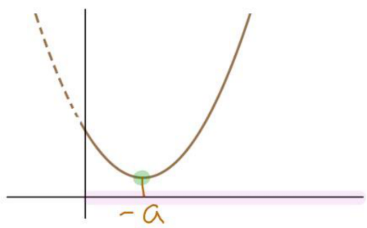
(step2) $x\geq 0$에서의 $f'(x)$
$x\geq 0$에서 $f'(x)=x^2+2ax-b\geq 0$
$y=x^2+2ax-b$의 꼭짓점의 x좌표는 $-a$

i) 꼭짓점 x좌표 $-a\leq 0$ ⇔ $a\geq 0$



$x\geq 0$에서 $f'(x)\geq 0$이므로
$f'(0)\geq 0$
⇔ $-b\geq 0$ ⇔ $b\leq 0$
$\therefore a\leq \dfrac{1}{2}$ $(\because b=2a-1)$
$\therefore 0\leq a\leq \dfrac{1}{2}$

ii) 꼭짓점 x좌표 $-a>0$ ⇔ $a<0$



$\dfrac{D}{4}=a^2+b=a^2+2a-1\leq 0$
⇔ $-1-\sqrt{2}\leq a\leq -1+\sqrt{2}$
$\therefore -1-\sqrt{2}\leq a<0$

$\therefore$ i, ii)에 의하여
$-1-\sqrt{2}\leq a\leq \dfrac{1}{2}$
$a+b=3a-1$의
최대 $M=\dfrac{1}{2}$ $\left(a=\dfrac{1}{2}\text{일 때}\right)$
최소 $m=-4-3\sqrt{2}$ $(a=-1-\sqrt{2}\text{일 때})$
$\therefore M-m=\dfrac{9}{2}+3\sqrt{2}$