

문제집

	수정전	수정후
1회 15번 문항 교체	<p>자연수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.</p> <p>$a_1 = k$이고 모든 자연수 n에 대하여</p> $(a_{n+1} - a_n)^2 + 2k(a_{n+1} - a_n) + k^2 - 4n^2 = 0$ <p>을 만족하는 수열 $\{a_n\}$이 있다. $a_1 = a_3$를 만족할 때</p> $\sum_{n=1}^{20} (a_{n+1} - a_n)$ 의 값은? [4점] <p>① 360 ② 370 ③ 370 ④ 370 ⑤ 370</p>	
1회 22번 첫줄	<p>수정전</p> <p>$(a \neq 4n, n \text{은 정수})$</p> <p>수정후</p> <p>$(a \neq 4n, n \text{은 정수}, -15 \leq a \leq 21)$</p>	
3회 확통 30번 마지막부분	pq 의 값을 구하시오.	$p+q$ 의 값을 구하시오.
3회 미적분 29번 오류라 문항 수정	<p>수정후</p> <p>첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$에 대하여 급수</p>	

	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 각각 수렴하고
	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n \right) \times \left(\sum_{n=1}^{\infty} b_n \right),$
	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3 \times \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} $
	이 성립한다. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n^2} (\ln b_{2k+1} - \ln b_{3k+1}) = S$ 일 때, e^{9S} 의 값을 구하시오. [4점]

풀이집

	수정전	수정후
수정후		
정답 ①		
[출제자 : 이소영T]		
주어진 식		
$(a_{n+1} - a_n)^2 + 2k(a_{n+1} - a_n) + k^2 - 4n^2 = 0$ 을 인수분해하면		
$(a_{n+1} - a_n + k + 2n)(a_{n+1} - a_n + k - 2n) = 0$		
$a_{n+1} = a_n - 2n - k$ 또는 $a_{n+1} = a_n + 2n - k$ 이다.		
$a_1 = k$ 이므로 $a_2 = a_1 - 2 - k = -2$ 또는 $a_2 = a_1 + 2 - k = 2$ 이다.		
$a_3 = a_2 - 4 - k$ 또는 $a_3 = a_2 + 4 - k$ 가 되는데,		
$a_2 = -2$ 이면 $a_3 = -6 - k$ 또는 $a_3 = 2 - k$		
$a_2 = 2$ 이면 $a_3 = -2 - k$ 또는 $a_3 = 6 - k$ 이다.		

1회
15번
풀이 교체

	$a_1 = a_3 $ 이므로 $a_3 = -6 - k$ 라면 $k = -6 - k $ 인 자연수 k 가 존재하지 않는다. $a_3 = 2 - k$ 라면 $k = 2 - k $ 를 만족하는 자연수 $k = 1$ $a_3 = -2 - k$ 라면 $k = -2 - k $ 인 자연수 k 가 존재하지 않는다. $a_3 = 6 - k$ 라면 $k = 6 - k $ 를 만족하는 자연수 $k = 3$ 따라서 (i) $k = 1$ 이라면 $a_{n+1} = a_n - 2n - 1$ 또는 $a_{n+1} = a_n + 2n - 1$ 이다. ① $a_{n+1} = a_n - 2n - 1$ 일 때, $a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = -7$ 에서 $a_1 = a_3 $ 에 모순이다. ② $a_{n+1} = a_n + 2n - 1$ 일 때, $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 5$ 에서 $a_1 = a_3 $ 에 모순이다. (ii) $k = 3$ 이라면 $a_{n+1} = a_n - 2n - 3$ 또는 $a_{n+1} = a_n + 2n - 3$ 이 가능하다. ① $a_{n+1} = a_n - 2n - 3$ 일 때, $a_1 = 3, a_2 = -2, a_3 = -9$ 에서 $a_1 = a_3 $ 에 모순이다. ② $a_{n+1} = a_n + 2n - 3$ 일 때, $a_1 = 3, a_2 = 2, a_3 = 3$ 에서 $a_1 = a_3 $ 을 만족한다. 따라서 $a_{n+1} - a_n = 2n - 3$ $\sum_{n=1}^{20} (a_{n+1} - a_n)$ $= \sum_{n=1}^{20} (2n - 3)$ $= \frac{20 \times 36}{2} = 360$ 이다.	
1회 22번	<p style="text-align: center;">마지막 부분</p> (i), (ii)에서 $a = -11$ 일 때, $ \alpha - 80 $ 의 값은	(i), (ii)에서 $a = -11$ 일 때, $ \alpha - 80 $ 의 값은 8으로 최소이다.

	12으로 최소이다.	
	오류라 수정	
	정답 81	
	[출제자 : 이호진T]	
	$a_n = ar_1^{n-1}, -1 < r_1 < 1, b_n = br_2^{n-1}, -1 < r_2 < 1$ 라 하면	
	$\frac{a}{1-r_1} \cdot \frac{b}{1-r_2} = \frac{ab}{1-r_1r_2}$	
	이므로 $(1-r_1)(1-r_2) = 1-r_1r_2$	
	$2r_1r_2 - r_1 - r_2 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{7}$	
	(i) $0 < r_1 < 1$ 이면	
	$\frac{ a_1 }{1-r_1} = \frac{3 a_2 }{1-r_1^2}, 1+r_1 = 3r_1$	
3회	$r_1 = \frac{1}{2}$	
미적분 29번	$\textcircled{7}$ 에 대입하면 $r_1 = 0$ 으로 모순이다.	
	(ii) $-1 < r_1 < 0$	
	$\frac{ a_1 }{1+r_1} = \frac{3 a_2 }{1-r_1^2}$	
	$\frac{ a_1 }{1+r_1} = \frac{3 a_1 (-r_1)}{(1-r_1)(1+r_1)}$	
	$-(1-r_1) = 3r_1, r_1 = -\frac{1}{2}$	
	$\textcircled{7}$ 에 의하여 $r_1 = -\frac{1}{2}, r_2 = \frac{1}{4}$	
	$b_{2k+1} = b\left(\frac{1}{4}\right)^{2k}, b_{3k+1} = b\left(\frac{1}{4}\right)^{3k}$ 이므로	
	$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n^2} (\ln b_{2k+1} - \ln b_{3k+1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n^2} \ln 4^k = \frac{\ln 4}{3}$ 에서	
	$e^{9S} = e^{3 \ln 4} = 81$ 이다.	

