

유형 2 함수의 극한에 대한 성질

출제유형 | 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$

(L, M 은 실수)일 때

(1) $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\} = L + M$

(2) $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - g(x)\} = L - M$

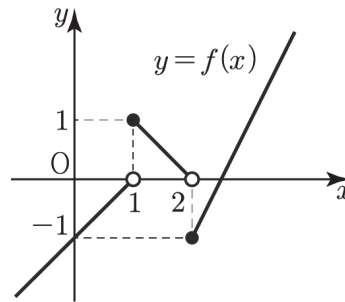
(3) $\lim_{x \rightarrow a} cf(x) = cL$ (단, c 는 상수)

(4) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = LM$

(5) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$ (단, $M \neq 0$)

03

함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 최고차항의 계수와 이차항의 계수가 모두 1인 삼차함수 $g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x+1)g(x), \lim_{x \rightarrow 3} f(x-1)g(x+1)$ 의 값이 모두 존재할 때, $g(5)$ 의 값은? [4점]



- ① 20 ② 30 ③ 40
- ④ 50 ⑤ 60

31

다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = -f(-x)$ 이다.
 (나) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+5}{x-1} = 4$

$f(1) + f'(-1)$ 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

32

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 $x = 0$ 을 제외한 모든 실수에서 연속이고 $x = 1$ 에서 미분가능하지 않은 함수 $g(x)$ 에 대하여

$$x < 0 \text{ 일 때, } f(x) + g(x) = x^2 + x + 1$$

$$0 < x < 1 \text{ 일 때, } f(x) - 2g(x) = x^2 + 10$$

$$x > 1 \text{ 일 때, } f(x) + 2x^2g(x) = -11x^2$$

이다.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -4$$

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{g(1+h) - g(1)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{g(1+h) - g(1)}{h} = -1$$

일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

47

실수 t 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 x 의 값이 t 부터 $t+2$ 까지 변할 때의 평균변화율을 $g(t)$ 라 하자. 두 함수 $f(x), g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(7)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여
 $f(1+x)+f(1-x)=0$ 이다.
(나) $g(-5)=-9, g(-1)=2, g(3)=0$

- ① 13 ② -13 ③ 14 ④ -14 ⑤ 15

48

두 양수 a, b 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax \cos(\pi x)+bx & (0 \leq x < 1) \\ x^2 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 있다. x 의 값이 0에서 t ($t > 0$)까지 변할 때의 함수 $f(x)$ 의 평균변화율을 $g(t)$ 라 하자. 방정식 $g(t)-k=0$ 이 오직 한 근을 갖도록 하는 실수 k 중 두 번째로 작은 값이 10일 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{19}{2}$ ② 10 ③ $\frac{21}{2}$ ④ 11 ⑤ $\frac{23}{2}$

109

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)f'(x)}{f(x)-1} = 3 \\ \text{(나)} \quad & f(a) = 1, f'(a) = -1 \end{aligned}$$

$f(-1)$ 의 값은? (단, $a \neq -2$ 인 상수이다.) [4점]

- ① -2 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

110

실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 $x \neq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & f(1+x)f(1-x) = -x^4 + 36 \\ \text{(나)} \quad & g(1+x) + g(1-x) = x^2 - 4 \end{aligned}$$

함수 $f(x)$ 와 $\left| \frac{f(x)}{g(x)} \right|$ 가 $x=1$ 에서 연속일 때,

$\left| \frac{f(1)}{g(1)} \right|$ 의 값을 구하시오. [4점]

203

최고차항의 계수가 1이고 역함수가 존재하는 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$f'(x)g(x) + f(x)g'(x) = 4x^3 + 3x^2 + 6x + 4$$

(나) $f'(0)g'(0) = 3$

$f(1) \times g(1)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

204

$a < b$ 인 모든 실수 a , b 에 대하여

$$\int_a^b (x^4 - 4x^3) dx > k(a-b)$$

이 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값을 구하시오. [4점]