"한권에 정리하는 수2"

[CH 1] 함수의 극한 , 연속

1 함수의 극한

- $x \to a$ 일때
  - $f(x)$ 불연속 → $f(a^-)$, $f(a)$, $f(a^+)$ 의심
  - " 연속 → $f(a)$ 대입 OK

- 합성함수의 극한 = 대응 관계의 파악 $\boxed{g}(f(x))$
  주인공!

- 역함수의 극한 = 축을 뒤 바꾸자! (in 그래프)

※ $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = p$

① $f(0)=0$: 상수항 X
② $f(x) = + \cdots + px$
③ $f'(0) = p$

2 함수극한 성질 · 계산

- 계산법 (수렴성질) :
  1. 대입
  2. 꼴 파악 ex) $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ ...

최고 · 최저 차항의 결정 (by $x \to 0$, $x \to \infty$)

내 꼬라지가 어려우면
미지수 $h(x)$로 치환하자!

① 최고차 $x \to \infty$ $\quad \lim_{x \to \infty} \frac{\boxed{f(x)}}{ax^n} = K$

- $K \neq 0$, $f(x) = akx^n$
- $K = 0$, $f(x) = (n-1)$차식 이하

f.g 다항식 $\lim_{x \to \infty} \frac{g(x)}{f(x)} = \alpha$

① 차수같다
② 최고차항 계수비$=\alpha$

② 최저차 $x \to 0$ $\quad \lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^n} = K$

- $K \neq 0$: $f(x) = + \cdots + Kx^n$
- $K = 0$: $f(x) = + \cdots + \underline{l x^{n+1}}$
  $(n+1)$차식 이상

f.g 다항식 $\lim_{x \to 0} \frac{g(x)}{f(x)} = \alpha \ (\alpha \neq 0)$

① 최저차수 같다
② 최저차 계수비$=\alpha$

ex) $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x^2+2x-3} = 2$, $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)}{(x-1)^2} = 3$

$f(x) = 2(x-1)^3 + 3(x-1)^2$ 이 연습 되기!

$\boxed{3}$ 함수의 연속

1. 의심점 찾기 2. 직접 check

- 연속함수 – [닫힌구간] : $[a, b]$ (a: 함=우, b: 함=좌)

- 분모가 "0"이 되는 지점 의심!

** • 합성함수의 연속 $(g(f(x)))$

1. 속함수 $f(x)$ 불연속 지점 = 의심점

주인공= 2. 겉함수 $g(x)$, $x=c$ → 불연속? ∴ $f(x)=c$ 의심점

동시에

이렇게 풀어

	$x \xrightarrow{f}$	$f(x) \xrightarrow{g}$	$g \circ f$
좌	a^- →	$f(a^-)$ →	$g(f(a^-))$
함	a →	$f(a)$ →	$g(f(a))$
우	a^+ →	$f(a^+)$ →	$g(f(a^+))$

→ 합성함수는 속함수의 치환을 통해서 이루어질 수 OK (속함수 치역 = 겉함수 정의역)

$\boxed{13}$

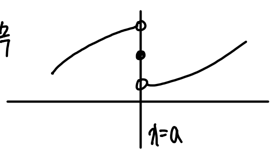
$\boxed{4}$ 함수의 연산

- 연속함수들은 뭘해도 연속 (단, $\frac{f(x)}{g(x)} \to g(x) \neq 0$)

- 연속 ± 불연속 = 연속 X

- 불연속 X 연속 = 연속가능 (불연속점 제거 by 0)

↳ 1. 수렴불연속



상수 X 0 = 영

11 삼차함수의 대칭 + 비율관계

변곡점 특징들

<다항함수> : Named 함수 → "특징찾기"

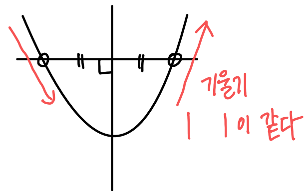
① 1차 - 점대칭, 직선, *기울기

② 2차 - 선대칭 (대칭축)

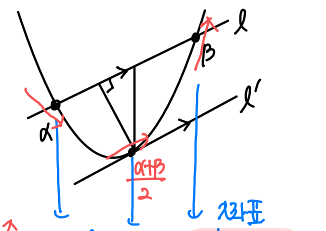
* ③ 3차 - 점대칭 (변곡점)

* ④ 4차 - 대칭 or Not

<이차함수> : 3차함수의 도함수



$x=m$ 선대칭
(수직 이등분)



같은 간격
= 등차수열

미분계수 = 등차수열

<삼차함수> (특징 + 비율관계 + 좌표계산/식)

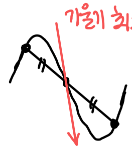
① 변곡점 = 대칭점의 중심 (180°)

② 변곡점 x 3 "

③ 비율관계 5개의 점 "

④ 최대/최소 (정의역 계산)
+ 미출제 요소)

1) 주제 1. 변곡점



: 도함수의 극점 = 원함수의 변곡점

∫ 선대칭 = 점대칭

∫ 우함수 ≠ 기함수 (단, (0,c) 대칭)

2) 주제 2. 변곡점 x3

- $ax^3+bx^2+ \cdots$ → 3차, 2차항의 계수

세 실근의 합 = $-\frac{b}{a}$ = 변곡점 x 3

f(x) 에서 k , ax+b 따위 차의함수 구해도

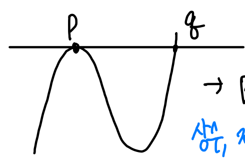
변곡점 x좌표 변하지 X (∵ 3,2차 계수 건들 X)

ex) $y=x^3-3x^2+ \cdots$: 합 = 3 = 3 x 변곡점

↓

$y'=3x^2-6x+ \cdots$

$\boxed{x=1 \text{ 대칭}}$ → $\boxed{\therefore \text{변곡점} = 1}$



→ $p+p+q=3\alpha$

상수, 접선, 직선

⇒ 모두 3α이용!!

개특수 사례) 세근이 변곡점 : 변곡접선

$\therefore \alpha+\alpha+\alpha=3\alpha$

↳ 따로 기억해두기 (당연한 논리...)

〈선대칭, 점대칭과 정적분〉

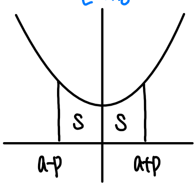
- $f(a-x)=f(a+x)$, $f(2a-x)=f(x)$ $x=a$ 대칭
- $f(a-x)=-f(a+x)$, $f(2a-x)=-f(x)$ $(a,0)$ 대칭
  ↳ 직선/3차 경우 AA / 구간정의함수 OK
- *** $f(a-x)+f(a+x)=2b$, $f(2a-x)+f(x)=2b$ (a,b) 대칭!!
  미출제 요소

★ $\int_{a-p}^{a+p} f$ → 정중앙 $=a$ ⟶ 대표적 유형②

$\Rightarrow 2\int_{a-p}^{a} = 2\int_{a}^{a+p} = 2\int_{-p}^{p} \boxed{f(x+a)}$
우함수

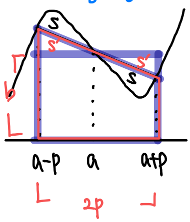
넓이 계산시 그림 → 특징 파악!

선대칭



$2\times S$

** 점대칭



[넓이]
사다리꼴 = 직사각형
$\therefore 2p \times \boxed{b}$
부호조심!!

- ** 선대칭, 점대칭 연산

미출제

f: $x=a$ 선대 / g: $(a,0)$ 점대 / $\boxed{\text{h: }(a,b)\text{ 점대} \Rightarrow (a,0)\text{ 점대} + b\text{ 평이}}$

$f\cdot h = f(x)\{(a,0)\text{ 점대} + b\}$
분배사용

$= (a,0)$ 점대 + 선대 $(x=a)$

주인공

우 : 계산

∴ 스스로 곱으로 분리가능!!

$g\cdot h = g(x)\{(a,0)\text{ 점대} + b\}$

$= x=a$ 선대 + $(a,0)$ 점대

계산

ex) $f=|x-1|$, $g=(x-1)^3+2$

$\int_0^2 f\cdot g = ?$

→ 곱 분리 [f: $x=1$ 선대 / g: $(1,0)$ 점대 $+2$

$\therefore \cancel{\int_0^2 |x-1|(x-1)^3} + \int_0^2 2|x-1|$

주인공!

$= \int_0^2 2|x-1|dx = 2$