유형 5 로그의 여러 가지 성질

출제유형 | 로그의 여러 가지 성질을 이용하여 주어진 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 로그의 밑의 변환 공식을 포함한 여러 가지 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

$a>0$, $a \neq 1$이고 $b>0$일 때

① $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ (단, $c>0$, $c \neq 1$)

② $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$ (단, $b \neq 1$)

③ $\log_a b \times \log_b a = 1$ (단, $b \neq 1$)

④ $\log_a b \times \log_b c = \log_a c$ (단, $b \neq 1$, $c>0$)

038

2025학년도 11월 수능

두 실수 $a = 2\log \dfrac{1}{\sqrt{10}} + \log_2 20$, $b = \log 2$에 대하여 $a \times b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

039

2025학년도 9월 모평

$a>2$인 상수 a에 대하여 두 수 $\log_2 a$, $\log_a 8$의 합과 곱이 각각 4, k일 때, $a+k$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

지수 로그 함수

Level 2

166 2025학년도 11월 수능 20

곡선 $y=\left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$과 직선 $y=x$가 만나는 점의 x좌표를 k라 하자. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

$x>k$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=\left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$이고 $f(f(x))=3x$이다.

$f\left(\frac{1}{k^3\times5^{3k}}\right)$의 값을 구하시오. [4점]

167 2025학년도 11월 수능 20-변형

곡선 $y=4-\log_2(x+2)$과 직선 $y=2x$가 만나는 점의 x좌표를 k라 하자. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

$x>k$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=4-\log_2(x+2)$이고 $f(f(x))=\frac{x}{2}$이다.

$f\left(\frac{k}{2}+\log_{16}(k+2)\right)$의 값을 구하시오. [4점]

지수 로그 함수

Level 3

214

2024학년도 6월 평가원 21

실수 t에 대하여 두 곡선 $y=t-\log_2 x$와 $y=2^{x-t}$이 만나는 점의 x좌표를 $f(t)$라 하자.
〈보기〉의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 A, B, C의 값을 정할 때, $A+B+C$의 값을 구하시오. (단, $A+B+C \neq 0$) [4점]

- 명제 ㄱ이 참이면 $A=100$, 거짓이면 $A=0$이다.
- 명제 ㄴ이 참이면 $B=10$, 거짓이면 $B=0$이다.
- 명제 ㄷ이 참이면 $C=1$, 거짓이면 $C=0$이다.

| 보기 |

ㄱ. $f(1)=1$이고 $f(2)=2$이다.
ㄴ. 실수 t의 값이 증가하면 $f(t)$의 값도 증가한다.
ㄷ. 모든 양의 실수 t에 대하여 $f(t) \geq t$이다.

215

2024학년도 6월 평가원 21–변형

실수 t에 대하여 두 곡선 $y=2^x-t$와 $y=\log_2(t-x)$가 만나는 점의 x좌표를 $f(t)$라 하자. 〈보기〉의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 A, B, C의 값을 정할 때, $A+B+C$의 값을 구하시오. [4점]

- 명제 ㄱ이 참이면 $A=100$, 거짓이면 $A=0$이다.
- 명제 ㄴ이 참이면 $B=10$, 거짓이면 $B=0$이다.
- 명제 ㄷ이 참이면 $C=1$, 거짓이면 $C=0$이다.

| 보기 |

ㄱ. $f(1)+f(2)=1$이다.
ㄴ. 실수 t의 값이 증가하면 $f(t)$의 값도 증가한다.
ㄷ. 부등식 $t-f(t)<1$의 해는 $1<t<2$이다.

삼각 함수

Level 2

319 2025학년도 11월 수능 10

닫힌구간 $[0,\ 2\pi]$에서 정의된 함수

$f(x)=a\cos bx+3$이 $x=\frac{\pi}{3}$에서 최댓값 13을 갖도록 하는 두 자연수 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$에 대하여 $a+b$의 최솟값은? [4점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

320 2025학년도 11월 수능 10-변형

닫힌구간 $[0,\ 2\pi]$에서 정의된 함수

$f(x)=a\cos bx+4$가 $x=\frac{\pi}{6}$에서 최댓값 9을 갖도록 하는 0이 아닌 두 정수 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$에 대하여 $|a\times b|$의 최솟값은? [4점]

① 15 ② 30 ③ 45 ④ 60 ⑤ 75

수열
Level
2

511 2025학년도 11월 수능 12

$a_1=2$인 수열 $\{a_n\}$과 $b_1=2$인 등차수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_{k+1}}=\frac{1}{2}n^2$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{5}a_k$의 값은? [4점]

① 120 ② 125 ③ 130 ④ 135 ⑤ 140

512 2025학년도 11월 수능 12-변형

$a_1=1$인 수열 $\{a_n\}$과 $b_1=1$인 등차수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_kb_{k+1}}=\frac{n}{n+2}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10}\frac{4}{a_n(n+1)(n+2)}$의 값은? [4점]

① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{5}{7}$ ③ $\frac{20}{21}$ ④ $\frac{25}{21}$ ⑤ $\frac{10}{7}$

수열
Level 3

565 2025학년도 11월 수능 22

모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $|a_1|$의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-3 & (|a_n|\text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n=0 \text{ 또는 } |a_n|\text{이 짝수인 } \end{cases}$$

이다.

(나) $|a_m|=|a_{m+2}|$인 자연수 m의 최솟값은 3이다.

566 2025학년도 11월 수능 22-변형

모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 모든 a_1의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+5 & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{a_n}{2} & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) a_1은 홀수이고 $a_m=a_{m+2}$인 자연수 m의 최솟값은 5이다.