

풀이집

| | 수정전 | 수정후 |
|-----------------|---|--------|
| 2회 학통 29번 | 정답 180 | 정답 136 |
| | 풀이 교체 | |
| | <p>학생 3이 받는 공의 개수를 기준으로 학생 1이 공을 받는 경우의 수를 구하면 된다. 학생 2는 남은 공을 모두 받으면 되므로 경우의 수는 1이다.</p> <p>즉, $S_3 \rightarrow S_1$</p> <p>학생 n이 받는 흰 공의 개수를 a_n, 검은 공의 개수를 b_n이라 하자.</p> <p>(i) $S_3 = 1 \rightarrow a_3 + b_3 = 1 \rightarrow {}_2H_1 = {}_2C_1 = 2$</p> <p>① $S_1 = 0 \rightarrow 2 \times 1$</p> <p>② $S_1 = 1 \rightarrow a_1 + b_1 = 1 \rightarrow {}_2H_1 = {}_2C_1 = 2 \rightarrow 2 \times 2$</p> <p>③ $S_1 = 2 \rightarrow a_1 + b_1 = 2 \rightarrow {}_2H_2 = {}_3C_2 = 3 \rightarrow 2 \times 3$</p> <p>따라서 $2 \times (1+2+3) = 12$</p> <p>(ii) $S_3 = 2 \rightarrow a_3 + b_3 = 2 \rightarrow {}_2H_2 = {}_3C_2 = 3$</p> <p>① $S_1 = 0 \rightarrow 3 \times 1$</p> <p>② $S_1 = 1 \rightarrow a_1 + b_1 = 1 \rightarrow {}_2H_1 = {}_2C_1 = 2 \rightarrow 3 \times 2$</p> <p>③ $S_1 = 2 \rightarrow a_1 + b_1 = 2 \rightarrow {}_2H_2 = {}_3C_2 = 3 \rightarrow 3 \times 3$</p> <p>따라서 $3 \times (1+2+3) = 18$</p> <p>(iii) $S_3 = 3 \rightarrow a_3 + b_3 = 3 \rightarrow {}_2H_3 = {}_4C_3 = 4$</p> <p>① $S_1 = 0 \rightarrow 4 \times 1$</p> <p>② $S_1 = 1 \rightarrow a_1 + b_1 = 1 \rightarrow {}_2H_1 = {}_2C_1 = 2 \rightarrow 4 \times 2$</p> <p>③ $S_1 = 2 \rightarrow a_1 + b_1 = 2 \rightarrow {}_2H_2 = {}_3C_2 = 3 \rightarrow 4 \times 3$</p> <p>이때, $a_3 = 3$, $a_1 = 2$인 경우는 제외해야 한다.</p> <p>$4 \times (1+2+3) - 1 = 23$</p> | |

(iv) $S_3 = 4 \rightarrow a_3 + b_3 = 4 \rightarrow {}_2H_4 = {}_5C_4 = 5$

① $S_1 = 0 \rightarrow 5 \times 1$

② $S_1 = 1 \rightarrow a_1 + b_1 = 1 \rightarrow {}_2H_1 = {}_2C_1 = 2 \rightarrow 5 \times 2$

이때, $a_3 = 4$, $a_1 = 1$ 인 경우는 제외해야 한다.

③ $S_1 = 2 \rightarrow a_1 + b_1 = 2 \rightarrow {}_2H_2 = {}_3C_2 = 3 \rightarrow 5 \times 3$

이때,

$a_3 = 4$, $a_1 = 2$ 인 경우

$a_3 = 3$, $a_1 = 2$ 인 경우

$b_3 = 4$, $b_1 = 2$ 인 경우

는 제외해야 한다.

$$5 \times (1+2+3) - (1+3) = 26$$

(v) $S_3 = 5 \rightarrow a_3 + b_3 = 5 \quad (a_3 \leq 4) \rightarrow {}_2H_5 - 1 = {}_6C_5 - 1 = 5$

① $S_1 = 0 \rightarrow 5 \times 1$

② $S_1 = 1 \rightarrow a_1 + b_1 = 1 \rightarrow {}_2H_1 = {}_2C_1 = 2 \rightarrow 5 \times 2$

이때,

$a_3 = 4$, $a_1 = 1$ 인 경우

$b_3 = 5$, $b_1 = 1$ 인 경우

는 제외해야 한다.

| (a_3, b_3) | (a_1, b_1) | 제외 개수 |
|--------------|----------------|-------|
| (0, 5) | (1, 0) | 1 |
| (1, 4) | (1, 0), (0, 1) | |
| (2, 3) | (1, 0), (0, 1) | |
| (3, 2) | (1, 0), (0, 1) | |
| (4, 1) | (0, 1) | 1 |

③ $S_1 = 2 \rightarrow a_1 + b_1 = 2 \rightarrow {}_2H_2 = {}_3C_2 = 3 \rightarrow 5 \times 3$

이때,

$a_3 = 4$, $a_1 = 2$ 인 경우

$a_3 = 4$, $a_1 = 1$ 인 경우

$a_3 = 3$, $a_1 = 2$ 인 경우

$b_3 = 4$, $b_1 = 2$ 인 경우

$b_3 = 5$, $b_1 = 2$ 인 경우

$b_3 = 5$, $b_1 = 1$ 인 경우

는 제외해야 한다.

| (a_3, b_3) | (a_1, b_1) | 제외 개수 |
|--------------|------------------------|----------|
| (0, 5) | (2, 0) | 2 |
| (1, 4) | (2, 0), (1, 1) | 1 |
| (2, 3) | (2, 0), (1, 1), (0, 2) | |
| (3, 2) | (1, 1), (0, 2) | 1 |
| (4, 1) | (0, 2) | 2 |

$$5 \times (1+2+3) - (2+6) = 22$$

$$(vi) \quad S_3 = 6 \rightarrow a_3 + b_3 = 6 \quad (a_3 \leq 4, b_3 \leq 5) \rightarrow {}_2H_6 - 3 = {}_7C_6 - 3 = 4$$

$$\textcircled{1} \quad S_1 = 0 \rightarrow 4 \times 1 = 4$$

$$\textcircled{2} \quad S_1 = 1$$

| (a_3, b_3) | (a_1, b_1) | 개수 |
|--------------|----------------|----|
| (1, 5) | (1, 0) | 1 |
| (2, 4) | (1, 0), (0, 1) | 2 |
| (3, 3) | (1, 0), (0, 1) | 2 |
| (4, 2) | (1, 0), (0, 1) | 2 |
| 합계 | | 7 |

$$\textcircled{2} \quad S_1 = 2$$

| (a_3, b_3) | (a_1, b_1) | 개수 |
|--------------|------------------------|----|
| (1, 5) | (2, 0) | 1 |
| (2, 4) | (2, 0), (1, 1) | 2 |
| (3, 3) | (2, 0), (1, 1), (0, 2) | 3 |
| (4, 2) | (1, 1), (0, 2) | 2 |
| 합계 | | 8 |

$$\text{따라서 } 4+7+8=19$$

$$(vii) \quad S_3 = 7 \rightarrow (a_3, b_3) : (2, 5), (3, 4), (4, 3)$$

$$\textcircled{1} \quad S_1 = 0 \rightarrow 3 \times 1 = 3$$

$$\textcircled{2} \quad S_1 = 1$$

| (a_3, b_3) | (a_1, b_1) | 개수 |
|--------------|----------------|----|
| (2, 5) | (1, 0) | 1 |
| (3, 4) | (1, 0), (0, 1) | 2 |
| (4, 3) | (1, 0), (0, 1) | 2 |
| 합계 | | 5 |

$$\textcircled{2} \quad S_1 = 2$$

| (a_3, b_3) | (a_1, b_1) | 개수 |
|--------------|--------------|----|
| (2, 5) | (2, 0) | 1 |
| (3, 4) | (1, 1) | 1 |
| (4, 3) | (0, 2) | 1 |
| 합계 | | 3 |

따라서 $3+5+3=11$

(viii) $S_3 = 8 \rightarrow (a_3, b_3) : (3, 5), (4, 4)$

① $S_1 = 0 \rightarrow 2 \times 1 = 2$

② $S_1 = 1$

| (a_3, b_3) | (a_1, b_1) | 개수 |
|--------------|--------------|----|
| (3, 5) | (1, 0) | 1 |
| (4, 4) | (0, 1) | 1 |
| 합계 | | 2 |

② $S_1 = 2 \rightarrow (X)$

$2+2=4$

(ix) $S_3 = 9 \rightarrow (a_3, b_3) : (4, 5)$

1가지

따라서

$12+18+23+26+22+19+11+4+1=136$

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |