미적분
실전개념

실전개념 배송 완!

미적분 실전개념

01. 수열의 극한

1 극한의 개념

- 무한대 : ∞ 한 없이 커지는 상태를 나타내는기호. (수X)
- 수렴 : 어떠한 변수가 어떤 일정한 수에 한없이 가까워지는 일.
- 발산 : 수렴 X
- 극한(값) : 그 일정한 수(변수의값X)

2 수열의 수렴

수열 $\{a_n\}$에서 n이 한없이 커질때, 일반항 a_n의 값이 일정한 값 α에 한없이 가까워지면, 수열 $\{a_n\}$은 α에 수렴한다.

- α는 $\{a_n\}$의 극한(값)
- $n \to \infty$ 일때, $a_n \to \alpha$.
- $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$

Comments "lim 기호가 있는 상태에서 모든사칙연산이 가능한가?"

lim 기호가 있는 상태에서 계산이 가능한 것과 불가능한 것을 정확히 인식해야, 극한을극한답게 풀수 있다.

- lim를 활용하여 식교체는 가능! (극한값이 같다는 전제하에)
- lim를 무시하여 이항은 불가능!

3 수열의 발산

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \begin{cases} \infty & \Rightarrow \text{양의 무한대로 발산} \\ -\infty & \Rightarrow \text{음의 무한대로 발산} \\ \text{기타} & \Rightarrow \text{진동} \end{cases}$$

4 수열의 극한의 성질

수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 수렴하고 $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$, $\lim_{n\to\infty} b_n = \beta$ 일때,

① $\lim_{n\to\infty} k a_n = k \lim_{n\to\infty} a_n = k\alpha$ [단, k는 상수]

② $\lim_{n\to\infty} (a_n \pm b_n) = \lim_{n\to\infty} a_n \pm \lim_{n\to\infty} b_n = \alpha \pm \beta$

③ $\lim_{n\to\infty} a_n b_n = \lim_{n\to\infty} a_n \cdot \lim_{n\to\infty} b_n = \alpha\beta$

④ $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim_{n\to\infty} a_n}{\lim_{n\to\infty} b_n} = \frac{\alpha}{\beta}$

(단. $b_n \neq 0$, $\beta \neq 0$)

⑤ $a_n < b_n$이면 $\lim_{n\to\infty} a_n \leq \lim_{n\to\infty} b_n$이다. ($\alpha \leq \beta$)

⑥ $a_n < c_n < b_n$ 이고 $\alpha = \beta$이면

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} c_n = \alpha$이다.

5 수열의극한 문제를 풀 때

부정꼴 → 확정꼴로 바꿔야한다.
식을 수렴하는 형태로 바꾸기 위함.

① $\frac{\infty}{\infty}$: 분모 분자를 (최)고차항으로 나눈다.

② $\infty - \infty$: 최고차항으로 묶는다

③ $\sqrt{\infty} - \infty$: 유리화.

④ $\infty \times 0$: 통분, 인수분해, 약분

⑤ $\frac{0}{0}$: 약분

comments "극한 도형 형태 푸는 비법"

[1단계] 문제 그래프 확인

[2단계] n이 충분히 커졌을때 그래프
↳ 문제그림에 덧 그리기

[3단계] n이 한없이 커졌을때 그래프
↳ ① 각도를 고려한다.
↳ ② 직각는 명명한다. (충분히커졌을 때
(곡선→직선, 호→현 and 접선)
↳ ③ 0수렴에도 등급이 있다

6 등비수열의 극한

등비수열 $\{r^n\}$의 수렴과 발산

① $r>1 \rightarrow \lim_{n\to\infty} r^n = \infty \rightarrow$ 발산

② $r=1 \rightarrow \lim_{n\to\infty} r^n = 1 \rightarrow$ 수렴

③ $-1<r<1 \rightarrow \lim_{n\to\infty} r^n = 0 \rightarrow$ 수렴

④ $r=-1 \rightarrow \lim_{n\to\infty} r^n =$ 진동 → 발산

⑤ $r<-1 \rightarrow \lim_{n\to\infty} r^n =$ 진동 → 발산

등비수열 $\{r^n\}$의 수렴조건 → $-1<r\le1$

7 급수의 뜻

정의 : 수열 $\{a_n\}$의 각 항을 + 기호로 연결한 식.
$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n+\cdots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$

부분합 : 첫째항부터 제 n항까지의 합.
$S_n = a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$

급수의 수렴 : 부분합으로 이루어진 수열 $\{S_n\}$이 어떤값 S에 수렴하는 것.
$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} a_k = \lim_{n\to\infty} S_n = S$$

급수의 합 : 급수가 수렴할 때의 값.

급수의 발산 : 부분합으로 이루어진 수열 $\{S_n\}$이 발산하는 것.

comments "수능 범위 이상의 급수" (내신도 ⓞ)

수능 범위에서 급수는
① 급수 공식이 있는 것 (등차, 등비, Σk^m)
② 자연수열 (부분분수)
두가지 뿐이다. 이런 관점을 갖고 문제에 임하면 해결방향을 빨리 찾을수 있다.

8 급수의 성질

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$이 수렴하면

① $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n+b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n$

② $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n-b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n - \sum_{n=1}^{\infty} b_n$

③ $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n = c\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (단, c는 상수)

즉, 급수 a_n, b_n이 값 존재할 때, 합, 차, 실수배가 성립한다는 뜻.

9 급수와 일반항

① $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴하면 $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$이다.

② $\lim_{n\to\infty} a_n \ne 0$ 이면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$은 발산한다.

10 등비급수

정의 : 등비수열 $\{ar^{n-1}\}$의 급수
$$\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = a+ar+ar^2+\cdots+ar^{n-1}+\cdots$$

부분합 : $S_n = \sum_{k=1}^{n} ar^{k-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

수렴 : $|r|<1 \rightarrow S = \frac{a}{1-r}$

발산 : $|r|\ge1 \rightarrow \lim_{n\to\infty} ar^{n-1} \ne 0$ 이므로 급수 발산.

Comments "수렴조건 헷갈리지 말기"

■ 등비수열 $\{ar^{n}\}$의 수렴조건 → $-1 < r \le 1$

■ 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$의 수렴조건 → $-1 < r < 1$

등비수열의 수렴조건과 등비 급수의 수렴조건을 헷갈리지 말자.

Comments "닮음 비와 공비"

길이의 비 $= m : n$

넓이의 비 $= m^2 : n^2$

공비 $= \frac{m^2}{n^2}$

02. 여러 함수의 미분

[1] 지수·로그함수의 극한

■ 지수함수의 극한 (개형으로 파악 가능)

① $a>1 \rightarrow \lim_{x\to\infty} a^x = \infty,\ \lim_{x\to-\infty} a^x = 0$

② $0<a<1 \rightarrow \lim_{x\to\infty} a^x = 0,\ \lim_{x\to-\infty} a^x = \infty$

■ 로그함수의 극한

① $a>1 \rightarrow \lim_{x\to\infty} \log_a x = \infty,\ \lim_{x\to0+} \log_a x = -\infty$

② $0<a<1 \rightarrow \lim_{x\to\infty} \log_a x = -\infty$

$\lim_{x\to0+} \log_a x = \infty$

[2] 무리수 e의 정의

$$e = \lim_{x\to0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$$

[3] 자연로그의 극한

정의 : 무리수 e를 밑으로 하는 $\log_e x$

$\log_e x = \ln x$

① $\lim_{x\to0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

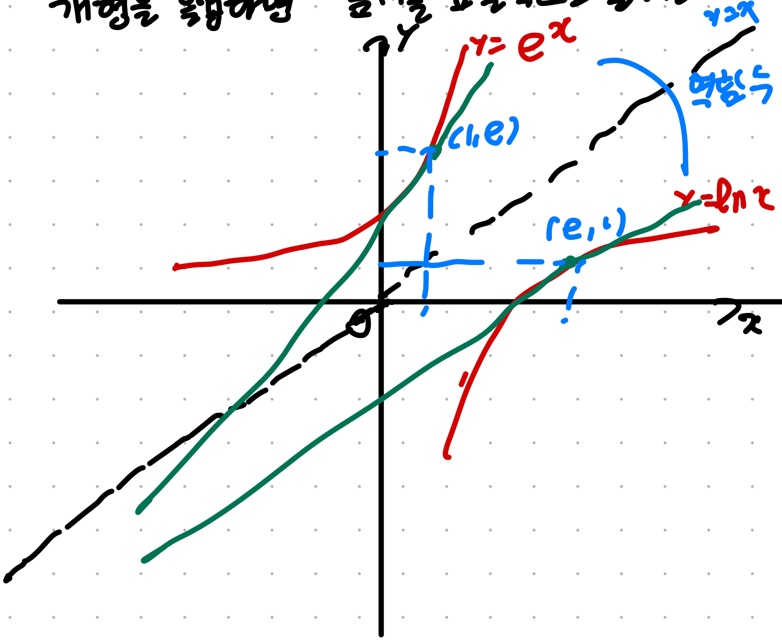
② $\lim_{x\to0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \log_a e = \frac{1}{\ln a}$

③ $\lim_{x\to0} \frac{e^x-1}{x} = 1$

④ $\lim_{x\to0} \frac{a^x-1}{x} = \ln a\ (a>0,\ a\ne1)$

Comments "기본형 그래프 개형은 알아두고 가자"

수Ⅱ와는 달리 미적분에서는 꼭 미리 배운 그래프의 개형이 나오라는 법이 없다. 그럴수록 이미 알고 있는 기본형 그래프의 개형을 활용하면 문제를 효율적으로 풀 수 있다.



4 로그함수의 도함수

① $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ (단, $x>0$)

② $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ (단, $a \neq 1, a>0, x>0$)

• $\{\ln f(x)\}' = \frac{f'(x)}{f(x)}$ (단, $f(x)>0$)

• $(\ln|x|)' = \frac{1}{x}$

5 지수함수의 도함수

① $(e^x)' = e^x$

② $(a^x)' = a^x(\ln a)$ (단, $a\neq 1, a>0$)

6 삼각함수의 덧셈정리

① $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

② $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

③ $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

④ $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

⑤ $\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

⑥ $\tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$

7 배각공식

① $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
$= 2\cos^2\alpha - 1 = 1-2\sin^2\alpha$

② $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

③ $1-\cos 2\alpha = 2\sin^2\alpha$

④ $\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

8 반각공식

① $\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{1-\cos\theta}{2}$

② $\cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1+\cos\theta}{2}$

③ $\tan^2\frac{\theta}{2} = \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$

9 삼각함수의 극한

① $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$

② $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x} = 1$

③ $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$

Comments "삼각함수 극한 실전계산법 총정리"

• $\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin(a\theta)}{b\theta} = \frac{a}{b}$

• $\lim_{\theta\to 0}\frac{\tan(a\theta)}{b\theta} = \frac{a}{b}$

• $\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin(a\theta)}{\sin(b\theta)} = \frac{a}{b}$

• $\lim_{\theta\to 0}\frac{\tan(a\theta)}{\tan(b\theta)} = \lim_{\theta\to 0}\frac{\tan(a\theta)}{\sin(b\theta)}$
$= \lim_{\theta\to 0}\frac{\sin(a\theta)}{\tan(b\theta)} = \frac{a}{b}$

• $\lim_{\theta\to 0}\frac{1-\cos(a\theta)}{\theta^2} = \frac{1}{2}a^2$

10 삼각함수의 도함수

① $(\sin x)' = \cos x$

② $(\cos x)' = -\sin x$

$(\tan x)' = \sec^2 x = 1+\tan^2 x$

$(\sec x)' = \sec x \tan x$

$(\csc x)' = -\csc x \cot x$

$(\cot x)' = -\csc^2 x$

3. 미분법

1 몫의 미분법

미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)\ (g(x) \neq 0)$에 대해

① $\left\{\dfrac{1}{g(x)}\right\}' = -\dfrac{g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

② $\left\{\dfrac{f(x)}{g(x)}\right\}' = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

2 삼각함수의 도함수

① $(\sin x)' = \cos x$

② $(\cos x)' = -\sin x$

③ $(\tan x)' = \sec^2 x = 1+\tan^2 x$

④ $(\sec x)' = \sec x \tan x$

⑤ $(\csc x)' = -\csc x \cot x$

⑥ $(\cot x)' = -\csc^2 x$

$\csc\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$, $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$, $\cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta}$

$1+\tan^2 x = \sec^2\theta$

3 합성함수의 미분법

미분가능한 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$에 대해 합성함수 $y=f(g(x))$의 도함수는

$y' = f'(g(x))\, g'(x)$이다.

Comments "$f(g(h(x)))$"

$\{f(g(h(x)))\}'$

$= f'\{g(h(x))\}\, \{g(h(x))\}'$

$= f'\{g(h(x))\}\, g'(h(x))\, h'(x)$

Comments "합성함수 미분기호 정리"

$\{f(g(x))\}' = (f\circ g)'(x)$

헷갈리지X → $f'(x)\ g(x)\quad f(g'(x))$

Comments "$\dfrac{d}{dx} f(x)$의 뜻"

$\dfrac{d}{dx} \times f(x)$가 아닌

$f(x)$의 극한값(순간변화율)을 구하라는 뜻이다!

4 지수함수와 도함수

① $(e^x)' = e^x$

② $(a^x)' = a^x(\ln a)$

(단, $a \neq 1, a>0$)

5 로그함수와 도함수

① $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$ (단, $x>0$)

② $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$ (단, $a \neq 1, a>0, x>0$)

③ $(\ln|x|)' = \dfrac{1}{x}$

$\{\ln g(x)\}' = \dfrac{g'(x)}{g(x)}$ (단, $g(x)>0$)

6 음함수의 미분법

음함수 $f(x,y)=0$ 에서 y를 x에 대한 함수로 보고, 각 항을 x에 대해 미분하여 $\frac{dy}{dx}$를 구한다.

- $(y^n)' = ny^{n-1}\frac{dy}{dx}$

7 x^a의 도함수

a가 실수일 때, $(x^a)' = ax^{a-1}$

8 역함수의 미분법

함수 $y=f(x)$가 미분가능하고 그 역함수가 $y=g(x)$이고 ($g=f^{-1}$) 미분 가능할 때, $y=f^{-1}(x)=g(x)$의 도함수는

$$g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))} \quad / \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$$

이다.

Comments

- $f^{-1}\circ f(x) = f\circ f^{-1}(x) = x$
- $f(a)=b \Leftrightarrow g(b)=a.$

9 매개변수의 미분법

$x=f(t)$, $y=g(t)$ 가 t에 대해 미분가능하면

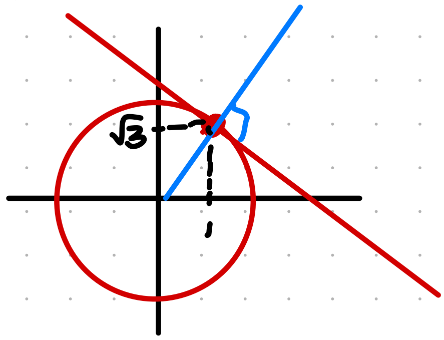
$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)} \quad \left(\frac{dx}{dt}\neq 0\right)$$

이다.

Comments "접선의 기울기를 구하는 3가지 접근법"

ex) $x^2+y^2=4$ 위의 점 $(1,\sqrt{3})$에서의 접선의 기울기를 구하시오.

i) 도형으로 풀기 → 강력추천



"기울기의 곱 = -1" 활용.

수직 관계에 있는 직선의 기울기가 $\sqrt{3}$ 이므로 접선의 기울기는 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

ii) 음함수의 미분으로 풀기

$$2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0 \rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

iii) 매개변수 미분으로 풀기

$$\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 2\sin t. \end{cases}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2\cos t}{-2\sin t} = -\frac{\cos t}{\sin t}$$

$$= -\frac{\cos\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

10 이계도함수

도함수의 도함수 → 2번 미분.

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f'(x+\Delta x)-f'(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y'}{\Delta x}$$

$$\frac{d}{dx}f'(x) = \frac{d}{dx}y'$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}y\right)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}f(x) = \frac{d^2y}{dx^2} \qquad f''(x) = y''$$

11 접선의 방정식

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $P(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

접점

Comments

외부의 점 (x_1, y_1)에서 곡선 $y=f(x)$에 접선을 그을 때 접점이 $(\alpha, f(\alpha))$라 하면 $f'(\alpha)=\dfrac{f(\alpha)-y_1}{\alpha-x_1}$

∴ 접선 $y-f(\alpha)=f'(\alpha)(x-\alpha)$에 (x_1, y_1)을 대입한 식과 동일하다.

12 곡선의 오목과 볼록

곡선 $y=f(x)$가 어떤 구간에서

① $f''(x)>0$, $y=f(x)$는 그 구간에서 아래로 볼록

이유: $f'(x)$가 증가

② $f''(x)<0 \longrightarrow$ 위로 볼록

이유: $f'(x)$가 감소

③ 변곡점: 곡선의 오목과 볼록이 바뀌는 지점

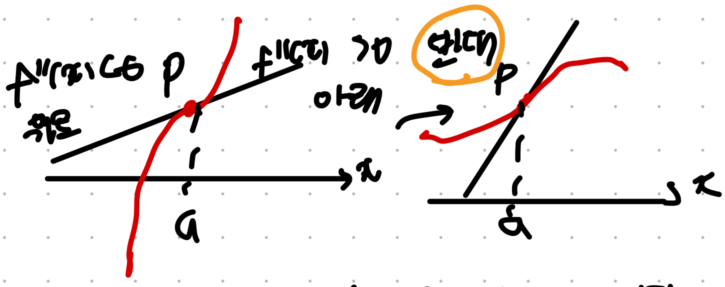
④ 함수 $f(x)$가 $(a, f(a))$에서 변곡점을 가질 때, $x=a$ 근방에서

$f''(x)$: $x=a$의 좌우에서 부호 바뀜!

$f'(x)$: $x=a$ 좌우에서 증가 감소 바뀜!

$\Longleftrightarrow$ $x=a$에서 $f'(x)$가 극댓값이나 극솟값을 가진다.

Comments "곡선을 뚫고 지나가는 접선"



∴ 변곡점에서의 접선은 곡선을 뚫고 지나간다.

13 이계도함수를 이용한 극값의 판정

이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$에 대해

$f'(a)=0$ 일 때,

a. $f''(a)>0 \rightarrow x=a$에서 $f(x)$는 극소

b. $f''(a)<0 \rightarrow x=a$에서 $f(x)$는 극대

14 함수의 그래프 개형

① 곡선 존재범위 (정/치)

② 곡선 대칭성, 주기

③ 좌표축과의 교점

④ 증가·감소와 극값

⑤ 오목·볼록, 변곡점

⑥ $\lim_{x\to\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, 점근선

15 방정식과 부등식에서의 활용

방 방정식 $f(x)=0$의 실근은 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축$(y=0)$과의 교점의 x좌표이다.

방정식 $f(x)=g(x)$의 실근은 두 함수의 교점의 x좌표!

부 ① 어떤 구간에서 부등식 $f(x)>0$이 성립함을 보이려면 주어진 구간에서 $y=f(x)$의 최솟값>0 임을 보이면 된다.

② " $f(x)>g(x) \longrightarrow h(x)=f(x)-g(x)$

$\rightarrow h(x)$의 최솟값>0!

Comments "산술평균 ≥ 기하평균의 활용"

① $a>0, b>0$, 등호는 $a=b$일 때 성립

$a+b \geq 2\sqrt{ab}$

② $a>0, b>0$, 등호는 $a=b$ 일 때 성립

$a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc}$

③ $a_n>0$, 등호는 $a_1=a_2=\cdots=a_n$일 때 성립

$a_1+a_2+\cdots+a_n \geq n\sqrt[n]{a_1a_2\cdots a_n}$

이를 활용해 미분을 하지 않고도 극솟값을 구할 수 있는 문제가 종종 있다!

Comments "변화율 문제 푸는 법"

→ $\frac{dx}{dt}$ 제시 ⇒ $\frac{dy}{dt}$ 구하기

→ ① x와 y의 관계식 찾기

② 양변 미분! → 답.

∴ $f(x)=g(y)$

$f'(x)\frac{dx}{dt} = g'(y)\frac{dy}{dt}$

$\frac{dy}{dt} = \frac{f'(x)}{g'(y)} \frac{dx}{dt}$

4. 적분법

I 부정적분의 계산

① $n \neq -1 \rightarrow \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

② $n=-1 \rightarrow \int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx$

$= \ln|x| + C$

$\rightarrow \int dx = x + C$

③ $\int \sin x\, dx = -\cos x + C$

④ $\int \cos x\, dx = \sin x + C$

⑤ $\int \sec^2 x\, dx = \tan x + C$

⑥ $\int \csc^2 x\, dx = -\cot x + C$

⑦ $\int \sec x \tan x\, dx = \sec x + C$

⑧ $\int \csc x \cot x\, dx = -\csc x + C$

⑨ $\int e^x dx = e^x + C$

⑩ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$

2 치환적분법

미분가능한 함수 $g(t)$에 대해 $x=g(t)$일 때

$\int f(g(t))g'(t)dt = \int f(x)dx$ 이다.

Comments "치환적분 계산법"

① $g(x)$와 $\times g'(x)$ 찾기

② $g(x)=t$ 치환

③ $dx \rightarrow dt$로 교체 / 적분변수(=미분변수) 교체

④ $g'(x)$를 삭제

($\times g'(x) \rightarrow \times 1$로 교체)

Comments "치환적분법 핵심 원리"

① $F(g(x))$를 x로 미분해보자.

$\{F(g(x))\}' = f(g(x))g'(x)$

② $g(x)=t$ 치환후

$F(g(x)) = F(t)$를 t로 미분해보자.

$\{F(t)\}' = f(t)$

→ ①: $f(g(x)) = f(t)$에 $\times g'(x)$가 있지만

②: $\times g'(x)$가 없다.

3 부분적분법

$$\int f(x)g'(x)\,dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)\,dx$$

$$\int f(x)g(x)\,dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x)\,dx$$

적분 ⟷ 미분			
e^x	$\sin x$ $\cos x$	$\frac{1}{x}$ x^2 x^3	$\ln x$

4 정적분에서의 치환적분법

구간 $[a,b]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대해 미·가 함수 $x=g(t)$의 도함수 $g'(t)$가 구간 $[\alpha,\beta]$에서 연속이고, $a=g(\alpha)$, $b=g(\beta)$이면

$$\int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)\,dt = \int_a^b f(x)\,dx$$ 이다!

comments "치환적분의 핵심원리"

치환적분의 핵심 원리는 합성함수 미분의 역과정이라는 것이다. 원리도 모른채로 공식에 단순 대입 하지 말고 이걸 활용하자.

*합성함수 미분의 역과정

$$\{F(g(x))\}' = f(g(x))g'(x)$$

$$\Leftrightarrow \int f(g(x))g'(x)\,dx = F(g(x)) + C$$

$$\therefore \int_\alpha^\beta f(g(x))g'(x)\,dx = [F(g(x))]_\alpha^\beta$$

5 정적분에서의 부분적분법

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미·가 이고 $f'(x)$, $g'(x)$가 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)\,dx$$ 이다!

6 정적분에서의 급수의 관계

도형의 넓이나 부피를 구할 때 주어진 도형을 세분화하여 그 도형의 넓이나 부피의 근삿값을 구한 다음 이 근삿값의 극한값으로 그 도형의 넓이 아 부피를 구할 수 있다.

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x = \int_a^b f(x)\,dx$$

(단, $\Delta x = \frac{b-a}{n}$, $x_k = a + k\Delta x$)

$f(x) > 0 \rightarrow \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x > 0$

그 반대도 성립.

comments "모개념 바로잡기"

급수 → 정적분

$\Sigma \rightarrow \int$ $dx \rightarrow \Delta x$ 로

많이 바뀌어 이라는 Σ와 $\int$ 이 교환이 가능하지 않기 때문이다.

게다가, Δx는 '수'이지만 dx는 '수'가 아니다.

comments + "급수를 정적분으로 고치는 방법."

① x좌표 = 등차수열 = x_k

② 밑변 = 공차 = $\frac{p}{n}$

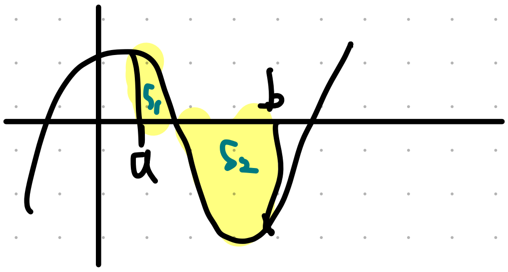
③ 구간 = x_k 범위 = $x_1 \sim x_n$

④ 높이 = 함숫값 = $f(x_k)$

↳ $x_k = x$ 로 치환 후 Δx를 제외한 부분이 곧 함수 $f(x_k)$이다

7| 도형의 넓이 총 정리.

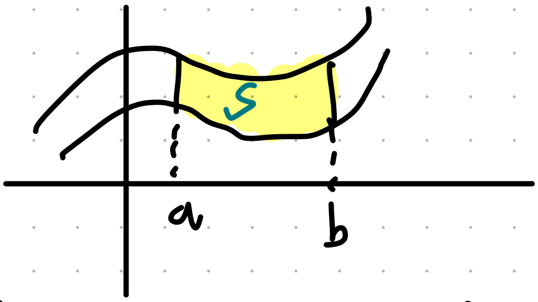
① 곡선 / x축



$\int_a^b |f(x)|\,dx = S$

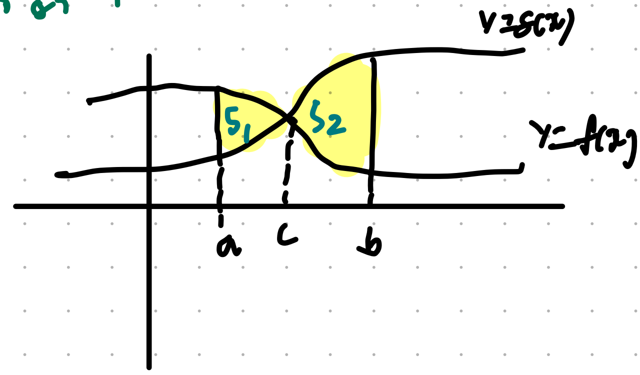
$\int_a^b f(x)\,dx = S_1 - S_2$

② 두 곡선



$\int_a^b |f(x) - g(x)|\,dx = S$

③ 도함수 차.



$\int_a^b \{f(x) - g(x)\}\,dx = S_1 - S_2$

④ 곡선 / y축

① $x=g(y) \ge 0 \rightarrow \int_b^t g(y)\,dy = S(t)$

② $x=g(y) \le 0 \rightarrow \int_b^t g(y)\,dy = -S(t)$

$x=g(y)$ 양 → S_1 / $x=g(y)$ 음 → S_2 [넓이]

③ $\int_b^c g(y)\,dy = S_1 - S_2$

$\int_b^c |g(y)|\,dy = S_1 + S_2 = S$

8| 도형의 부피 총 정리

① 구간 $[a,b]$의 임의의 점 x에서 x축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $S(x)$인 입체의 부피 V는

$$V = \int_a^b S(x)\,dx.$$

② 곡선 $y=f(x)$ (단, $a \le x \le b$)를 x축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피 V는

$$V = \pi\int_a^b y^2\,dx = \pi\int_a^b \{f(x)\}^2\,dx$$

y축의 둘레 $x=g(y)$

$$V = \pi\int_c^d x^2\,dy = \pi\int_c^d \{g(y)\}^2\,dy$$

9| 평면운동 총정리.

평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 (x,y)가 $x=f(t)$, $y=g(t)$로 주어질 때,

① 속도: $\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) = (f'(t), g'(t))$

② 속력: $|\vec{v}| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$

$= \sqrt{\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2}$

③ 가속도: $\vec{a} = \left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}\right)$

$= (f''(t), g''(t))$

④ 가속도의 크기 $= \sqrt{\{f''(t)\}^2 + \{g''(t)\}^2}$

(속도의 크기=속력)

(대신 표현 가속도로)

이동해여! $t=a \rightsquigarrow t=b$까지 움직인거리 l

$$l = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\, dt$$

$$= \int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2}\, dt.$$

10 곡선의 길이

① 매개변수 일 땐이지 $\boxed{9}$ 길이와 $=$

② 다면, 호의 길이 l ($y=f(x)$의 구간 $a \le x \le b$)

$$\rightarrow l = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx$$

$$= \int_a^b \sqrt{1 + \{f'(x)\}^2}\, dx$$

The End.