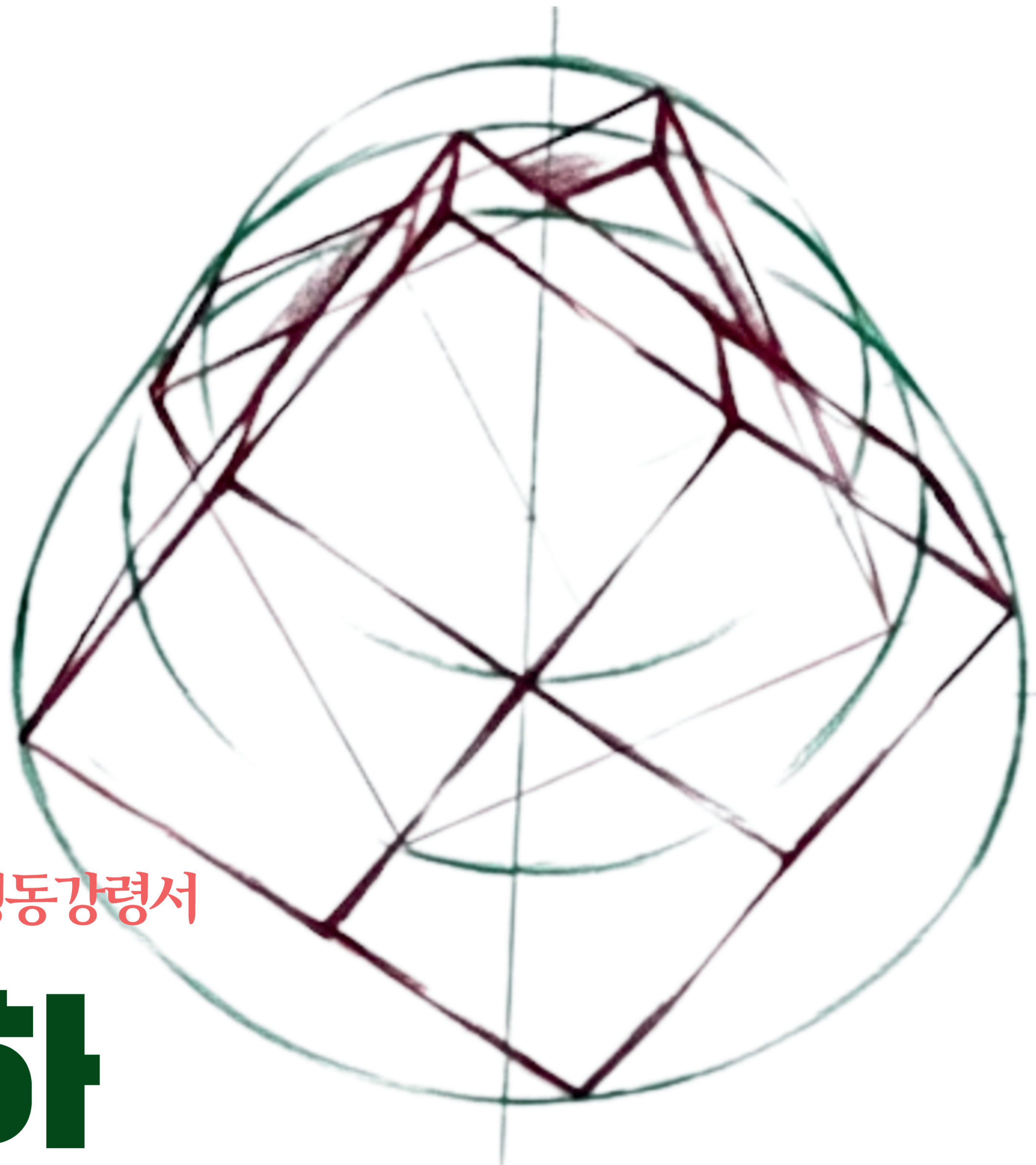
GEOMETRIC

2027

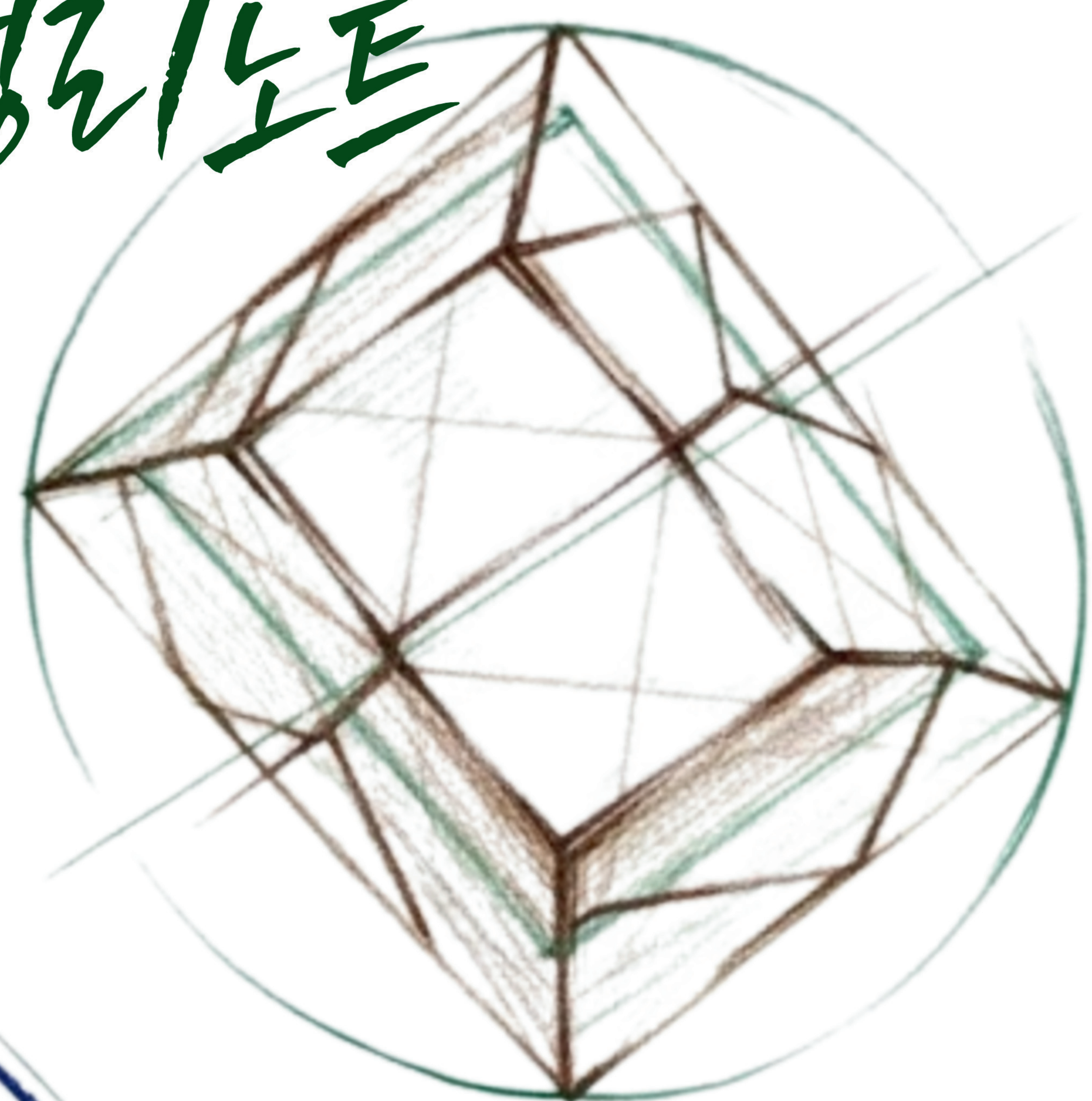


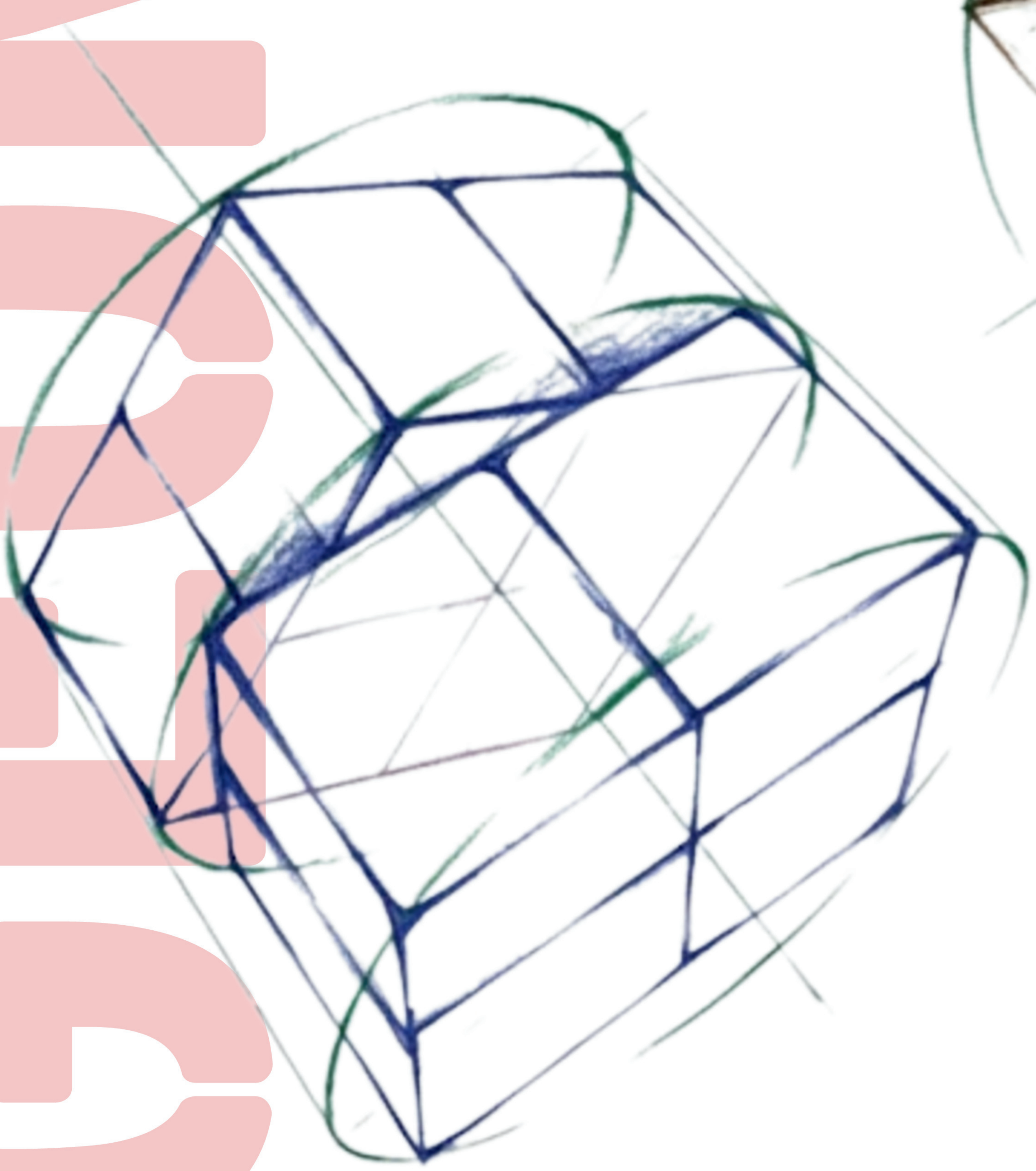
궁극의 기하 실전개념+행동강령서

수능기하

태도노트정리노트

PARK SUYOUNG





ORIGINAL
EDITION
NO.1

2027

수능 기하

태도정리노트

〈저자 소개〉

박수영

Orbi 닉네임: ㅋㅅㅋㅌ

학력

서울대학교 물리교육과 25학번
신일고등학교 55기 졸업

이력

메가스터디 제 21기 목표달성장학생
(현) 러셀 신성규 선생님/메가스터디 온라인 이원준 선생님 연구실 조교
2025학년도 서울대 물리교육과/연세대 물리학과/고려대 학부대학 정시 일반전형 합격
2025학년도 평가원 수학 시험 ALL 1등급 (선택과목 기하)
2025학년도 9월 모평 수학 전국 표준점수 수석 (전국 표준점수 만점자 135명)

저서

2026 수능 기하 태도정리노트 (Orbi Docs)
- Orbi Docs 연간 베스트셀러 6위, 역대 누적 인세 87위 (2026.01.08 기준)

Special Thanks to...

신일고등학교 최정욱 선생님
EBSi 안국선 선생님
메가스터디 러셀 신성규 선생님

〈머릿말〉

〈기하〉를 선택하신 여러분,
혹은 논술/내신을 위해 기하를 공부하시는 여러분 모두 진심으로 환영합니다.

수능 선택과목 〈기하〉는 참으로 매력적인 과목입니다. 〈미적분〉 대비 적은 개념 양과 공부량, 〈확률과 통계〉 대비 적은 표점 불이익, 기출문제에서 큰 변화가 없는 안정적인 출제 기조, 과목 자체가 가지고 있는 재미 등 많은 장점을 가지고 있죠. 하지만 동시에 공부하는데 있어 상당한 불편함이 있는 과목이기도 합니다.

2022학년도 수능의 고난이도 출제로 인해 대규모의 선택자 수가 〈미적분〉이나 〈확률과 통계〉로 이탈하면서 안 그래도 적었던 기하 선택자의 인원수는 점차 줄어들게 되었고, 급기야 2025, 2026학년도 수능에서는 수학 미응시자의 수보다 적은 1만 3천여명만이 〈기하〉를 선택하는 지경에 이르렀습니다. 자연히 사교육 업체들은 돈이 되지 않는 실전개념 강의 개정과 사설 문제의 출판을 멈추었고, 기하는 점차 누구도 신경쓰지 않는 '버려진 과목' 취급을 받기에 이르렀습니다. 그 과정에서 과거의 실전개념들은 조금씩 현재의 평가원 시험과 괴리감을 가지게 되었고, 어떤 문제는 과거의 실전 개념으로는 포괄하기 어려운 유형으로 출제되기도 했습니다.

필자는 재수하면서 기하로 선택과목을 변경한, 소위 '기하 런(Run)' 을 직접 경험한 당사자로서, 이차곡선이 뭔지도 모르는 생 노베로 시작해 6월, 9월, 수능 세 번의 평가원 시험에서 모두 1등급을 받아내었습니다. 수험생 시절 공부하면서 겪었던 여러 고충들, 새롭게 알게 된 여러 아이디어, 기하 과외와 현장 조교 업무를 병행하면서 얻은 자잘한 팁을 반영해 현재 평가원 시험의 형식과 출제의도에 가장 알맞은 컴팩트한 교재를 만들었습니다.

본 교재에는 필자가 문제를 풀면서 정리한 행동원칙, 문제풀이의 태도부터 기조에 맞게 다듬은 실전개념, 최신 교육청/평가원/사관학교 기출분석까지, 평가원 시험을 위해 필요한 선택과목 〈기하〉의 모든 것을 넣었습니다. 그저 교과서를 복붙할 뿐인 기본개념/기본공식은 전부 쳐냈습니다. 기본개념을 충분히 학습한 뒤 기출문제와 N제를 풀면서 병행하거나, 단권화 노트로 사용하거나, 혹은 내신 시험과 논술 시험 대비를 위해서도 사용 가능합니다.

그럼 노트에서 뵙겠습니다. 좋은 결과가 있길 바랍니다.

2026.01.08.

〈목차〉

〈들어가기에 앞서〉

- 본 교재에 수록된 문제들은 전부 평가원, 교육청, 사관학교 기출문제들입니다. 해당 문제들의 저작권은 한국교육과정평가원 및 각 시/도 교육청, 육군사관학교 입학관리본부에 있습니다.

- 본 교재에서 볼드체 처리되어있는 내용들은 수록된 **태도, 실전개념 중에서 특히 필수적으로 알아두셔야 할 내용들**입니다. 학습의 강약 조절에 참고해주시길 바랍니다.

- 교재에 수록된 내용들은 전부 문장 형태의 태도와 실전개념입니다. 다만 보다 명확한 이해를 돕기 위해 **부연설명이 필요한 경우 그림과 comment를 추가로 작성**하였습니다.

- 수록된 문제들에는 다음의 난이도 기준을 따라 별표(★)를 매겼습니다.
0개: 특기할 만한 점이 없으며 **매우 쉽게 풀림**.
1개: 기존 기출 대비 **엄청 어렵진 않으나 특기할 만한 점**이 있음.
2개: **준킬러급 난이도**. 조금만 실수한다면 틀릴 수 있음.
3개: **준킬러 ~ 킬러급 난이도**. 계산이나 난이도 면에서 상당한 변별력을 갖추고 있음.
4개: 해당 유형에서 **평가원이 출제 가능한 최고난도 수준**의 문제.
5개: **평가원에서는 사실상 출제 불가능한 수준**의 문제. 사설에 가끔씩 등장.

- 챕터 4에 수록된 기출 시험지별 난이도는 하, 중하, 중, 중상, 상으로 분류하였습니다. 분류별 난이도 기준은 다음과 같습니다.

하: 전반적인 **난이도가 매우 쉬운 수준**이며 실력에 따라 한 문제 정도의 복병이 존재함.
예시: 2024 6월, 2025 9월

중하: 전반적인 **난이도는 쉬운 수준이나 한 문제 정도의 복병**이 존재함.
예시: 2024 9월, 2024 수능, 2026 6월

중: 전반적인 **난이도는 평이한 수준**이며 실력에 따라 한두 문제 정도의 복병이 존재함.
(보통 평가원에서 내는 가장 표준적인 난이도 구성이며, 1컷은 88점 전후로 형성됨.)
예시: 2023 9월, 2023 수능, 2025 수능

중상: 전반적인 **난이도가 살짝 높으며 두 문제 정도의 복병**이 존재함.
(주로 킬러 1문제 + 신유형 or 특이한 문제 1문제)
예시: 2023 6월, 2026 9월, 2026 수능

상: 전반적인 **난이도가 매우 어려운 수준이며 4점 문항 전반이 복병**이 될 수 있음.
(주로 킬러 2문제 or 킬러 1문제 + 신유형 2문제)
예시: 2022 수능, 2025 6월

0. 기하 문제 풀이 시 명심할 것들

이 챕터는 필자가 현역/재수 2년의 수험생활을 겪으며 습득한 행동 원칙과 문제풀이 태도를 다루고 있습니다. 단순한 시험 운영 시의 마인드부터 특정 그림에 반응하는 방법, 학습에 관한 자잘한 팁까지 포함되어 있습니다.

문제풀이에서 일관적인 태도와 원칙은 매우 중요한 요소인 만큼,
반드시 명심하고 학습에 임해주시길 바랍니다.

0.1. 행동원칙

'모르면 PASS' 명심할 것! "아 나 이거 아는데…" 해서 붙잡고 있는게 제일 위험하다.
(ex: 221126, 251126)

겉보기만 보고 난이도를 속단하지 말 것. 흉악해보이는 문제가 의외로 쉬울 수 있다.
(ex: 241128, 250928)

수능은 점수를 0점에서 하나씩 쌓아올리는 시험이다.
풀 수 있는 것부터 다 풀고서 어려운 문제를 고민하자.

'n분 컷'에 너무 집착하지 말자.
시험 운영은 최소한의 틀만 잡아 놓고 알잘딱하게 대처해야한다.

쫄지 마라. 위축되면 풀 수 있는 문제도 틀리게 된다.

수능은 Speed Test가 아니다.
50분컷 88점보다 100분 꽉 채워서 받은 100점이 더 낫다는 점을 명심하자.

자주 하는 실수는 실력이다.
두 번 이상 같은 실수가 반복된다면 따로 정리해놓자.

벡터를 다루는 관점은 다다익선이다.
기출/n제를 풀면서 특이한 관점이 나오면 철저하게 분석해 익혀놓자.

0.2. 문제풀이 태도

 # 문제가 안 풀린다면 제대로 읽은 게 맞는지부터 생각해 보자.
익숙함에 속아 제멋대로 읽으면 십중팔구 틀린다.

풀이를 어떻게 시작할지 감이 안 잡힌다면 다음과 같이 행동해보자.

1. 문제를 **문장단위로 끊어읽는다.**
2. 특정 조건에서 **떠올릴 수 있는 것/떠올려야 하는 것들을 차분히 정리**해본다.
3. 이를 통해 **풀이 방향을 대강이나마 파악**한 다음 문제를 풀어보자.
4. 아무것도 떠오르지 않는다면 일단 할 수 있는 것부터 해보자.
   의외로 해야 할 걸 하다 보면 알아서 풀리는 경우도 종종 있다. (ex: 221126)

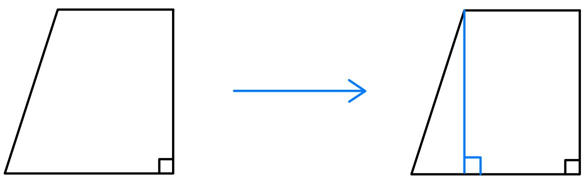
"뭔가 이럴 것 같은데?" 싶어서 단정하는 것은 매우 위험하다.
기하적 상황 판단은 항상 논리적 정당화 과정을 거쳐야 한다.

꼭 필요한 게 아니라면 기하에서 좌표 잡고 계산하는 것은 피하는 게 좋다.

두 개 이상의 동점/변수벡터 등이 제시될 경우
한 변수를 고정시키고 다른 변수의 변화를 파악하여 관찰한다.

한눈에 이해하기 복잡한 수학적 표현은 자기만의 언어로 재표현하자.

직각사다리꼴은 직사각형과 직각삼각형으로 끊어서 분석한다.

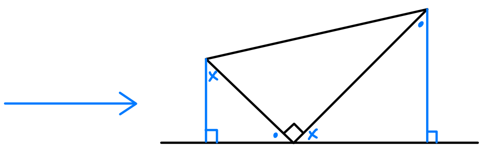


만일 기하 문제를 **풀다가 막히면 그 즉시 다른 관점으로 볼 수 있는지 고려해보자.**
'빠른 손절은 익절' 이다.

복잡한 그림은 문제풀이에 필요한 부분만 따로 떼어내서 그려가며 푼다.

수직 표현, 크기가 같은 각은 그림에 반드시 표시해 두자.

직선에 비스듬히 맞닿아있는 직각삼각형은 닮음의 시그널이다.



원 위의 동점과 원 밖의 한 점의 거리의 최대/최소는
원의 중심을 지나는 직선을 통해 판단한다.
단, 원의 모양새가 완전하지 않다면 성립하지 않을 수도 있다.

0.3. 나만의 행동 원칙/태도 정리하기

이 챕터에는 의도적으로 아무런 내용도 수록하지 않았습니다.
추후 학습하시면서 본 책에는 없지만 스스로 만든 행동 원칙, 태도를 정리하여 이 페이지에 단권화해주세요.
파이널 학습/슬럼프 극복에 아주 중요한 자산이 될 겁니다.

MEMO

토막 상식: 기하는 매우 드물게 미적분의 만점 표준점수를 역전하곤 합니다. 다만 수능에선 아직까지 한 번도 역전된 적이 없습니다...

1. 이차곡선

이차곡선은 전반적으로 고등학교 1학년 수학에서 배우는 '직선과 원의 방정식'과 수학 1에서 배우는 '지수/로그함수의 그래프'의 연장선에 있는 단원이며, 출제 포인트 역시 앞의 두 단원과 어느 정도 비슷한 편입니다. '직선과 원의 방정식'이 주로 원의 정의와 **적절한 좌표 대입**을 통해 문제를 해결하도록 하고, 지수/로그함수의 전통적인 출제 방식이 **직선과의 교점에서 기하적 상황을 파악하여 계산**하도록 한다면, 이차곡선은 이 두 가지를 모두 포괄하는 방향으로 출제하고 있습니다.

다만 아무래도 과목 이름이 '기하' 이니만큼, 앞의 두 단원보다 **평면기하적 해석을 적극적으로 요구**하는 편입니다. 사인/코사인 법칙과 직각삼각형의 성질은 풀이과정에서 언제 어떻게 튀어나올지 모르므로, 부단한 노력을 통해 감각을 최대한 끌어올려주시길 바랍니다.

나머지 단원에 비해서는 상대적으로 무게감이 적고 빠르게 숙달이 가능하지만, 나머지 단원보다 공부량 자체가 적어 **감을 잃어버리면 파이널 기간에 발목이 잡히기 쉽습니다.** 꾸준하게 감각을 유지하는 것이 중요하므로 기출, EBS, N제 등을 꾸준히 공부하면서 감을 잃지 않도록 노력해주시길 바랍니다. (그나마 2, 3단원에 비해 기출문제의 양이 많다는 점은 장점 아닌 장점이라고 할 수 있겠습니다.)

(일반적으로 1단원은 크게 '이차곡선의 방정식'과 '이차곡선과 직선의 관계'로 나누지만,
본 교재에서는 학습의 용이성을 고려하여 '포물선', '타원과 쌍곡선'으로 분류합니다.)

1.1. 포물선

포물선의 필수작도요소는 **축, 준선, 초점**이다.

comment: '필수작도요소' 란 이차곡선 문제를 풀려면 무조건 그려야 하는 최소한의 구성요소를 뜻합니다. 현재까지 출제된 모든 평가원/교육청/사관학교 기출문제를 기반으로 정해놓은 것인 만큼 풀이 시에 꼭 잊지 말고 작도해주시길 바랍니다.

포물선의 방정식은 **항상** $y^2 = 4px$ **또는** $x^2 = 4py$ **꼴로 정리**한다.

comment: 나중에 익숙해지면 4를 밖으로 빼내지 않아도 되지만, 처음 배울 때는 준선과 초점의 위치를 파악하기 위해서라도 '의식적으로' $4 \times p$의 형태로 우변을 정리하시는 것을 추천드립니다.

포물선 위 점의 x, y좌표의 의미:

1) 거리 정보
2) 좌표 대입 후 계산

꼭짓점이 원점이 아닌 포물선의 접선은 꼭짓점을 **원점으로 옮겨서 계산하고 나중에 원래 자리로 옮겨서 판단한다.**

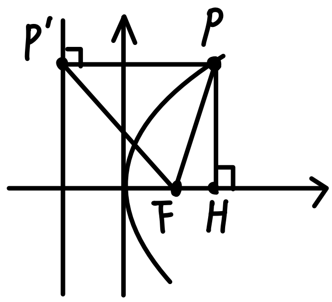
포물선을 대하는 두 가지 관점:

1) 기하적 관점: 정의 활용, 문제에서 주어진 논증기하적 상황 관찰
2) 대수적 관점: 좌표 대입, 방정식 연립

comment: 이차곡선 문제 풀이 시에는 기하적 관점을 우선적으로 고려하되, 대수적 관점의 사용을 잊지 말고 항상 염두에 두고 있어야 합니다. 이는 포물선뿐 아니라 타원/쌍곡선 문제에서도 마찬가지입니다.

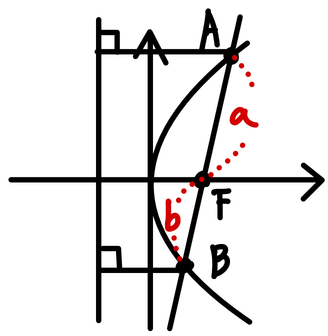
포물선 위의 점은 항상 초점과 연결하고 준선과 축에 수선의 발을 내린 다음 관찰한다.
이때 고려해볼 대상은 다음과 같다.

1) 밑변의 길이: $|x_p - x_F|$
2) 빗변의 길이: 포물선의 정의 활용
3) 높이의 길이: 피타고라스의 정리 or $|y_p|$
4) **삼각형 PP'F는 PP'=PF인 이등변삼각형이고 P'F의 중점은 y축 위에 놓여있다.**



포물선의 초점을 지나는 직선은 교점에서 준선과 축에 수선의 발을 내린 다음 관찰한다.
이때 고려해볼 대상은 다음과 같다.

1) 초점을 기준으로 끊어서 각각의 선분에 정의를 활용한다.
2) 점 A와 점 B의 x좌표를 각각 x_A, x_B라고 할 때
   x_A, p, x_B는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.
3) **매우 중요!** $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ **이 식은 절대 잊어먹지 말고 항상 기억해두자.**



포물선의 접선의 성질은 자주 활용되므로 외워두고 사용하는 것이 좋다.

1) $-x_A = x_B$ **이 성질은 매우 자주 활용되니 잊어먹지 말고 항상 기억해두자.**

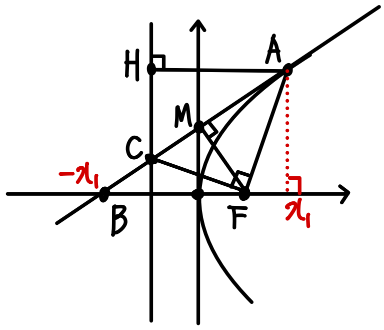
2) **AB와 FM은 서로 수직이고 삼각형 ABF는 FA=FB인 이등변삼각형이다.**

3) 삼각형 ACF와 삼각형 ACH는 합동이다.

4) $2y_M = y_A$ **이 성질은 매우 자주 활용되니 잊어먹지 말고 항상 기억해두자.**

5) 준선 위의 한 점에서 포물선에 그은 두 접선은 직교한다.

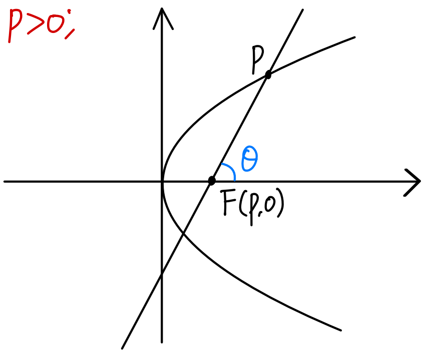
(ex: 2023학년도 경찰대 13번)

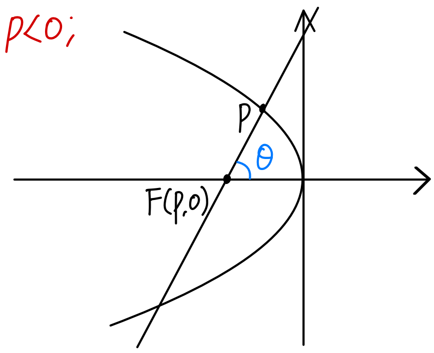


comment: 접선의 성질을 활용할 때는 반드시 '접선일 때만' 사용해야 합니다. 문제의 상황이 접선처럼 보인다고 해서 무작정 사용했다간 큰일 날 수 있습니다! (ex: 250929 기하)

포물선 $y^2 = 4px$에서 직선 FP와 x축의 양의 방향이 이루는 각을 $\theta\,(0 < \theta < \pi)$ 라고 하면 p의 범위에 따라 다음의 식이 성립한다.

$p > 0$일 경우 $\overline{PF} = \dfrac{2p}{1-\cos\theta}$, $p < 0$일 경우 $\overline{PF} = \dfrac{-2p}{1+\cos\theta}$





comment: 그림에서 선분 FP의 길이를 각각 포물선의 정의와 삼각비로 나타낸 다음, 두 식을 연립하면 위의 관계식을 도출할 수 있습니다.

연립을 시도해볼 만한 경우

1) 포물선과 포물선/직선/원의 연립 결과가
x **또는** y **단일 문자의 이차방정식으로 정리**되는 경우 (ex: 220629)

연립을 가급적 하면 안 되는 경우

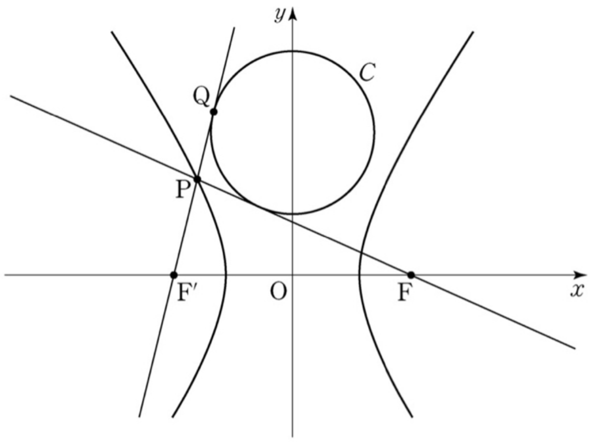
1) 포물선과 **서로 중심이 다른** 포물선/타원/쌍곡선/원의 연립
2) 연립 결과가 x 또는 y 단일 문자의 이차방정식으로 정리되지 않는 경우

comment: 이차곡선 문제에서 '이차곡선의 방정식 연립' 이 출제의도였던 기출문제는 손에 꼽을 만큼 그 수가 적습니다. 연립은 어디까지나 다른 방법이 다 막혔을 때 사용하는 최후의 수단으로 남겨두시는 게 좋습니다.

1.3. 연습문제

1) 181127 가형 (★)

27. 그림과 같이 두 초점이 F, F′인 쌍곡선 $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{17}=1$ 위의 점 P에 대하여 직선 FP와 직선 F′P에 동시에 접하고 중심이 y축 위에 있는 원 C가 있다. 직선 F′P와 원 C의 접점 Q에 대하여 $\overline{\mathrm{F'Q}}=5\sqrt{2}$일 때, $\overline{\mathrm{FP}}^2+\overline{\mathrm{F'P}}^2$의 값을 구하시오. (단, $\overline{\mathrm{F'P}}<\overline{\mathrm{FP}}$) [4점]



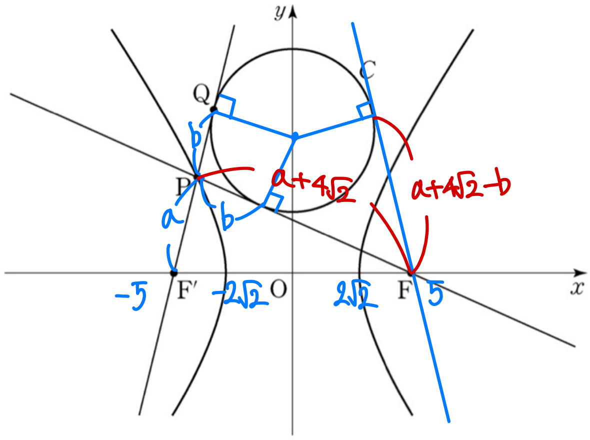
〈ㅋㅅㅋㅌ‘s comment〉

“타원과 쌍곡선은 중심축을 기준으로 한 대칭성을 고려해야 한다.”

참 단순하기 그지없는 말이지만 실전에서는 이야기가 다릅니다. 이 문제가 출제되었을 당시 많은 수험생들이 틀렸다는 점이 그 증거겠죠.

손해설

27. 그림과 같이 두 초점이 F, F′인 쌍곡선 $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{17}=1$ 위의 점 P에 대하여 직선 FP와 직선 F′P에 동시에 접하고 중심이 y축 위에 있는 원 C가 있다. 직선 F′P와 원 C의 접점 Q에 대하여 $\overline{\mathrm{F'Q}}=5\sqrt{2}$일 때, $\overline{\mathrm{FP}}^2+\overline{\mathrm{F'P}}^2$의 값을 구하시오. (단, $\overline{\mathrm{F'P}}<\overline{\mathrm{FP}}$) [4점] → $a+b=5\sqrt{2}$



$\cancel{a}+b=\cancel{a}+4\sqrt{2}-b$

$\rightarrow b=2\sqrt{2},\ a=3\sqrt{2}$

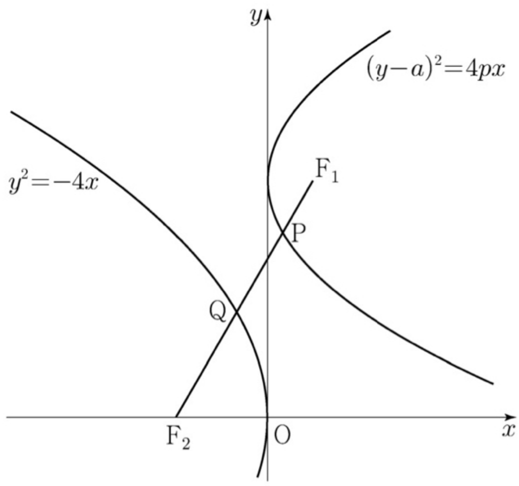
$\overline{\mathrm{FP}}=7\sqrt{2},\ \overline{\mathrm{F'P}}=3\sqrt{2}$

$\boxed{\therefore \mathrm{FP}^2+\mathrm{F'P}^2=116}$

2) 221128 기하 (★★★)

28. 두 양수 a, p에 대하여 포물선 $(y-a)^2=4px$의 초점을 F_1이라 하고, 포물선 $y^2=-4x$의 초점을 F_2라 하자. 선분 $\mathrm{F}_1\mathrm{F}_2$가 두 포물선과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{\mathrm{F}_1\mathrm{F}_2}=3$, $\overline{\mathrm{PQ}}=1$이다. a^2+p^2의 값은? [4점]

① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7

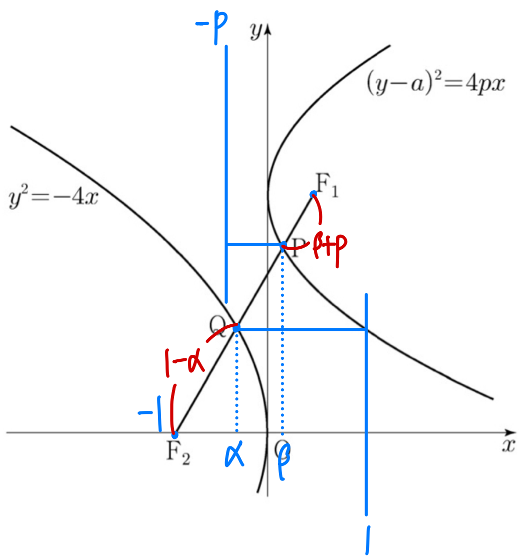


〈ㅋㅅㅋㅌ's comment〉
2015 개정 교육과정의 평가원 이차곡선 기출 중 top 3 안에 들어가는 고난이도의 문제입니다.
앞서 설명드린 '필수작도요소'를 표시하고 이용하지 않으면 풀지 못 할 가능성이 높습니다.

손해설

28. 두 양수 a, p에 대하여 포물선 $(y-a)^2=4px$의 초점을 F_1이라 하고, 포물선 $y^2=-4x$의 초점을 F_2라 하자. 선분 F_1F_2가 두 포물선과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{F_1F_2}=3$, $\overline{PQ}=1$이다. a^2+p^2의 값은? [4점]

① 6　　② $\frac{25}{4}$　　③ $\frac{13}{2}$　　④ $\frac{27}{4}$　　⑤ 7



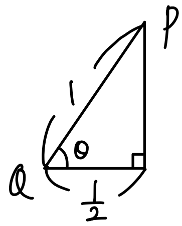
Step 1)

$\underbrace{p+1}_{F_1F_2} : \underbrace{\beta-\alpha}_{PQ} = 3:1$, $3(\beta-\alpha) = p+1$

$\beta-\alpha+\overset{3(\beta-\alpha)}{\cancel{p+1}}=2$

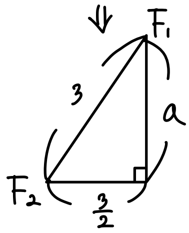
$\Rightarrow \beta-\alpha=\frac{1}{2}$

Step 2)



$\therefore \theta=60°$

$\Downarrow$



$a=\frac{3}{2}\sqrt{3}$, $a^2=\frac{27}{4}$

$p+1=\frac{3}{2}$, $p=\frac{1}{2}$

$p^2=\frac{1}{4}$

$\boxed{\therefore 7}$

2.2. 벡터 해석

문제에서 제시된 벡터 조건식을 보면 고려해볼 대상은 다음과 같다.

1) **우선 기하적으로 해석 가능한지 파악**해보자.
2) 기하적 해석이 쉽지 않다면 **적당하게 변형하여 파악**해보자.
3) **위치벡터 도입, 벡터 분해 등의 식 조작**을 거쳐 계산해보자.

문제에서 벡터의 내적값이 제시되었을 때 다음과 같이 해석할 수 있다.

1) 한 벡터의 길이 + 다른 벡터를 정사영시킨 길이의 정보
2) 두 벡터의 길이 + 끼인각의 코사인값

벡터의 내적값이 0이라는 조건은 다음과 같은 의미를 가진다.

1) **두 벡터는 서로 직교한다.**
2) 위치벡터 또는 벡터 분해를 통해 추가적인 조건식을 유도한다.

comment: 전자의 경우 기하적 관점의 벡터 해석, 후자의 경우 대수적 관점의 벡터 해석으로 분류합니다. 평가원 기출에서는 기하적 관점의 벡터 해석이 압도적으로 많이 등장하며, 후자의 경우는 과거 사관학교 기출 문제에서 몇 번 등장한 것 말고는 기출에서 잘 사용되지 않습니다.

벡터의 일차결합, 내적에 대한 해석이 복잡할 경우 벡터를 분해하여 관찰할 수 있다.
이때 고려해 볼 대상은 사용 빈도순으로 정리하면 다음과 같다.

1) 원의 중심 경유하기
2) 변수와 상수 분리하기
3) 선분의 중점 경유하기
4) n등분점 경유하기

comment: 선분의 중점을 경유하는 식 조작은 평가원 기출에서는 등장 빈도가 낮지만 사설이나 교육청 기출에서 가끔씩 등장하며, '합차공식' 의 구조를 이용할 수 있기 때문에 활용가치가 상당히 높습니다. 다음의 예제를 같이 풀어봅시다.

『*중점이 M인 선분 AB와 선분 AB상에 있지 않은 점 P에 대해 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$를 구하시오.*』

이 문제의 벡터식에서, 선분의 중점을 경유하도록 각각의 벡터를 변형해주면 다음과 같습니다.

$(\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{MA}) \cdot (\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{MB}) = |\overrightarrow{PM}|^2 + \overrightarrow{PM} \cdot (\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}) + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$

이때 $\overrightarrow{MA}$와 $\overrightarrow{MB}$는 크기는 같고 서로 방향만 반대이므로 $\overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MA}$이고,
이를 활용하면 전개식을 마치 합차공식을 활용한 것처럼 정리할 수 있게 됩니다.

$|\overrightarrow{PM}|^2 + \overrightarrow{PM} \cdot (\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MA}) - \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MA} = |\overrightarrow{PM}|^2 - |\overrightarrow{MA}|^2$

각을 구하는 두 가지 방법

1) **평면기하적 해석: 직접 구하기**

2) 대수적 해석: 벡터의 내적을 통해 간접적으로 구하기

-> (방향벡터) • (방향벡터): 끼인각의 $\cos\theta$

-> (법선벡터) • (법선벡터): 끼인각의 $\cos\theta$

-> (방향벡터) • (법선벡터): 끼인각의 $\sin\theta$

comment: 평가원 기출문제에서는 1)만을 이용하는 경우가 대부분이며, 2)는 일부 사설 문제를 제외하면 잘 사용되지는 않습니다.

2.3. 평면벡터의 아이디어

본 챕터에서는 기출, 사설 등에서 자주 등장하는 벡터방정식의 유형과 각각의 해석을 종합적으로 다루고 있습니다. 이 챕터의 내용들만 제대로 학습해도 대부분의 평면벡터 문제는 해결이 가능하니 잘 참고하셔서 활용해 주시길 바랍니다.

정점 A, B와 동점 P가 주어졌을 때 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$ -> 점 P의 자취: 지름이 $\overline{AB}$인 원

정점 P와 동점 Q에 대해 $|\overrightarrow{PQ}| = a$ -> 점 Q의 자취: 중심이 P, 반지름의 길이가 a인 원

삼각형, 정N각형, 평행사변형 등의 도형이 등장하면 중심으로 단일화하는 것을 고려해보자.
- 무게중심이 G, 꼭짓점이 A, B, C인 삼각형에 대해 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=3\overrightarrow{PG}$
- 중심이 M, 꼭짓점이 $A_1, A_2 \cdots A_n$ 인 정N각형에 대해 $\overrightarrow{PA_1}+ \cdots + \overrightarrow{PA_n} = n\overrightarrow{PM}$
- 중심이 M, 꼭짓점이 A, B, C, D인 평행사변형에 대해 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=4\overrightarrow{PM}$

$|\vec{a}+\vec{b}|$의 최대/최소는 다음과 같이 판단한다.

1) $|\vec{a}|, |\vec{b}|$가 모두 일정 -> 끼인각의 크기로 파악

2) 1) $|\vec{a}|, |\vec{b}|$가 모두 일정하지 않음 -> 벡터 변형 및 위치벡터 활용

정점 A, B와 동점 P에 대해 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AB}|^2$ -> ΔABP는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형

정점 O와 동점 P에 대해 $|\overrightarrow{OP}| \le r$ -> 점 P는 중심이 O, 반지름이 r인 원과 내부의 영역

$|\overrightarrow{OP}|, |\overrightarrow{OQ}|$의 값을 알고 있을 때 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$의 최대/최소는
$|\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}|^2 = |\overrightarrow{OP}|^2 + |\overrightarrow{OQ}|^2 + 2\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$의 식을 작성하여 구할 수 있다.

정점 O, 동점 P, Q에 대해 $\overrightarrow{OP}= n \times \dfrac{\overrightarrow{OQ}}{|\overrightarrow{OQ}|}$ -> 반직선 OQ의 '자취의 경계' 위주로 파악!

벡터의 종점이 그리는 자취의 영역의 넓이 -> 종점이 그리는 경계 위주로 도형 파악!

좌표평면에서 임의의 점 P에 대한 벡터방정식이 주어졌을 때
기하적 파악이 어렵다면 과감하게 $P(x, y)$를 설정하고 방정식을 계산해보자.
(ex: 22예시24 기하, 260630 기하)

〈22예시24 기하〉
『좌표평면에서 점 $A(4,6)$과 원 C위의 임의의 점 P에 대해 $|\overrightarrow{OP}|^2 - \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = 3$ ...』
-> $|(x, y)|^2 - (4, 6) \cdot (x, y) = 3$, $\underline{P: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 16}$

2.4. 평면벡터와 이차곡선

평면벡터와 이차곡선을 동시에 출제하는 유형은 원래 교육청 주관 학력평가에서 가끔씩 출제되던 요소였으며, 평가원에서는 상당히 오랜 기간 등장하지 않았습니다. 그러던 와중 2024학년도 6월 모의평가에서 처음 이 유형이 출제되었으며, 현재까지 평가원에서는 총 두 번이 출제되었습니다.

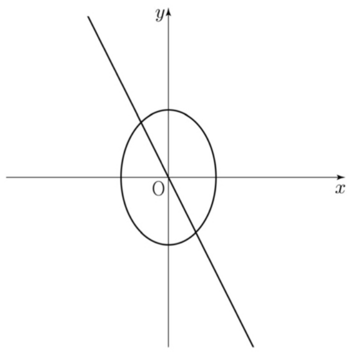
아직까지 이 유형은 한 번도 수능에 직접적으로 출제된 적은 없지만, 소재의 응용 가능성이 무궁무진한 만큼 충분히 발전된 형태로 재차 출제될 수 있습니다. 별도로 학습해둘 가치는 충분하기에 연습문제와는 별개로 각 문제들의 손필기를 수록하였으니 학습에 용이하게 활용해주시길 바랍니다.

1) 240630 기하 (별표 없음)

30. 직선 $2x+y=0$ 위를 움직이는 점 P와
타원 $2x^2+y^2=3$ 위를 움직이는 점 Q에 대하여

$$\overrightarrow{OX}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}$$

를 만족시키고, x좌표와 y좌표가 모두 0 이상인 모든 점 X가
나타내는 영역의 넓이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



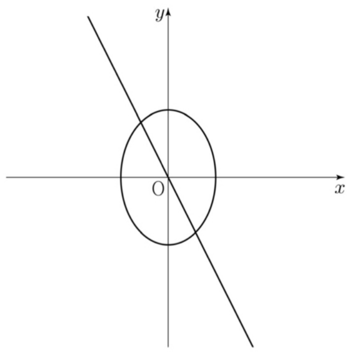
〈ㅋㅅㅋㅌ's comment〉
역대 기하 30번중 압도적으로 가장 쉽습니다. 사실상 평가원에서 '평면벡터와 이차곡선을 개정 이후 처음으로 엮어서 출제했다.' 정도의 의의만 가지는 문항입니다. 그림도 다 그려줬기 때문에 조건만 제대로 읽으면 딱 3초 컷...

손해설

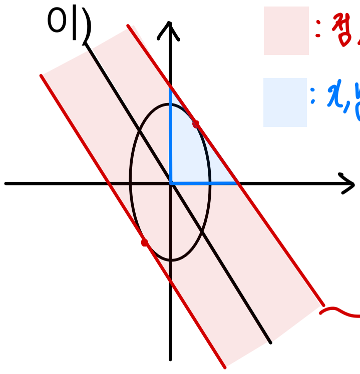
30. 직선 $2x+y=0$ 위를 움직이는 점 P와
타원 $2x^2+y^2=3$ 위를 움직이는 점 Q에 대하여

$$\overrightarrow{OX}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}$$

를 만족시키고, x좌표와 y좌표가 모두 0 이상인 모든 점 X가 나타내는 영역의 넓이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



풀이)



: 점 X가 나타내는 영역

: x,y좌표가 0 이상인 점 X의 영역

경계: $y=-2x\pm\sqrt{2\times\frac{3}{2}+3}$

$=-2x\pm3$

$\frac{1}{2}\times3\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$

$\boxed{\therefore 13}$

2) 250630 기하 (★★★)

30. 두 초점이 $\mathrm{F}(5,0)$, $\mathrm{F'}(-5,0)$이고, 주축의 길이가 6인 쌍곡선이 있다. 쌍곡선 위의 $\overline{\mathrm{PF}} < \overline{\mathrm{PF'}}$인 점 P에 대하여 점 Q가

$$(|\overrightarrow{\mathrm{FP}}|+1)\overrightarrow{\mathrm{F'Q}} = 5\overrightarrow{\mathrm{QP}}$$

를 만족시킨다. 점 $\mathrm{A}(-9,-3)$에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{AQ}}|$의 최댓값을 구하시오. [4점]

〈ㅋㅅㅋㅌ's comment〉

낯선 발문도 발문이지만 그림을 직접 그려야 해서 체감 난이도가 더 높아졌습니다. 사실 더 어렵게 출제할 수도 있는 테마지만 봐준 느낌!

손해설

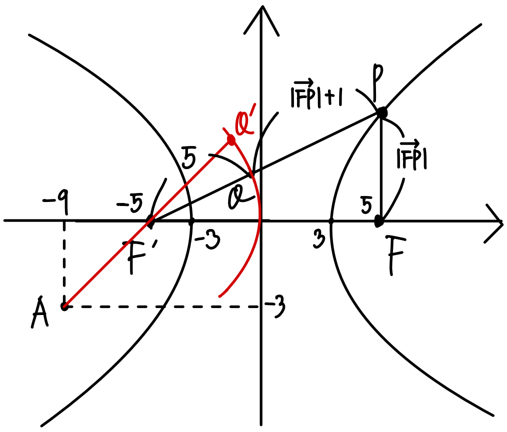
30. 두 초점이 F$(5, 0)$, F$'(-5, 0)$이고, 주축의 길이가 6인 쌍곡선이 있다. 쌍곡선 위의 $\overline{\mathrm{PF}} < \overline{\mathrm{PF'}}$인 점 P에 대하여 점 Q가

$$(|\overrightarrow{\mathrm{FP}}|+1)\overrightarrow{\mathrm{F'Q}} = 5\overrightarrow{\mathrm{QP}}$$

를 만족시킨다. 점 A$(-9, -3)$에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{AQ}}|$의 최댓값을 구하시오. [4점]

1) 두 벡터는 평행하므로 F',Q, P는 일직선상에 존재함.
2) 계수합이 FP+6이므로 쌍곡선의 정의 사용

=> 점 Q는 중심이 F'이고 반지름이 5인 원의 일부분
(자취의 경계점은 직선 F'Q가 쌍곡선과 점 P에서 접할 때 점 Q의 위치이다.)



점 Q의 자취가 직선 AF'과 만나므로
AQ의 최댓값은 AF'과 QF'의 합과 같다.

$\therefore 5+5=10$

comment: 이 책의 8p를 펼쳐 보면 맨 아래쪽에 이런 태도가 적혀있습니다.

“원 위의 동점과 원 밖의 한 점의 거리의 최대/최소는
원의 중심을 지나는 직선을 통해 판단한다.
<u>단, 원의 모양새가 완전하지 않다면 성립하지 않을 수도 있다.”</u>

이 문제가 바로 그 예외적 상황입니다. 점 Q의 자취가 완전한 원을 그리지 않는 상태에서 $|\overrightarrow{AQ}|$의 최대/최소를 물어보기 때문입니다.

만일 이 문제에서 점 Q의 자취가 직선 AF’과 만나지 않았다면 어땠을까요? 그때는 그림을 그려놓고 될거같은 상황들을 일일이 체크해보면서 확인하는 수 밖에 없기 때문에 문제 난이도가 더욱 어려워졌을 겁니다. 다행히도 평가원에서는 그 정도까지 악랄하게 출제하지는 않았지만요. (그리고 풀어보시면 알겠지만, 25학년도 6월 모평의 기하 시험지는 이미 충분히 어렵습니다.)

그래도 한 번 나온 기출의 아이디어는 언제 다시 발전되어 출제될지 모르는 법이니,
‘이 정도도 나올 수 있겠구나.’ 라는 생각을 가지고 학습해 주시길 바랍니다.

3.5. (번외) 공간벡터와 평면의 방정식

이 챕터는 2022 개정 교육과정에서 내신 혹은 수리논술 대비를 위해 〈기하〉를 공부하시는 분들을 위해 작성되었으며, 2027학년도 수능 수험생 여러분들께서는 굳이 공부하실 필요가 없는 내용들입니다.

다만 일부 공간도형 사설문제에서는 공간벡터와 외적의 개념을 부분적으로 사용하는 것이 도움된 적이 있고, 벡터 자체에 대한 개념적 이해에도 도움이 될 수 있으므로 그냥저냥 칼럼 읽는다는 느낌으로 간단하게 읽어 보시는 정도는 나쁘지 않다고 생각합니다.

다시 말씀드립니다만, **이 파트는 2027학년도 수능을 대비하시는 분들께는 명백한 '교과 외 내용'이며, 현재의 수능에서 공간벡터가 유리한 방향으로 문제가 출제될 가능성은 단 1%도 없습니다.** 절대로 과몰입하지 마시길 부탁드립니다.

공간벡터의 기본 성질은 평면벡터와 다르지 않다.

comment: **고등학교 교육과정에서는 벡터는 '유향선분', 즉 '방향성을 가진 선분' 정도**로 정의됩니다. 이 개념을 평면 단위를 넘어 공간 단위로 확장한 것이 공간벡터입니다. 선분이 평면에서든 공간에서든 똑같이 선분인 것처럼, 공간에서의 벡터 또한 기본적인 정의와 성질(수직조건, 평행조건, 두 벡터가 같을 조건 등…) 은 평면에서의 벡터와 동일합니다.

평면은 법선벡터를 통해 정의할 수 있다.

comment: 여러분들은 혹시 평면의 '방향벡터' 에 대해서 들어본 적이 있나요? 아마 없을 겁니다. 평면은 무수하게 많은 선분이 모여서 생긴 2차원 도형인만큼 방향벡터를 정의할 수 없기 때문입니다.

그렇다면 평면의 '법선벡터' 는 어떨까요? "방향벡터도 없는데 그런게 있을 리가..." 싶겠지만, 놀랍게도 **평면은 법선벡터를 가집니다.** 이는 어찌보면 당연합니다. **한 평면에 수직한 직선은, 그 평면을 이루고 있는 모든 직선과 수직하니까요**.

즉 평면은 '공간 상의 한 직선과 한 점에서 수직으로 만나는 직선들의 집합' 으로 정의할 수 있습니다. 이때 '공간 상의 한 직선'에 해당하는 것이 바로 평면의 법선벡터입니다.

외적은 두 벡터가 이루는 평면의 법선벡터를 구하는 계산이다.

comment: '각을 구하는 방법' 에 대해 생각해 봅시다. 일반적으로는 각을 파악하기 위해서 직접 기하적 상황 파악을 해야 하지만, 이 방법을 쓰기 곤란할 경우에는 방향벡터나 법선벡터의 내적을 활용해 우회적으로 구할 수 있다고 앞에서 배웠습니다.

이와 마찬가지로 평면의 법선벡터를 알고 있고, 이것을 적절하게 내적을 하면 두 평면의 이면각을 구하는 것도 가능해집니다. 이때 평면의 법선벡터를 얻기 위해 사용하는 계산법이 바로 '벡터의 외적' 입니다. 두 벡터를 연산하면서 방향성을 없애고 길이값만을 남긴 내적과는 달리, 벡터의 외적은 계산의 대상이 되는 두 벡터가 이루는 평면에 대해 수직한 법선벡터를 (정확히는 법선벡터의 방향벡터를) 얻을 수 있기 때문입니다.

정리하자면, '한 평면상의 두 벡터를 외적하면 그 평면의 법선벡터를 구할 수 있고, 이를 내적하면 두 평면의 이면각을 구할 수가 있다.' 정도로 요약을 할 수 있겠습니다.

$\vec{a}=(x_a, y_a, z_a)$, $\vec{b}=(x_b, y_b, z_b)$인 두 벡터 $\vec{a}$와 $\vec{b}$의 외적은 $\vec{a}\times\vec{b}$로 표기하고, 이 외적의 계산 값은 $(y_a z_b - z_a y_b, z_a x_b - x_a z_b, x_a y_b - y_a x_b)$이다.

 # 벡터의 외적은 다음과 같은 경우가 아니라면 사용하지 않는 것이 좋다.

1) 공간좌표의 틀을 비교적 잡기 쉬울 때
2) 문제에서 구하는 것이 이면각이거나 이와 밀접한 연관이 있을 때
3) 벡터의 외적을 통해 구하는 것이 교과 내의 범위에서 푸는 것보다 명확히 빠를 때

comment: 과거 고등학교 교육과정에 포함되어있던 개념인 공간벡터와는 달리, 벡터의 외적은 원래 대학교 1학년 미적분학에서 배우는 개념으로 단 한 번도 고등학교 교육과정에 포함되어 있던 적이 없습니다. 여러분들이 푸는 모든 문제는 외적의 활용을 고려하지 않고 제작했기에, 위 조건에 해당되지 않는 문제들에서 외적을 사용했다간 다소 난감한 상황에 처할 가능성이 높습니다.

4. 2026학년도 기하 손해설 모음집

이 챕터에서는 2025년에 시행된 평가원, 교육청, 사관학교 기출 시험지의 손해설을 보여드립니다. 각각의 시험지별로 코멘트와 1등급 커트라인, 간략한 총평이 포함되어 있으니 참고해주시길 바랍니다.

수많은 사설 문제와 실모에 흔들리는 순간이 오면, 언제든지 다시 이 챕터로 와서 태도를 가다듬고 상태를 점검해주세요. 이 8개의 기출 시험지들은 여러분들의 1년 공부에서 길잡이가 되어줄 것입니다.

4.4. 2025년 7월 교육청

난이도: 중상
1등급 컷: 85점 (수능 기준 86~88점)
특기할 문항: 27번, 28번, 29번, 30번
총평: 상당히 어렵게 출제된 편에 속하는 시험지입니다. 7월 학평을 주관하는 인천교육청의 특징 중 하나는 문제의 겉보기 등급이 높다는 것인데, 실제로 풀어보면 별 거 아닌데도 처음 볼 때 '뇌절 오게 만드는 조건' 을 잘 활용하는 편이기에 그렇습니다. 어렵지만 그만큼 문항들의 퀄리티가 좋고 학습할 요소가 많으므로 시간을 들여서 여러 번 복습해주시길!

27번: 27번이지만 난이도가 상당함. 직각의 보존상황을 이용해서 점 P, A, B가 같은 평면 위에 있음을 보이고, 삼각형 PAB와 ACB가 닮음임을 추론하면 끝!

28번: 포물선 C2의 분석에서 직각삼각형의 닮음을 적극 활용하자. 점 P의 x좌표와 p의 값을 구하는 계산은 여러가지가 있으나 C1의 축을 돌려서 이차함수의 꼴로 바꾸고 거리곱을 사용하는 게 가장 빠르다.

29번: 끼인각과 원상을 구하기가 곤란하다면 최대한 빠르게 '정사영을 직접 구해볼 수 없을까?' 로 생각을 바꿔보자. 점 A의 수선의 발이 제시되었으므로 정사영을 (밑변)x(높이)x1/2로 구할 수 있다!

30번: 점 P의 자취까지는 비교적 쉽게 구해진다. 이 문제의 키포인트는 크게 다음의 세 가지로 정리 가능하다.

1) 벡터 PC의 시점을 하나로 모아서 표현할 수 있는가?
2) P, Q의 자취가 같음을 확인할 수 있는가?
3) 구하는 값을 적절히 변형하여 원 위의 두 점에 대한 식으로 정리할 수 있는가?

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a}=(-6,0)$, $\vec{b}=(k,2)$에 대하여 $\vec{a}+2\vec{b}=(0,4)$일 때, k의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 타원 $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{8}=1$ 위의 점 $(1,2)$에서의 접선의 y절편은? [3점]

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

$\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=1$

25. 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{O}(0,0)$, $\mathrm{A}(3,4)$, $\mathrm{B}(-3,6)$에 대하여 점 P가

$(x-3, y-4)$

$$(\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=0$$

$(-3,6)$

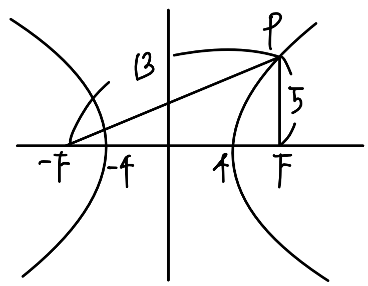
을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$의 최솟값은? [3점]

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

$P: x-2y+5=0$

26. 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{4^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$의 한 초점 $\mathrm{F}(c,0)\ (c>0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이 쌍곡선과 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하자. $\overline{\mathrm{PF}}=5$일 때, b^2의 값은? (단, b는 양수이다.) [3점]

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24



$36-b^2=16$

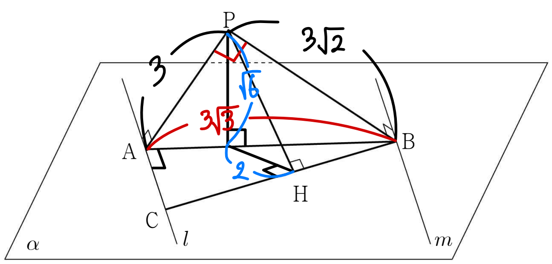
27. 공간에 서로 평행한 두 직선 l, m을 포함하는 평면 α가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 P에서 두 직선 l, m에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 하자. 직선 l 위의 점 C에 대하여 네 점 A, B, C, P가

$$\overline{\mathrm{AP}}=3,\quad \overline{\mathrm{BP}}=3\sqrt{2},\quad \frac{\overline{\mathrm{AP}}}{\overline{\mathrm{CA}}}=\frac{\overline{\mathrm{BP}}}{\overline{\mathrm{BA}}}=\frac{\overline{\mathrm{BA}}}{\overline{\mathrm{BC}}}$$

→ 삼각형 PAB와 ACB는 닮음, 각 APB는 수직

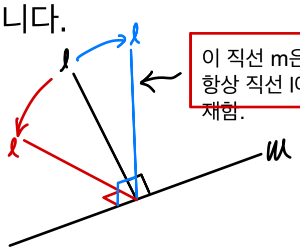
를 만족시킨다. 점 P에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 선분 PH의 길이는? [3점]

① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{14}$ ⑤ 4



$\therefore \sqrt{10}$

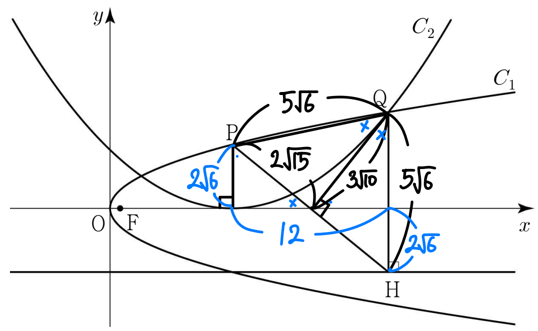
#직각의 보존
아래와 같은 상황에서는 직각이 보존 됩니다.

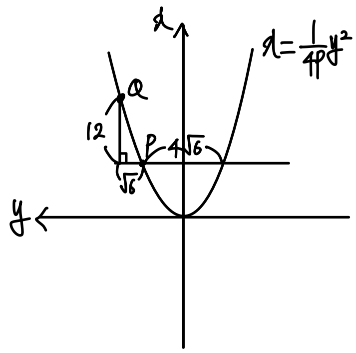


이 직선 m은 어떻게 돌아가든 항상 직선 l에 수직인 한 평면 상에 존재함.

28. 양수 p에 대하여 점 F를 초점으로 하는 포물선 $C_1 : y^2=4px$가 있다. 포물선 C_1 위에 있는 제1사분면 위의 점 P를 초점으로 하고 꼭짓점이 x축 위에 있는 포물선을 C_2라 하자. 두 포물선 C_1, C_2가 만나는 두 점 중 x좌표가 큰 점을 Q라 하고, 점 Q에서 포물선 C_2의 준선에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{\mathrm{PH}}=4\sqrt{15}$, $\overline{\mathrm{QH}}=5\sqrt{6}$일 때, 선분 PF의 길이는? (단, 점 P의 x좌표는 점 F의 x좌표보다 크다.) [4점]

① $\frac{389}{40}$ ② $\frac{197}{20}$ ③ $\frac{399}{40}$ ④ $\frac{101}{10}$ ⑤ $\frac{409}{40}$

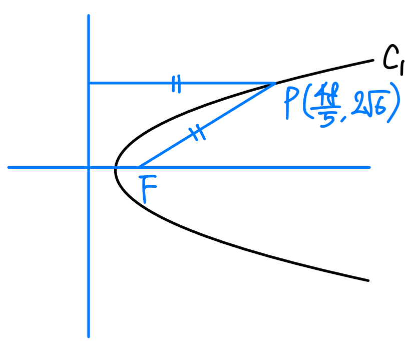




$\frac{1}{4p}\cdot\sqrt{6}\cdot 5\sqrt{6}=12,\ p=\frac{5}{8}$

$24=4\cdot\frac{5}{8}\cdot x$

$\longrightarrow x=\frac{48}{5}$



$\therefore \frac{48}{5}+\frac{5}{8}=\frac{409}{40}$

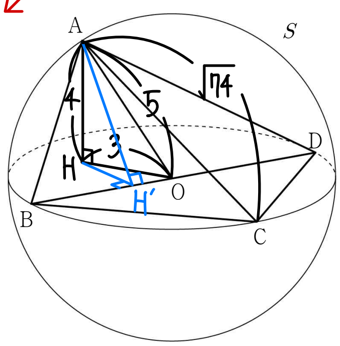
단답형

29. 공간에 점 O가 중심이고 반지름의 길이가 5인 구 S가 있다. 구 S 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D가

$$\overline{BC}=\overline{CD},\quad \overline{BD}=10,\quad \overline{AC}=\sqrt{74},\quad \overline{AB}<\overline{AD}$$

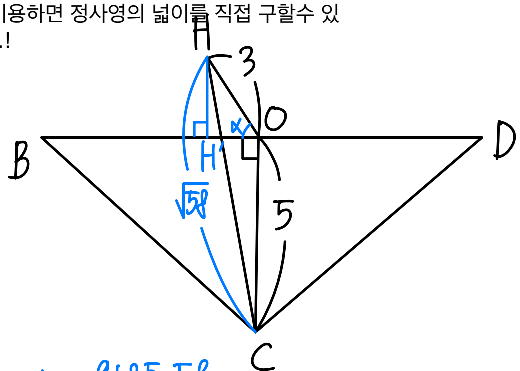
를 만족시킨다. 직선 OA와 평면 BCD가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta=\frac{3}{5}$이다. 삼각형 ABD의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이를 구하시오. [4점]

$\triangle BDH$



정사영의 넓이 구하기
1) 간접적으로 구하기: (원상)x(끼인각)
-> 이 문제에서는 원상의 넓이를 구하기도 곤란하고
끼인각 찾기도 난감한 상황이다.

2) 정사영의 넓이를 직접 구하기
-> 직선과 평면이 이루는 각의 정보가 주어졌으니
A에서 평면에 내린 수선의 발이 정해진다.
이걸 이용하면 정사영의 넓이를 직접 구할수 있을듯...!



$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\frac{9+25-58}{2\cdot5\cdot3}$

$\rightarrow \sin\alpha=\frac{4}{5},\ \overline{HH'}=\frac{12}{5}$

$\therefore \frac{1}{2}\cdot10\cdot\frac{12}{5}=12$

$\therefore 12$

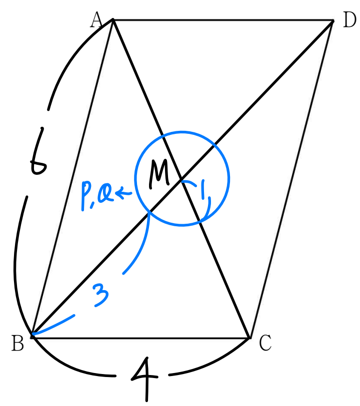
30. 좌표평면에 $\overline{AB}=6$, $\overline{AD}=4$, $\cos(\angle ABC)=\frac{1}{4}$인 평행사변형 ABCD가 있다.

$$\cancel{|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}|}^{\,4|\overrightarrow{PM}|}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{BD}| \longrightarrow 4|\overrightarrow{PM}|=|\overrightarrow{BM}|$$

를 만족시키는 점 P에 대하여

$$\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AP} \longrightarrow \overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{PC} \longrightarrow$$ "P와 Q의 자취는 동일하다!"

를 만족시키는 점을 Q라 하자. $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{DQ}$의 최댓값을 구하시오. [4점]



$$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{DQ}=(\overrightarrow{PM}+\cancel{\overrightarrow{MB}}^{\overrightarrow{DM}})\cdot(\overrightarrow{DM}+\overrightarrow{MQ})$$

$$=\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{MQ}+|\overrightarrow{DM}|^2+\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{PQ}$$

$$=16-\underbrace{\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{MQ}}_{\geq -1}+\underbrace{\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{PQ}}_{\leq 4\cdot 2}\leq 16+4\cdot2+1=25$$

$\therefore 25$

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

수능기하

태도노트정리노트

선택과목 〈기하〉를 위한
궁극의 실전개념/행동강령,
이 한 권으로 컴팩트하게.