

zero2hero와 함께하는 수포자 구원 프로젝트

고1 공통수학1 - 일차부등식

- 기본편 -

“시중에 나와있는 문제집이 어려운 학생들을 위한
세상에서 가장 친절한 워크북”

- 작성자: zero2hero 수학 콘텐츠 연구소
- 공식 블로그: blog.naver.com/zero2hero_math
- 대상: 라이트 썸, 개념원리도 어려운 고1 학생들

Contents

0	부등식의 성질: 부등호는 언제 바뀔까?	2
1	일차부등식을 풀어라	3
2	일차부등식: 해를 알려줄 테니, 미지수 a 를 구해라	6
3	연립일차부등식을 풀어라: 기본형	13
4	연립일차부등식: $A > B > C$ 꼴	16
5	연립부등식: 해를 알려줄 테니, 미지수 a, b 를 구해라	19
6	연립부등식: 해의 조건을 보고 미지수 a 의 범위 구하기	21
7	절댓값 기호를 포함한 일차부등식: 기본형	25
8	절댓값 기호를 포함한 일차부등식: 심화형 (기호가 2개일 때)	30
	빠른 정답 찾기	35
	상세 해설	39

0 부등식의 성질 : 부등호는 언제 바뀔까?

우리가 이미 잘 알고 있는 숫자인 2와 5를 비교해 봅시다. 당연히 5가 더 크죠?

$$2 < 5$$

이 식의 양변에 똑같은 것(?)을 저질렀을 때, 부등호 방향이 어떻게 되는지 눈으로 직접 확인해 봅시다!

1. 양변에 같은 수를 더하거나 빼는 때 → 안 바뀐다!

양변에 똑같이 3을 더하거나 빼볼게요.

• [더하기] $2 + 3 < 5 + 3 \rightarrow 5 < 8$ (여전히 오른쪽이 더 큼!)

• [빼기] $2 - 3 < 5 - 3 \rightarrow -1 < 2$ (여전히 오른쪽이 더 큼!)

즉, 숫자를 더하거나 빼서 양옆으로 이동할 때는 부등호 방향이 절대 바뀌지 않아요! (이게 바로 우리가 '이항'을 마음대로 할 수 있는 이유입니다.)

2. 양변에 같은 양수를 곱하거나 나눌 때 → 안 바뀐다!

이번엔 양변에 똑같이 플러스 숫자인 2를 곱하거나 나눠볼게요.

• [곱하기] $2 \times 2 < 5 \times 2 \rightarrow 4 < 10$ (여전히 오른쪽이 더 큼!)

• [나누기] $2 \div 2 < 5 \div 2 \rightarrow 1 < 2.5$ (여전히 오른쪽이 더 큼!)

플러스(+) 숫자를 곱하거나 나눌 때도 부등호는 얌전하게 그대로 있습니다.

3. ★양변에 같은 음수를 곱하거나 나눌 때 → 확 바뀐다!

드디어 대망의 주인공입니다. 양변에 마이너스 숫자인 -2를 곱하거나 나눠볼게요. 눈 크게 뜨고 계산 결과를 보세요!

• [곱하기] $2 \times (-2) ? 5 \times (-2) \rightarrow -4 > -10$

• [나누기] $2 \div (-2) ? 5 \div (-2) \rightarrow -1 > -2.5$

음수 세계에서는 숫자 절댓값이 작을수록 더 큰 수가 되기 때문에, 결과가 완전히 뒤집혀 버립니다!

결론: 오직 “음수(-)를 곱하거나 나눌 때”만 부등호 방향이 반대로 바뀐다!

이 규칙 하나만 가슴에 새기고 다음 장으로 넘어가서 본격적으로 문제를 풀어봅시다!

1 일차부등식을 풀어라

“일차부등식을 풀라”라는 말은, 부등식을 만족하는 x 의 범위를 구하라는 소리예요!

수학이 조금 낯설어도 딱 두 가지만 기억하면 모든 일차부등식을 전부 풀 수 있습니다.

1. [이항하기] x 가 있는 항은 좌변(왼쪽)으로, 숫자는 우변(오른쪽)으로 모아줍니다. (※ 이항할 때 부호 반대로 바뀌는 것 잊지 마세요!)
2. [계수 나누기] x 앞에 붙은 숫자로 양변을 나눠줍니다. (★핵심: 마이너스(-)로 나눌 때만 부등호 방향을 반대로 뒤집어줍니다!)

아래 두 예시의 풀이 과정을 눈으로 따라가며 이해해 봅시다.

[예시 1 : 부등호가 그대로인 경우]

일차부등식 $3x - 2 > 7$ 을 풀어라.

- 1단계: 숫자 이항하기

좌변의 -2 를 우변으로 이항합니다. 부호가 반대로 바뀌어 $+2$ 가 됩니다. 부등호는 그대로 유지됩니다.

$$3x > 7 + 2 \rightarrow 3x > 9$$

- 2단계: x 앞의 숫자로 나누기

x 앞의 숫자가 양수 3이므로, 양변을 3으로 나눕니다. 양수로 나눌 때는 부등호 방향이 그대로입니다.

$$x > \frac{9}{3} \rightarrow x > 3$$

[예시 2 : ★부등호가 반대로 바뀌는 경우]

일차부등식 $2x + 5 \leq 5x - 1$ 을 풀어라.

- 1단계: x 는 왼쪽, 숫자는 오른쪽으로 이항하기

우변의 $5x$ 는 좌변으로 $(-5x)$, 좌변의 $+5$ 는 우변으로 (-5) 이항합니다.

$$2x - 5x \leq -1 - 5$$

계산해 주면 다음과 같이 정리됩니다.

$$-3x \leq -6$$

- **2단계: x 앞의 숫자로 나누기 (부호 조심!)**

x 앞의 숫자가 음수 -3 이네요! 양변을 -3 으로 나눌 때는 부등호 방향이 반대로 (\leq 에서 \geq 로) 바뀌어야 합니다.

$$x \geq \frac{-6}{-3} \rightarrow x \geq 2$$

2 일차부등식 : 해를 알려줄 테니, 미지수 a 를 구해라

지금까지는 식을 보고 x 의 범위를 구했죠? 이번에는 반대로 정답(해)을 미리 알려주고, 식 속에 숨어있는 문자 a 의 값을 찾는 문제입니다.

갑자기 문자 a 가 등장해서 어려워 보이지만, 풀 필요 전혀 없어요! 딱 이 3단계만 기억하세요.

1. [1단계: 이항하기] a 가 있는 말든 신경 쓰지 말고, x 가 붙은 항만 좌변에 남깁니다.
2. [2단계: 부등호 비교하기] 내가 정리한 식과 문제에서 준 정답의 부등호 방향을 나란히 비교합니다. (방향이 바뀌었다면 x 앞의 계수가 음수라는 뜻!)
3. [3단계: 알맹이 맞추기] 부등호를 맞춰준 뒤, 뒤에 있는 숫자 알맹이끼리 같다고 두고 a 를 구합니다.

수포자 탈출을 위한 핵심 예제 2개를 같이 정복해 봅시다.

[예시 1 : 부등호 방향이 그대로인 경우]

일차부등식 $2x - a < 5$ 의 해가 $x < 4$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

- 1단계: x 항만 남기고 이항하기
좌변의 $-a$ 를 우변으로 이항하여 정리합니다.

$$2x < 5 + a$$

- 2단계: 부등호 방향 비교하기
 - 내가 정리 중인 식: $2x < 5 + a$
 - 문제에서 준 정답: $x < 4$두 식의 부등호 방향이 둘 다 왼쪽(<)으로 똑같네요! 부등호 방향을 바꿀 필요가 없으니, x 앞의 숫자인 2로 그대로 나누면 됩니다.

$$x < \frac{5 + a}{2}$$

- 3단계: 알맹이끼리 비교해서 a 구하기
이제 부등호 뒤의 알맹이끼리 완전히 똑같아야 합니다.

$$\frac{5 + a}{2} = 4$$

양변에 2를 곱하면 $5 + a = 8$ 이 되므로, $a = 3$ 이 됩니다!

[예시 2 : ★부등호 방향이 서로 다른 경우]

일차부등식 $3 - ax \leq -9$ 의 해가 $x \geq 4$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

- 1단계: x 항만 남기고 이항하기

좌변의 3을 우변으로 이항해서 계산해 줍니다.

$$-ax \leq -12$$

- 2단계: 부등호 방향 비교하기 (★가장 중요!)

양변을 $-a$ 로 나누기 전에, 두 식을 나란히 놓고 부등호 벌어진 방향을 봅니다.

내가 정리 중인 식: $-ax \leq -12$

문제에서 준 정답: $x \geq 4$

어라? 부등호 방향이 서로 반대로 바뀌어 있네요! 그 말은 양변을 나누는 기준인 $-a$ 가 음수(-)라는 뜻입니다. 부등호 방향을 확 뒤집으면서 나누어 줍니다.

- 3단계: 알맹이끼리 비교해서 a 구하기

부등호 방향을 똑같이 맞췄으니, 이제 뒤쪽 알맹이끼리 같다고 식을 세웁니다.

$$\frac{12}{a} = 4$$

12를 몇으로 나눠야 4가 될까요? 그렇지요. $a = 3$ 이 정답입니다!

[예시 3 : ★최고난도 - a 가 이차식으로 나오는 경우]

일차부등식 $a^2x - 1 \leq x + a$ 의 해가 $x \leq 1$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 1$)

- 1단계: x 항만 남기고 이항하기

우변의 x 는 좌변으로, 좌변의 -1 은 우변으로 이항합니다.

$$a^2x - x \leq a + 1$$

좌변을 x 로 예쁘게 묶어줍니다. (중3 때 배운 인수분해가 살짝 쓰여요!)

$$(a^2 - 1)x \leq a + 1$$

- 2단계: 부등호 방향 비교하기

양변을 나누기 전에 두 식의 부등호를 나란히 비교해 봅니다.

$$\text{내가 정리 중인 식: } (a^2 - 1)x \leq a + 1$$

$$\text{문제에서 준 정답: } x \leq 1$$

부등호 방향이 둘 다 왼쪽(\leq)으로 똑같네요! 부등호가 안 바뀌었으므로, 우리가 나눌 기준인 $(a^2 - 1)$ 은 양수(+)라는 소중한 힌트를 챙겨둡니다.

$$x \leq \frac{a + 1}{a^2 - 1}$$

- 3단계: 알맹이 비교해서 a 구하기 (이차방정식 풀기)

부등호 뒤의 알맹이끼리 같다고 식을 세웁니다.

$$\frac{a + 1}{a^2 - 1} = 1$$

분모인 $a^2 - 1$ 을 우변에 곱해주면 $a + 1 = a^2 - 1$ 이 됩니다. 한쪽으로 다 넘겨서 정리하면...

$$a^2 - a - 2 = 0$$

이 식을 인수분해하면 $(a - 2)(a + 1) = 0$ 이 되므로, a 의 후보는 2 또는 -1 두 개가 나옵니다.

- ★마지막 필터링!

아까 2단계에서 $(a^2 - 1)$ 은 양수(> 0)여야 한다고 했던 것 기억하시나요?

$a = -1$ 을 대입하면? $(-1)^2 - 1 = 0$ 이 되어서 양수가 아닙니다. (탈락!)

$a = 2$ 를 대입하면? $2^2 - 1 = 3$ 이 되어서 양수가 맞습니다! (합격!)

따라서 진짜 정답은 $a = 2$ 하나만 됩니다.