

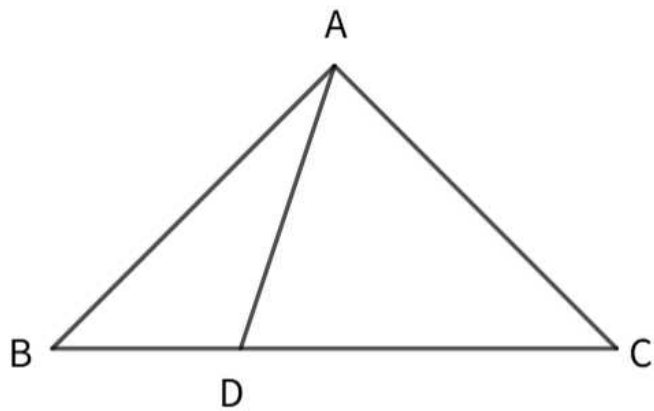
[00 학습 전 FAQ]

Q1. 몇 등급이 보면 되는 책인가요?

A. 4등급 이상 또는 아래 예시를 이해할 수 있는 학생에게 추천합니다.

기본적으로 중등 기하의 기본 개념을 한 번쯤 들어봤고,
사인법칙과 코사인법칙 공식을 적용하고 사용할 줄 아는 상태여야 이 교재를 혼자서 공부할 수 있습니다.

(예시) $\overline{AB} = \overline{AC} = 4$, $\overline{BC} = 6$, $\angle ADB = \theta$, $\cos\theta = -\frac{1}{8}$



(1) 아는 각 θ

θ 의 코사인값이 주어졌으므로 $\sin\theta$, $\tan\theta$ 을 구할 수 있다.

(2) 완성형 $\triangle ABC$

$\triangle ABC$ 는 변 3개가 주어졌으므로 나머지 정보를 알 수 있는
완성형 삼각형이다.

◆ $\angle B$, $\angle C$ 의 코사인값

[방법 1] 코사인법칙: $\angle B$, $\angle C$ 의 코사인값을 코사인법칙을 이용해 구할 수 있다.

[방법 2] $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 A 에서 $\overline{BC}$ 에 수선의 발 H 를 내리면 $\overline{BH} = 3$ 이 된다.

직각삼각형 $\triangle ABH$ 를 통해 구할 수 있다.

◆ 외접원 반지름

[방법] 사인법칙을 통해 외접원의 반지름을 구할 수 있다.

(3) 완성형 $\triangle ABD$

$\triangle ABD$ 는 θ , $\angle B$, $\overline{AB}$ 를 알고 있으므로 완성형 삼각형이다.

◆ $\overline{AD}$ 길이

[방법] $\triangle ABD$ 에서 사인법칙을 통해 $\sin B : \sin\theta = \overline{AD} : \overline{AB}$ 이므로 구할 수 있다.

◆ $\angle BAD$ 의 코사인값

[방법] $\triangle ABD$ 에서 코사인법칙을 통해 구할 수 있다.

◆ 외접원의 반지름

[방법] $\triangle ABD$ 에서 사인법칙을 통해 구할 수 있다.

Q2. 중등기하가 아예 노베이스인데 봐도 되나요?

A. 추천하지 않습니다.

이 교재는 중학교 전 과정을 기초부터 다지는 교재가 아니라, 수능과 평가원에 자주 출제되는 핵심 개념과 필연적 보조선 원리를 정리한 교재입니다. 도형 개념 자체가 아예 처음이라면 중등기하 개념서나 강의를 빠르게 정리한 후 본 교재를 보시는 것을 권장합니다.

Q3. 이 교재는 완독하는 데 얼마나 걸리나요?

A. 하루 1시간 투자시 3주 완성을 목표로 설계되었습니다.

개념과 4단계 행동강령 파트를 2~3일 내에 확실히 숙지한 후, 하루에 연습문제를 1~2문항씩 직접 4단계 메커니즘으로 분석하고 대조해 나가면 한 달 이내에 완독하실 수 있습니다.

Q4. 문제 풀이 집착보다 '분석지'를 직접 작성하는 게 왜 중요한가요?

A. 머릿속 동등 떠다니는 어설픈 생각을 '글'로 적어 정돈해야 비로소 내 논리가 됩니다.

현장에서 정말 많이 들어본 질문이고 실제로 수업을 해도 분석지 작성을 대충하는 학생을 너무 많이 봤습니다.

"귀찮은데 굳이 이걸 써야 하나?"라는 생각이 드나요? 해설이나 강의를 보고 '이해했다'고 착각하는 순간 실전 시험장에서 당신의 손은 멈춥니다.

도형 문제는 머릿속으로만 비비꼬아 생각하면 절대 풀리지 않습니다. 4단계 분석 양식에 맞춰 나의 사고 과정을 직접 글로 적어 내려가는 과정 자체가 어지럽던 아이디어를 정교한 논리로 '정리'해 주는 핵심 훈련입니다. 이 과정을 직접 거쳐야만 남이 잡아준 풀이 대신 '스스로' 보조선을 긋고, 원주각을 찾고, 닮음을 발견하는 진짜 실력이 만들어집니다.

Q5. 이 4단계 행동강령만으로 모든 도형 문제를 풀 수 있나요?

A. 네, 고3 모의고사와 수능에선 예외는 없습니다. 4단계 행동강령은 수능 도형의 절대적인 '빠대'입니다.

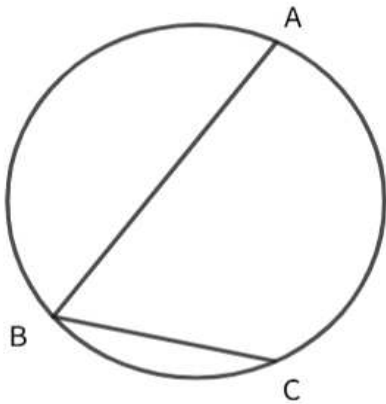
4단계 행동강령은 모든 고3 기출문제를 관통하는 핵심 기준점입니다. 옛 미적분 기출이나 23수능 11번처럼 '변수 설정' 같은 새로운 논리가 요구되는 고난도 문제 역시 이 4단계 빠대 위에서 출발합니다.

이 4단계를 충분히 체화하여 머릿속에 튼튼한 중심 축을 세워둔다면, 어떤 낯선 조건이나 새로운 논리가 추가되어도 당황하지 않고 스스로 사고를 확장해 풀어낼 수 있습니다.

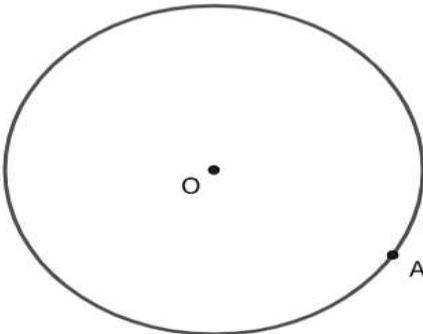
Q. 다음 그림에서 그어야 하는 보조선은?

(1)

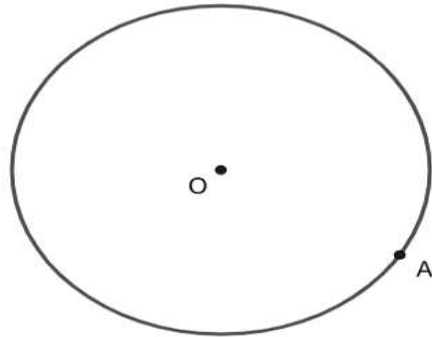
A circle with three points labeled A, B, and C on its circumference. Point A is at the top right, point B is at the bottom left, and point C is at the bottom right. A line segment connects A and B, and another line segment connects B and C.



(2)

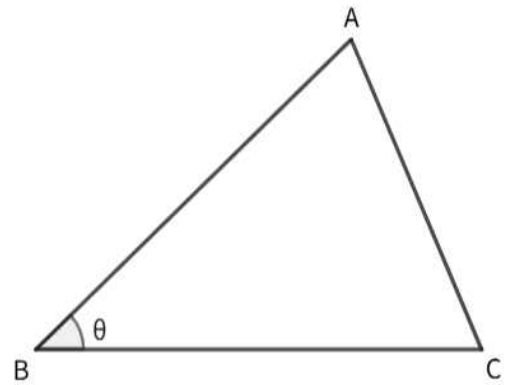
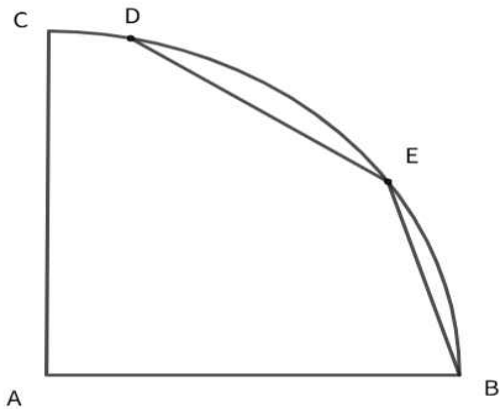


A circle with center O and a point A on its circumference.



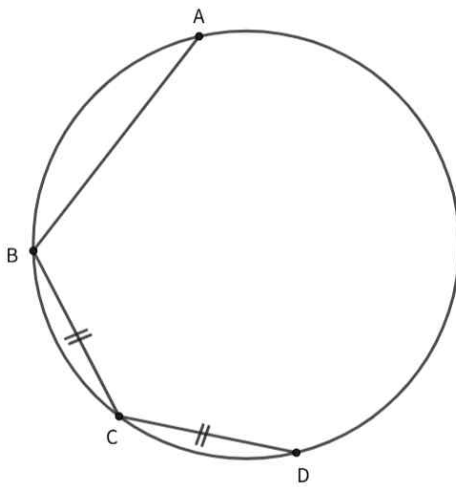
(3)

A triangle with vertices labeled A, B, and C. Vertex A is at the top, B is at the bottom left, and C is at the bottom right. The interior angle at vertex B is marked with a grey arc and labeled with the Greek letter θ .

[illegible]

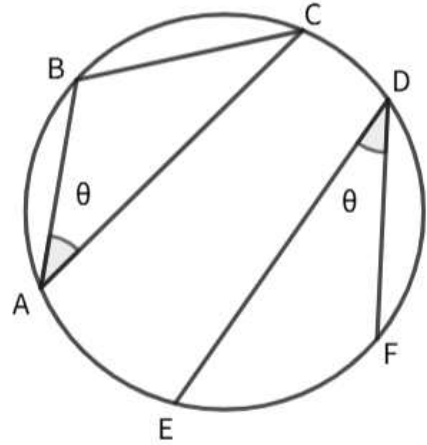
(5)

A circle with points A, B, C, and D on its circumference. Chords AB and CD are drawn. Chords BC and AD are also drawn, intersecting inside the circle. There are tick marks on segments BC and AD, indicating they are equal in length.

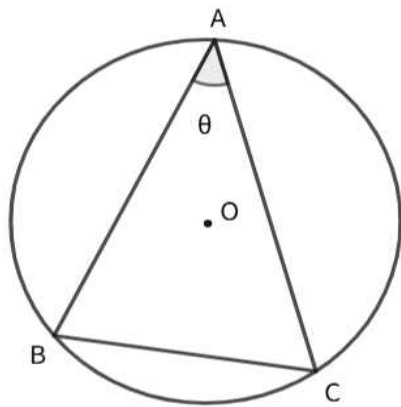


(6)

A circle with points A, B, C, D, E, and F on its circumference. Chords AC and DF are drawn. Chords AB and DC are also drawn. Angle BAC is labeled θ . Angle CDF is labeled θ .

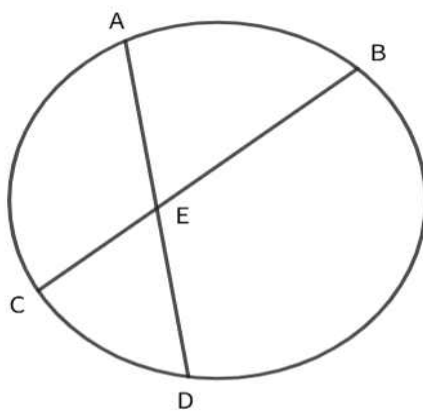


(7)



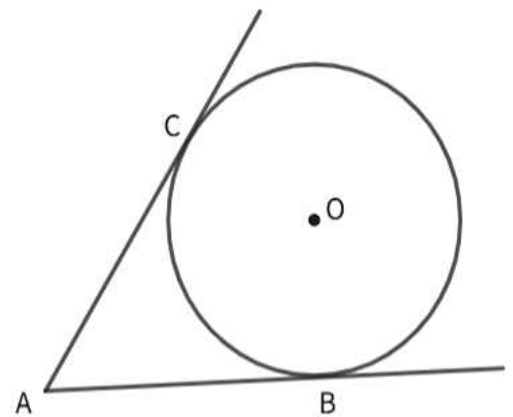
(8)

A circle with two intersecting chords. Chord AC is a vertical line segment with point A at the top and point C at the bottom. Chord BD is a diagonal line segment with point B at the top-right and point D at the bottom-left. The two chords intersect at point E in the center of the circle. The segments are labeled A, B, C, D, and E.



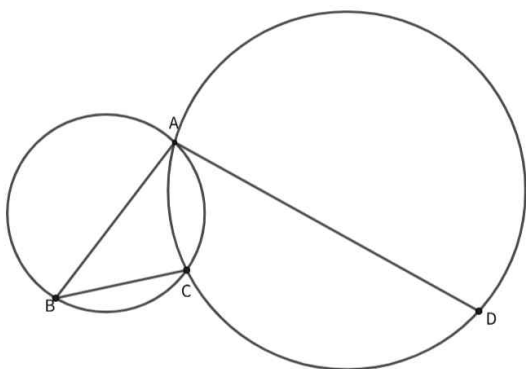
(9)

The diagram shows a circle with center O . A horizontal line segment AB is tangent to the circle at point B . A line segment AC is tangent to the circle at point C . The lines AB and AC meet at vertex A , forming an angle. The circle is positioned between the two rays of the angle.



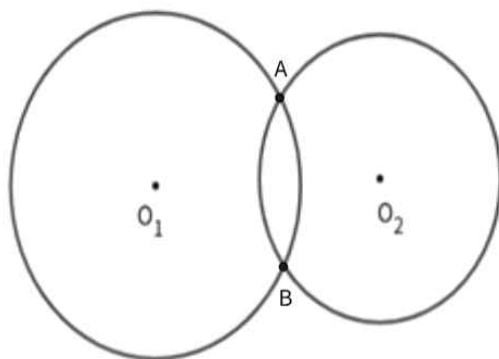
(10)

The diagram shows two circles that intersect at point A. The smaller circle on the left contains points B and C on its circumference. The larger circle on the right contains point D on its circumference. Line segments AB, BC, and AC are drawn, forming triangle ABC. A line segment AD is also drawn, connecting point A to point D.



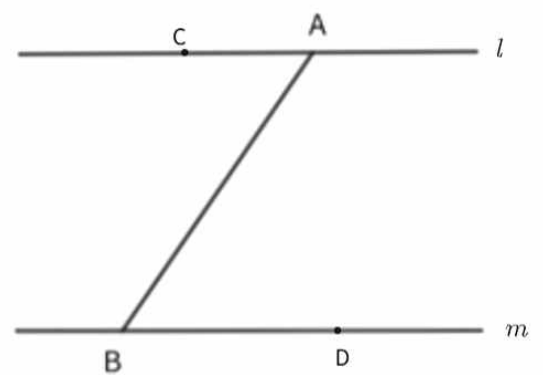
(11)

A Venn diagram consisting of two overlapping circles. The left circle is labeled O_1 and the right circle is labeled O_2 . The two circles intersect at two points, labeled A and B . Point A is the upper intersection point, and point B is the lower intersection point.



(12) $l \parallel m$

The diagram shows two horizontal parallel lines, labeled l and m . Line l is the top line and line m is the bottom line. A transversal line segment connects point A on line l to point B on line m . Point C is located on line l to the left of point A . Point D is located on line m to the right of point B .



[수능에서 출제되는 보조선 종류]

(1) 삼각형을 만드는 보조선

- ◆ 피타고라스의 정리, 삼각비, 사인법칙, 코사인법칙 모두 삼각형에서 사용할 수 있는 도구들이다.
- ◆ 그러므로 문제에서 삼각형이 없거나 필요하면 보조선을 통해 삼각형을 만들어야 한다.

(2) 수선의 발

- ◆ 피타고라스의 정리 또는 삼각비를 쓰기 위해 내려야 한다.

(3) 원의 반지름

- ◆ 수십 년간 쌓인 기출 빅데이터에 의하면 필연적인 보조선입니다.

■ TIP

원의 중심과 원 위에 점이 **표시**되어 있으면 그냥 그읍시다!

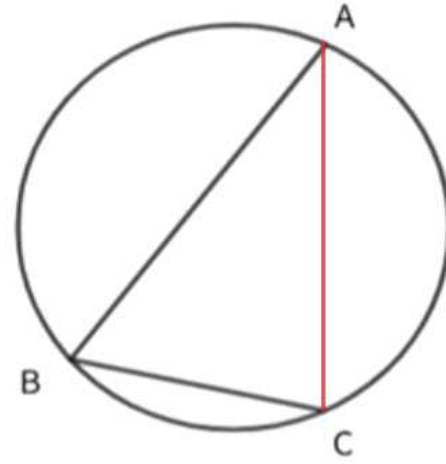
(4) 원의 성질을 사용하기 위한 보조선

(ex) 원주각, 중심각 성질 / 원의 현의 성질 / 원과 접선 관계 등

(5) 닮음을 위한 보조선

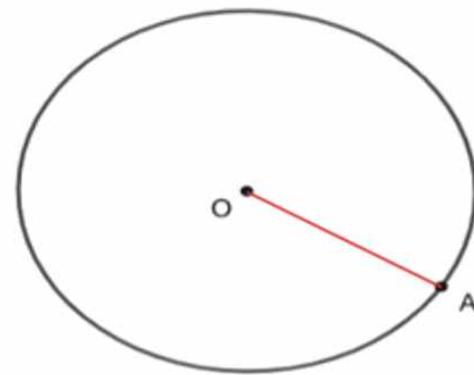
- ❖ 수능에서 출제되는 보조선은 위 5가지 밖에 없고, 모든 보조선은 목적을 가지고 그을 수 있어야 합니다!

(1)



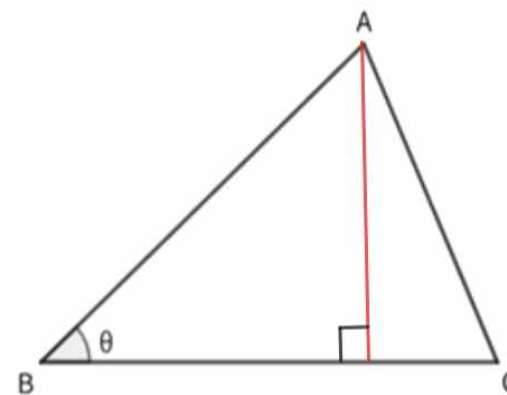
- ◆ 삼각형을 완성하기 위해 긋는 보조선

(2)



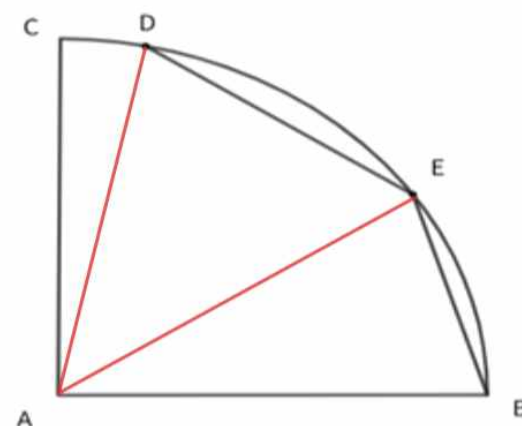
- ◆ 원의 반지름을 활용하기 위한 보조선

(3)



- ◆ 삼각비 또는 피타고라스를 활용하기 위한 보조선

(4)



- ◆ 원의 반지름을 활용하기 위한 보조선
- ◆ 삼각형을 완성하기 위한 보조선

[도형 문제 해결을 위한 4단계 행동 강령]

[1단계] 보조선 '시뮬레이션' (머릿속으로 그어보기)

- ◆ 문제를 읽자마자 손부터 나가지 않습니다.
- ◆ 주어진 도형을 관찰하며 어디에 선을 그으면 좋을지 '후보'를 머릿속으로 먼저 떠올려 봅니다.
- ◆ 실제로 긋지 않고 미리 상상하는 것만으로도, 이후 풀이 과정에서 확신을 가지고 올바른 보조선을 쉽게 그을 수 있습니다.

■ [주의]

보조선을 긋고 시작하는 게 아닙니다. 활용될 확률이 높은 보조선을 미리 떠올리는 것입니다.

[2단계] 도형 요소 스캔 & 출제자 의도 파악 (조건 반사)

- ◆ 도형의 특정 형태는 출제자가 던지는 명백한 힌트입니다.
- ◆ 1단계의 보조선 생각과 함께 출제된 도형의 요소를 통해 출제자의 의도를 미리 생각해보는 단계입니다.

<예시>

- 원과 내접 사각형 → "마주 보는 두 각의 합은 180°!"
- 원의 등장 → "중심에서 반지름부터 긋자! 원주각과 중심각 관계는?"
- 원의 지름 → "지름을 품은 원주각은 무조건 90°!"
- 원의 할선: → "답을 나올 수 있겠는데?"
- ◆ 실제로 쓰이든 안 쓰이든 미리 의도를 생각해보는 단계입니다.

■ 공부 방향 TIP

- ◆ 2단계는 기출문제를 분석하면서 "아, 이런 도형 요소는 이런 의도로 출제되는구나!"를 직접 분석하고, 출제자 의도를 스스로 쌓아나가는 과정이 반드시 필요합니다.

[3단계] 순행 논리 (아는 것에서 출발하기)

- ◆ "내가 지금 가진 정보로 뭘 더 알 수 있지?"라고 스스로에게 질문하며 아는 정보를 확장해 나가는 과정입니다.
- ◆ 예: "각 2개와 변 1개를 아니까 $\triangle ABC$ 는 완성형이네?
→ 그럼 인접한 $\triangle ADC$ 의 변 하나도 알게 되네?"처럼 꼬리를 무는 방식입니다.

*일반적인 4점짜리 문항은 보통 이 3단계 선에서 해결됩니다.

■ [주의] 순행 논리는 '노가다 계산'이 아닙니다!

" $\triangle ABC$ 가 완성형이네? 그럼 나머지 변이랑 각도 싹 다 구해놔야지!" (X)

- ◆ 순행 논리의 핵심은 계산이 아니라 '인식(상태 확보)'입니다.
"아, 언제든 원할 때 저걸 구할 수 있는 상태구나!"라고 머릿속 장바구니에 담아 두고 정말 필요한 정보만 계산하는 것입니다.

[4단계] 역행 논리 (필요한 정보 역추적하기)

- ◆ 순행 논리의 단점은 '알 수 있는 정보가 너무 많아 길을 잃을 수 있다'는 점입니다.
- ◆ 그때는 주어진 조건을 활용하기 위해 또는 최종적으로 구해야 하는 것에 주목해 "내게 지금 뭐가 필요하지?"라며 뒤에서부터 추적합니다.
- ◆ 길을 잃었을 때 나침반이 되어주며, 고난도 문제를 뚫어내는 핵심 논리입니다.

■ 순행 · 역행 논리 TIP

① 구해야 하는 대상이 포함된 삼각형에 주목하기!

-삼각비, 피타고라스 정리, 사인법칙, 코사인법칙 모두 삼각형에서만 사용할 수 있습니다. 구하고자 하는 변이나 각을 가지고 있는 삼각형에 집중하세요.

② 정보가 부족할 때는 '보조선' 긋기!

-보조선을 통해 새로운 상황을 만들어 정보를 확장할 수 있습니다.

③ 순행·역행 동시 적용

두 논리가 익숙해지면 두 논리를 자연스럽게 동시에 할 수 있게 됩니다. 그때까지 꾸준히 연습하면 됩니다.

■ 이론에서 실전 분석으로

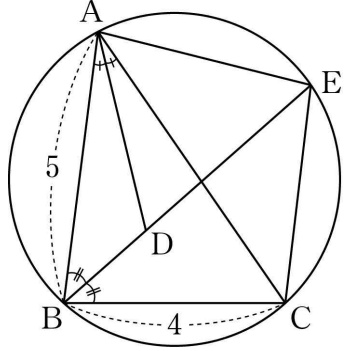
머릿속으로 보조선을 떠올리고, 출제자의 의도를 스캔하여 순행과 역행 논리로 답을 도출하는 4단계 메커니즘을 확인했습니다.

하지만 곧바로 기출 분석지가 읽히는 것은 아닙니다.

다음 페이지부터 시작되는 [분석지 독법]을 통해, 이어지는 예시 10선의 분석을 이해하는 방법을 확인하시죠.

[2021년 03월 시행 교육청 15번]

3. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=4$, $\cos(\angle ABC) = \frac{1}{8}$ 인 삼각형 ABC가 있다. $\angle ABC$ 의 이등분선과 $\angle CAB$ 의 이등분선이 만나는 점을 D, 선분 BD의 연장선과 삼각형 ABC의 외접원이 만나는 점을 E라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



————— < 보 기 > —————

- ㉠. $\overline{AC}=6$
 ㉡. $\overline{EA}=\overline{EC}$
 ㉢. $\overline{ED}=\frac{31}{8}$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

[1단계] 보조선 '시뮬레이션' (머릿속으로 그어보기)

(1) 원의 반지름

(하지만 원의 중심이 따로 표시되어 있지 않으므로 실제로 활용될 확률은 낮습니다)

[2단계] 도형 요소 스캔 & 출제자 의도 파악 (조건 반사)

- (1) 원 → 반지름, 원주각과 중심각의 성질
 (2) 원의 내접사각형 → 대각의 합 π
 (3) 원의 할선 → 삼각형의 닮음 or 할선 정리 공식
 (4) 각의 이등분선 → 각의 이등분선 비율 성질

[3단계] 순행 논리 (아는 것에서 출발하기)

[1] $\triangle ABC$ 관찰(완성형 삼각형)

- $\angle BAC, \angle ACB$ (코사인법칙)
 → $\overline{CM} : \overline{AM} = 4 : 5$ (각의 이등분선 성질)
 (점 M은 $\overline{BE}$ 와 $\overline{AC}$ 의 교점)
 → $\overline{AC}$ 길이(코사인법칙)
 (㉠선지 해결)

[2] $\angle ABE = \angle EBC$ 이용

- $\overline{AE} = \overline{EC}$, $\angle EAC = \angle ECA$ (원주각 성질)
 (㉡선지 해결)

[3] 원 내접사각형 $ABCE$ 관찰

- $\angle AEC = \pi - \angle ABC$ (대각의 합 π)
 → $\cos(\angle AEC) = -\frac{1}{8}$

[4단계] 역행 논리 (필요한 정보 역추적하기)

[4] 타겟: $\overline{ED}$ 길이

- ↳ $\triangle AED$ 타겟팅
 ↳ $\triangle AED$ 의 각과 길이 조사
 ↳ $\angle EAD = \angle EDA$
 ↳ $\overline{ED} = \overline{EA}$

[5] 타겟: $\overline{EA}$ 길이

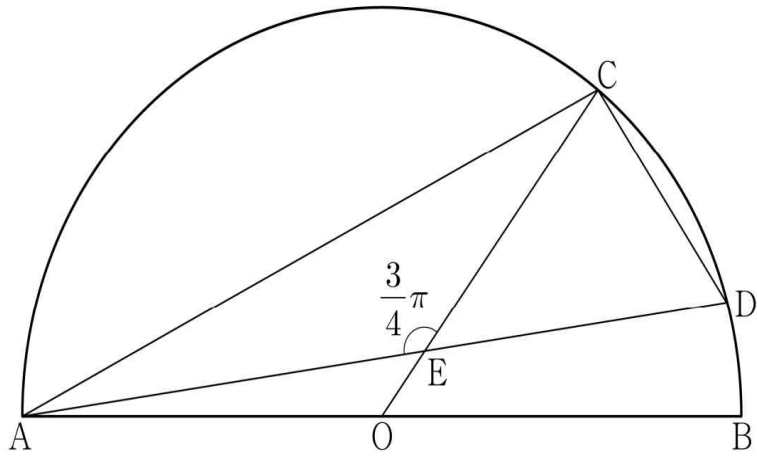
- ↳ $\triangle EAC$ 타겟팅(✓ 3단계에서 확보 완료)
 ↳ $\overline{EA} = \overline{EC}$, $\overline{AC}=6$, $\cos(\angle AEC) = -\frac{1}{8}$
 ↳ $\overline{EA}$ 획득 가능(코사인법칙)
 (㉢ 선지 해결)

<2022년 09월 시행 평가원 13번>

7. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 AD, CO가 점 E에서 만나고,

$$\overline{CE}=4, \quad \overline{ED}=3\sqrt{2}, \quad \angle CEA=\frac{3}{4}\pi$$

이다. $\overline{AC} \times \overline{CD}$ 의 값은?



[1단계] 보조선 '시뮬레이션' (머릿속으로 그어보기)

(1) 선분 $\overline{OD}$:

원의 반지름 + 삼각형을 만드는 보조선

(2) 선분 $\overline{BC}$ or $\overline{BD}$

원의 성질을 사용하기 위한 보조선(원주각 90도)

[2단계] 도형 요소 스캔 & 출제자 의도 파악 (조건 반사)

(1) 원 $\rightarrow$ 원의 반지름 or 원주각과 중심각의 성질

(2) $\frac{3}{4}\pi$ 특수각 $\rightarrow$ 삼각비

[3단계] 순행 논리 (아는 것에서 출발하기)

[1] $\triangle CED$ 관찰(완성형 삼각형)

$\rightarrow \overline{CD}$ 길이(코사인법칙 or 수선의 발)

$\rightarrow \angle ECD, \angle EDC$ (코사인법칙)

[4단계] 역행 논리 (필요한 정보 역추적하기)

[2] 타겟: 선분 $\overline{AC}$ 길이

$\hookrightarrow \triangle ACD$ 에서 사인법칙 사용

$\hookrightarrow \angle ADC$ 필요(✓ 3단계에서 확보 완료)

$\hookrightarrow$ 원의 반지름 필요

[3] 타겟: 원의 반지름

$\hookrightarrow$ 원의 반지름이 포함된 삼각형 필요

$\hookrightarrow$ 보조선 $\overline{OD}$ 로 이등변삼각형 COD 만들기

$\hookrightarrow \overline{CD}$ 길이와 $\angle OCD$ 필요 (✓ 3단계에서 확보 완료)

$\hookrightarrow$ 원의 반지름 획득 가능(수선의 발)

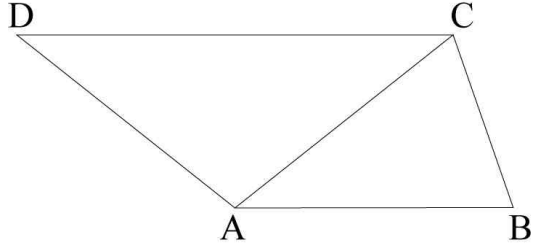
$\hookrightarrow \overline{AC}$ 길이 획득 가능(사인법칙)

[04 연습문제 20선]

이제부터 4단계 메커니즘을 직접 적용해보세요!
(해설지 보기 전에 HINT 활용해보세요!)

[200606 교육청 가형 21번(고2)]

12. 사각형 ABCD에서 변 AB와 변 CD는 평행이고
 $\overline{BC}=2, \overline{AB}=\overline{AC}=\overline{AD}=3$ 일 때, 대각선 BD의 길이는?



- ① 5 ② $4\sqrt{2}$ ③ 6 ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ 8

☑ 2단계 HINT

평행 → 엇각, 동위각, 닮음, 공식 떠올리세요!

☑ 4단계 HINT

$\overline{BD} \rightarrow \triangle BCD$ 사용해보세요!

[1단계] 보조선 '시뮬레이션' (머릿속으로 그어보기)

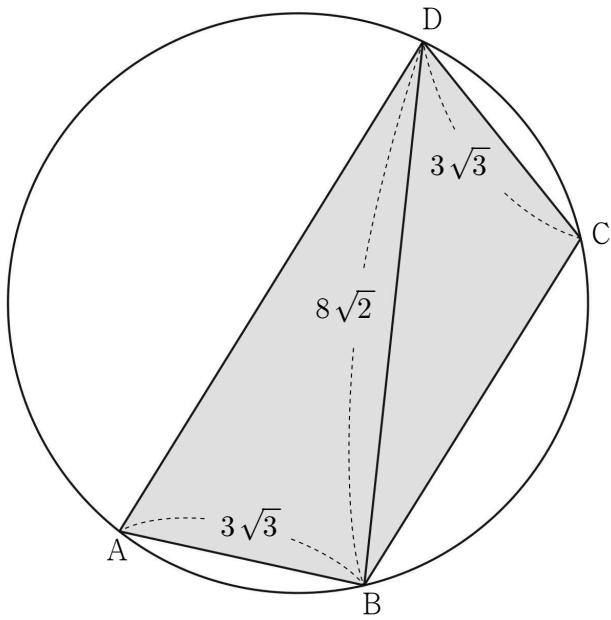
[2단계] 도형 요소 스캔 & 출제자 의도 파악 (조건 반사)

[3단계] 순행 논리 (아는 것에서 출발하기)

[4단계] 역행 논리 (필요한 정보 역추적하기)

[2019년 11월 시행 교육청 가형 28번 (고2)]

13. 그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여 $\overline{AB} = \overline{CD} = 3\sqrt{3}$, $\overline{BD} = 8\sqrt{2}$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이를 S 라 하자. $\frac{S^2}{13}$ 의 값을 구하시오.



[1단계] 보조선 '시뮬레이션' (머릿속으로 그어보기)

[2단계] 도형 요소 스캔 & 출제자 의도 파악 (조건 반사)

[3단계] 순행 논리 (아는 것에서 출발하기)

[4단계] 역행 논리 (필요한 정보 역추적하기)

☑ 4단계 HINT

$\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 길이 $\rightarrow$ 수선의 발을 내려 구해보세요!

12. [2006년 06월 시행 교육청 가형 21번(고2)]

[도형의 시선]

알 수 있는 정보가 많을 땐 바로 역행 논리로 시작해도 좋습니다!

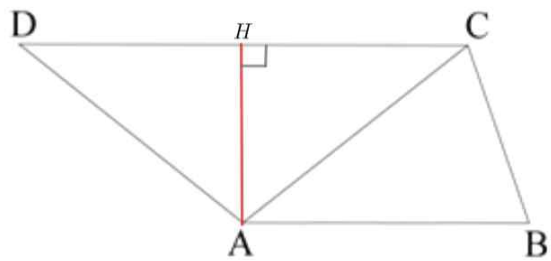
◆ [역행] $\overline{BD}$ 필요 $\rightarrow \triangle BCD$ 조사 $\rightarrow \overline{CD}$ 길이 구하기

[1] $\triangle ABC$ 에서 코사인법칙 적용

- $\angle CAB = \theta$ 설정
- $\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - 2 \times \overline{AC} \times \overline{AB} \cos \theta$
 $4 = 18 - 18 \cos \theta$
 $\cos \theta = \frac{7}{9}$

[2] $\triangle ACD$ 에서 삼각비 적용

- 점 A 에서 $\overline{CD}$ 에 수직이등분선 긋기



[도형의 시선]

평행 조건 나오면 엇각, 동위각, 닮음 미리 떠올립니다!

- $\overline{CD} \parallel \overline{AB} \rightarrow \angle ACD = \angle CAB = \theta$
- $\overline{CH} = \overline{AC} \times \cos \theta = \frac{7}{3} \rightarrow \overline{CD} = \frac{14}{3}$

◆ [역행] $\triangle BCD$ 조사 $\rightarrow \angle BDC$ 구하기

[3] 숨겨진 원 발견

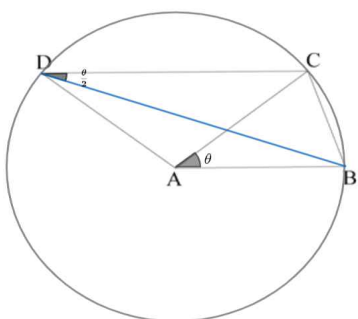
- $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = 3$ 이므로
 점 B, C, D 는 점 A 를 중심으로 하는 원 위의 점이다.

[4] 원주각 중심각 사용

[도형의 시선]

원 나오면 원주각, 중심각, 반지름 미리 떠올립니다!

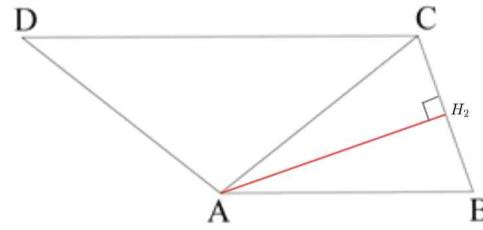
- 중심각 $\angle CAB = \theta$ 에 의해 원주각 $\angle BDC = \frac{\theta}{2}$ 이다.



◆ [역행] $\triangle BCD$ 정보 필요 $\rightarrow \cos \frac{\theta}{2}$ 필요

[5] $\triangle CAB$ 에서 $\cos \frac{\theta}{2}$ 구하기

- 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 수직이등분선 긋기



- $\angle CAH_2 = \frac{\theta}{2}$, $\overline{AC} = 3$, $\overline{CH_2} = 1$ 이므로
 $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

[6] $\triangle BCD$ 에서 코사인법칙 적용

- $\overline{BD} = x$ 설정
- $\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2 - 2 \times \overline{BD} \times \overline{CD} \times \cos \frac{\theta}{2}$
 $4 = x^2 + (\frac{14}{3})^2 - \frac{28}{3} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} x$
 $9x^2 - 56\sqrt{2}x + 160 = 0$

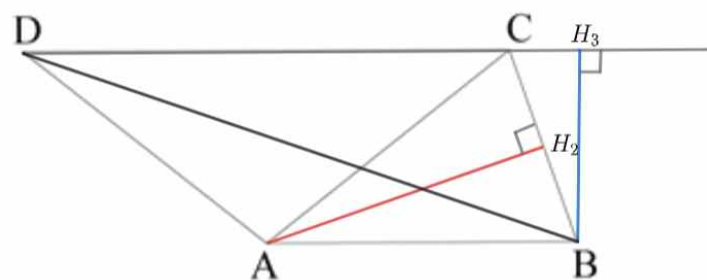
근의 공식을 이용하면 x 값을 구할 수 있지만 너무 복잡하니 다른 풀이로 진행하겠습니다.

[다른 풀이] 다른 삼각형을 활용한 풀이

[7] 점 B 에서 $\overline{CD}$ 의 연장선에 수선의 발 내리기

[도형의 시선]

- $\triangle BCD$ 로 한계가 있으니 다른 삼각형 이용해야 합니다!
- $\overline{BD}$ 가 포함된 삼각형 만들기!
- 연장선에 수선의 발 내리는 논리 배워갑시다!



- $\angle ABC = \theta_2$ 로 설정
 $\rightarrow \overline{AB} = 3$, $\overline{BH_2} = 1$ 이므로 $\cos \theta_2 = \frac{1}{3}$, $\sin \theta_2 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
 $\rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로 $\angle BCH_3 = \theta$

[8] $\triangle BCH_3$ 에서 삼각비 적용

$$\begin{aligned} \diamond \overline{CH_3} &= \overline{BC} \times \cos\theta_2 = \frac{2}{3} \\ \diamond \overline{BH_3} &= \overline{BC} \times \sin\theta_2 = \frac{4\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

[9] $\triangle BDH_3$ 에서 피타고라스의 정리 적용

$$\begin{aligned} \diamond \overline{DH_3} &= \frac{14}{3} + \frac{2}{3} = \frac{16}{3} \\ \diamond \overline{BH_3} &= \frac{4\sqrt{2}}{3} \\ \rightarrow \overline{BD}^2 &= \frac{256}{9} + \frac{32}{9} = \frac{288}{9} \\ \therefore \overline{BD} &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

13. [2019년 11월 시행 교육청 가형 28번(고2)]

▶ [순행] 정보 확장

[1] 원주각 성질 이용

[도형의 시선]

원 나오면 원주각, 중심각, 반지름 미리 떠올립니다!

♦ 현 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 가 같으므로 $\angle ADB = \angle DBC$ 이다.

$\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 사각형 $ABCD$ 는 사다리꼴이다.

(이 해설에선 사다리꼴임을 발견 못했다는 전제하에 풀이 하겠습니다)

[2] $\triangle ABD$ 에서 사인법칙 사용

♦ $\triangle ABD$ 에서 $\angle ADB = \alpha (= \angle DBC)$ 로 설정

$\triangle ABD$ 의 외접원의 반지름의 길이가 6이므로

$$\frac{\overline{AB}}{\sin\alpha} = 12$$

$$\therefore \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}, \quad \cos\alpha = \frac{\sqrt{13}}{4}$$

◆ [역행] $ABCD$ 넓이

[3] 사각형 $ABCD$ 의 넓이

♦ $\triangle ABD$ 의 넓이와 $\triangle BCD$ 의 넓이의 합으로 구할 수 있다.

◆ [역행] $\triangle ABD$ 조사

[4] $\triangle ABD$ 에서 코사인법칙 사용

$$\diamond \overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 - 2 \times \overline{AD} \times \overline{BD} \times \cos\alpha$$

$$27 = \overline{AD}^2 + 128 - 16\sqrt{2} \times \overline{AD} \times \frac{\sqrt{13}}{4}$$

$$\overline{AD}^2 - 4\sqrt{26} \times \overline{AD} + 101 = 0$$

♦ 근의 공식을 이용해 $\overline{AD}$ 길이를 구할 수 있습니다.

하지만 $\triangle ABD$ 의 넓이를 $\frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{BD} \times \sin\alpha$ 로 구하기엔

계산 과정이 많이 복잡하므로 다른 풀이로 접근해보겠습니다.

♦ 이는 $\triangle BCD$ 에서도 마찬가지로 $\overline{BC}$ 의 길이가 복잡하게 표현되어

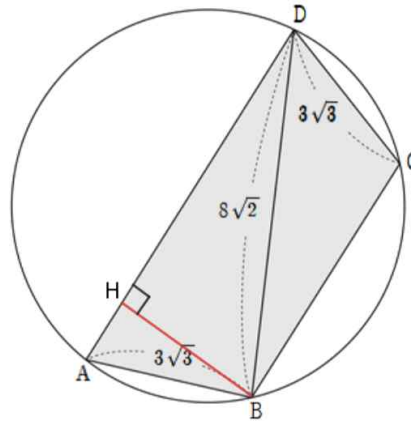
넓이를 $\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{BD} \times \sin\alpha$ 로 구하기엔 어렵습니다.

[다른 풀이] 다른 풀이로 $\overline{AD}, \overline{BC}$ 구하기

[5] 점 B 에서 $\overline{AD}$ 에 수선의 발 H 내리기

[도형의 시선]

코사인법칙 말고 다른 풀이로 구해봅시다!



$$\diamond \overline{DH} = 8\sqrt{2} \times \cos\alpha = 2\sqrt{26}$$

$$\diamond \overline{BH} = 8\sqrt{2} \times \sin\alpha = 2\sqrt{6}$$

$$\diamond \overline{AH}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BH}^2 = 27 - 24 = 3$$

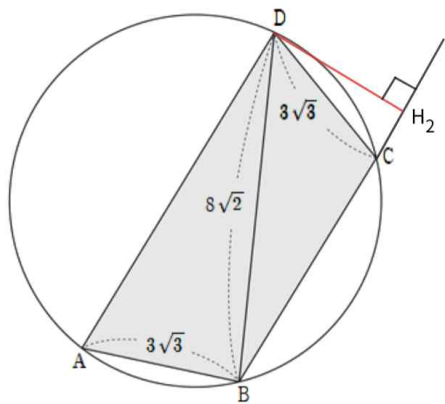
$$\rightarrow \overline{AH} = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \diamond \triangle ABD \text{의 넓이} &= \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{BH} = \frac{1}{2} (\overline{AH} + \overline{DH}) \times \overline{BH} \\ &= \sqrt{6} \times (\sqrt{3} + 2\sqrt{26}) \end{aligned}$$

[6] 점 D 에서 $\overline{BC}$ 연장선에 수선의 발 H_2 내리기

[도형의 시선]

연장선에 수선의 발 내리는 논리 배워갑시다!



$$\diamond \overline{BH_2} = 8\sqrt{2} \times \cos \alpha = 2\sqrt{26}$$

$$\diamond \overline{DH_2} = 8\sqrt{2} \times \sin \alpha = 2\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} \diamond \overline{CH_2}^2 &= \overline{CD}^2 - \overline{DH_2}^2 = 27 - 24 = 3 \\ &\rightarrow \overline{CH_2} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\diamond \triangle BCD \text{ 넓이} = \triangle BH_2D \text{ 넓이} - \triangle CH_2D \text{ 넓이}$$

$$\diamond \triangle BH_2D \text{ 넓이} = \frac{1}{2} \overline{BH_2} \times \overline{DH_2} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{26} \times 2\sqrt{6}$$

$$\diamond \triangle CH_2D \text{ 넓이} = \frac{1}{2} \overline{CH_2} \times \overline{DH_2} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2\sqrt{6}$$

$$\therefore \triangle BCD \text{ 넓이} = \sqrt{6} (2\sqrt{26} - \sqrt{3})$$

$$\diamond \text{사각형 } ABCD \text{의 넓이}$$

$$= \sqrt{6} \times (\sqrt{3} + 2\sqrt{26}) + \sqrt{6} (2\sqrt{26} - \sqrt{3})$$

$$= \sqrt{6} \times 4\sqrt{26} = 8\sqrt{39}$$

$$\therefore \frac{S^2}{13} = 192$$